

### 3D МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАБАТЫВАЕМЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПРИ ШЛИФОВАНИИ СО СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ОСЯМИ КРУГОВ И ДЕТАЛЕЙ

*The geometrical model (1 ... 3), describing a processable surface is developed general three-dimensional (3D) at grinding with crossed axes of circles and details. The model enables under one program to expect accuracy form-shaping face, screw of rotation, cylindrical, conic, and other surfaces.*

В процессе шлифования со скрещивающимися осями кругов и деталей получают ряд поверхностей в зависимости от формы рабочей части инструмента и связей в формообразующей системе станка. Общую часть уравнений  $r_q$  различных поверхностей деталей, обрабатываемых на станке, без учета связей в формообразующей системе, можно представить в виде

$$\bar{r}_{qu} = M_{qu} \cdot \bar{r}_u, \quad (1)$$

где  $\bar{r}_u$  – радиус-вектор точек рабочей части шлифовального круга 1 (табл. 1) в его системе координат, который определяется при профилировании [1];  $M_{qu}$  – матрица перехода из системы координат инструмента в систему координат детали, которая определяется формообразующим кодом [2] станка.

Схема формообразующей системы станка для шлифования сферических поверхностей со скрещивающимися осями кругов 1, 1<sub>1</sub> (табл. 1, 1) и деталей 2 является общей для группы станков. Общая матрица  $M_{qu}$  (1) перехода имеет вид

$$M_{qu} = M_6(\theta_v) \cdot M_6(-\theta_w) \cdot M_5(\psi_w) \cdot M_1(-R_B) \cdot M_6(\theta_B) \times \\ \times M_3(-Z_c) \cdot M_1(-X_c) \cdot M_2(-Y_c) \cdot M_4(\varphi) \cdot M_5(-\psi) \cdot M_1(X_2), \quad (2)$$

где  $M_1, M_2, M_3$  – матрицы линейных перемещений вдоль осей X, Y, Z;  $M_4, M_5, M_6$  – матрицы угловых поворотов относительно осей X, Y, Z [2];  $\theta_v$  – угол поворота базовой втулки 3 (табл. 1, 1, I) при шлифовании вращающихся в процессе обработки деталей 2<sub>1</sub>;  $\theta_w$  – угол ориентации оси  $O_6X_w$ ;  $\psi_w$  – угол поворота оси  $O_6X_k$  (табл. 1, 1, I, A) относительно оси  $O_6Y_k$  ведущим кругом 1<sub>1</sub> со скоростью  $V_w$  при шлифовании сферических деталей 2<sub>1</sub>;  $R_B$  – радиус подающего барабана 4 (табл. 1, 1), на котором расположена ось  $O_6Z_6$  вращения базовой втулки 3 и обрабатываемой детали  $r_q$ ;  $\theta_B$  – угловой независимый параметр;  $X_c, Y_c, Z_c$  – координаты начала координат  $O_6$  барабана в системе координат  $O_c X_{ст}, Y_{ст}, Z_{ст}$  станины;  $X_2$  – координата начала координат инструмента  $O_{и}$ ;  $\varphi$  и  $\psi$  – углы ориентации оси  $O_{и}Z_{и}$  шлифовального круга 1 в горизонтальной и вертикальной плоскостях;  $X_{oc1}, Y_{oc1}, Z_{oc1}$  – координаты начала координат  $O_{c1}$  круга 1<sub>1</sub> в системе координат станины.

Трехмерная геометрическая модель (3D) рабочей поверхности  $\bar{r}_u$  шлифовального круга 1 (табл. 1), в матрицах  $M_i$  обобщенных перемещений, имеет вид

$$\bar{r}_u = M_3(Z_{i\phi}) \cdot M_6(\theta_k) \cdot M_1(R_{i\phi}) \cdot e_4, \quad (3)$$

где  $R_{i\phi}$  – фактический радиус сечения круга 1 в пределах  $i$ -той точки профиля, с учетом текущего износа;  $Z_{i\phi}$  – его осевая координата;  $\theta_k$  – угловой параметр круга;  $e_4 = (0,0,0,1)^T$  – радиус-вектор начала координат.

Таблица 1 – Поверхности, получаемые при шлифовании со скрещивающимися осями кругов и деталей

№ П/П	Поверхность	Схема формообразующей системы станка	3D модель обрабатываемой поверхности	
			Радиус-вектор $\bar{r}_{qu}$	Система связей
1.	Сферическая		$\bar{r}_{qu} = M_6(\theta_V) \times$ $M_6(-\theta_W) \cdot M_5(\psi_W) \times$ $M_1(-R_B) \cdot M_6(\theta_B) \times$ $M_3(-Z_C) \cdot M_1(-X_C) \times$ $M_2(-Y_C) \cdot M_4(\varphi) \times$ $M_5(-\psi) \cdot M_1(X_2) \times$ $M_3(Z_{i\varphi}) \cdot M_6(\theta_k) \times$ $M_1(R_{i\varphi}) \cdot e_4$	$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial_i} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_k} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_V} = 0;$ $\varphi = const; \psi = const;$ $X_C = X_2 = const;$ $Y_C = const;$ $R_B = R_B(\delta, \theta_B),$ $Z_C = Z_C(\delta, \theta_B);$ $\theta_w = \theta_w(\theta_B);$ $\theta_V = \theta_V(\theta_B);$ $\psi_w = \psi_w(\theta_B).$
2.	Торцовая		$\bar{r}_{qu} = M_6(\theta_{B\epsilon}) \times$ $M_1(-R_B) \cdot M_6(\theta_B) \times$ $M_3(-Z_C) \cdot M_1(-X_C) \times$ $M_2(-Y_C) \cdot M_4(\varphi) \times$ $M_5(-\psi) \cdot M_1(X_2) \times$ $M_3(Z_{i\varphi}) \cdot M_6(\theta_k) \times$ $M_1(R_{i\varphi}) \cdot e_4$	$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial_i} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_k} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_B} = 0;$ $\varphi = const; \psi = const;$ $X_C = X_2 = const;$ $Y_C = const; \theta_{B\epsilon} = const;$ $R_B = const; Z_C = const;$
3.	Двойной кривизны	<p> <math>X_{ocl} = 0; Z_{ocl} = 0;</math>  <math>Y_{ocl} = Y_c(\theta_B) + Y_{cl}(\theta_B)</math> </p>	$\bar{r}_{qu} = M_6(\theta_B) \times$ $M_3(-Z_C) \times$ $M_1(-X_C) \cdot M_2(-Y_C) \times$ $M_4(\varphi) \cdot M_5(-\psi) \times$ $M_1(X_2) \cdot M_3(Z_{i\varphi}) \times$ $M_6(\theta_k) \cdot M_1(R_{i\varphi}) \cdot e_4$	$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial_i} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_k} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_B} = 0;$ $Z_C = \pm P \cdot \theta_B$ $Y_C = Y_C(\theta_B);$ $\varphi = \varphi(\theta_B);$ $\psi = \psi(\theta_B);$ $X_2 = X_2(\theta_B).$

4.		$\bar{r}_{qu} = M_6(\theta_B) \times$ $M_3(-Z_C) \cdot M_1(-X_C) \times$ $M_2(-Y_C) \cdot M_4(\varphi) \times$ $M_5(-\psi) \cdot M_3(Z_{i\varphi}) \times$ $M_6(\theta_\kappa) \cdot M_1(R_{i\varphi}) \cdot e_4$	$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial i} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_\kappa} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_B} = 0;$ $Y_C = Y_C(\theta_B);$ $X_C = X_C(\theta_B);$ $Z_C = \pm P \cdot \theta_B$ $\varphi = const; \psi = const$
5.		$\bar{r}_{qu} = M_6(\theta_B) \times$ $M_3(-Z_C) \cdot M_1(-X_C) \times$ $M_2(-Y_C) \cdot M_5(-\psi - \alpha) \times$ $M_3(Z_{i\varphi}) \cdot M_6(\theta_\kappa) \times$ $M_1(R_{i\varphi}) \cdot e_4$	$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial i} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_\kappa} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_B} = 0;$ $Z_C = \pm P \cdot \theta_B;$ $X_C = \pm P \cdot \theta_B \cdot \operatorname{tg} \alpha;$ $Y_C = const;$ $-\psi - \alpha = const$
6.		$\bar{r}_{qu} = M_6(\theta_B) \times$ $M_3(-Z_C) \cdot M_1(-X_C) \times$ $M_2(-Y_C) \cdot M_4(-\varphi) \times$ $M_3(Z_{i\varphi}) \cdot M_6(\theta_\kappa) \times$ $M_1(R_{i\varphi}) \cdot e_4$	$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial i} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_\kappa} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_B} = 0;$ $Z_C = \pm P \cdot \theta_B;$ $X_C = const;$ $Y_C = const;$ $\varphi = const$
7.		$\bar{r}_{qu} = M_6(\theta_B) \times$ $M_3(-Z_C) \cdot M_2(-Y_C) \times$ $M_5(-\psi) \cdot M_3(Z_{i\varphi}) \times$ $M_6(\theta_\kappa) \cdot M_1(R_{i\varphi}) \cdot e_4$	$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial i} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_\kappa} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_B} = 0;$ $Z_C = \pm P \cdot \theta_B;$ $Y_C = const;$ $\psi = const$
8.		$\bar{r}_{qu} = M_6(\theta_B) \times$ $M_3(-Z_C) \cdot M_2(-Y_C) \times$ $M_5(-\psi) \cdot M_3(Z_{i\varphi}) \times$ $M_6(\theta_\kappa) \cdot M_1(R_{i\varphi}) \cdot e_4$	$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial i} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_\kappa} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_B} = 0;$ $Z_C = \pm P \cdot \theta_B;$ $Y_C = const;$ $\psi = const$
9.		$\bar{r}_{qu} = M_6(\theta_B) \times$ $M_3(-Z_C) \cdot M_2(-Y_C) \times$ $M_5(-\psi) \cdot M_3(Z_{i\varphi}) \times$ $M_6(\theta_\kappa) \cdot M_1(R_{i\varphi}) \cdot e_4$	$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial i} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_\kappa} \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_B} = 0;$ $Z_C = const;$ $Y_C = const;$ $\psi = const$

Подставив выражения (2) и (3) в (1) получим радиус-вектор  $\underline{r}_{qu}$  в системе координат детали (табл. 1, 1), который в правой части содержит ряд переменных:  $\theta_v, \theta_w, \psi_w, R_B, \theta_B, Z_C, X_C, Y_C, \varphi, \psi, X_2, i, \theta_K$ . 3D модель конкретной обрабатываемой поверхности детали должна содержать в правой части развернутого выражения (1) две независимые переменные. Для достижения этого на перечисленные переменные накладываются связи различного вида и получают выражения всех переменных через два аргумента.

В процессе бесцентрового шлифования шариков 2<sub>1</sub> (табл. 1, 1, I, A) правый круг 1<sub>1</sub> является ведущим, левый 1 – шлифовальным. При относительном движении шлифовального круга 1 относительно обрабатываемой детали 2<sub>1</sub>, для получения 3D модели сферической поверхности, к векторному уравнению (1) формообразования добавляют систему скалярных связей. Сферическую поверхность получают при однопараметрической огибании, где связь имеет вид равенства нулю смешанного произведения трех векторов частных производных вектора  $\underline{r}_{qu}$  по переменным  $\theta_B, i, \theta_K$  (табл. 1, 1), две из которых  $i, \theta_K$  входят в 3D модель (3) режущего инструмента. При обработке сферы 2<sub>1</sub> положения кругов 1, 1<sub>1</sub> и барабана 4 являются фиксированными в процессе обработки, поэтому аргументы матриц  $M_1(-X_C), M_2(-Y_C), M_4(\varphi), M_5(-\psi), M_1(X_2)$  являются постоянными (табл. 1, 1). Углы ориентации  $\varphi$  и  $\psi$  шлифовального круга зависят от требуемой точности  $\Delta$  обработки и снимаемого припуска  $\delta$  [3]. В процессе съема припуска  $\delta$ , при повороте барабана 4 на угол  $\Delta\theta_B$  изменяется положение центра  $O_g$  сферы на радиусе  $R_B$  (табл. 1, 1) и вдоль оси  $Z_C$  (табл. 1, 1, I, A). Угол  $\theta_w$  ориентации оси  $O_gX_w$  (табл. 1, 1, I) системы координат  $O_gX_w, Y_w, Z_w$ , плоскость  $X_wO_gZ_w$  которой совпадает с направлением вектора скорости  $V_w$  (табл. 1, 1, I, A) ведущего круга 1<sub>1</sub>, функционально зависит от угла  $\theta_B$  поворота барабана 4 (табл. 1, 1). Для получения требуемой макро- и микрогеометрии сферы 2<sub>1</sub> в процессе формообразования на калибрующем участке круга 1, который определяется при его профилировании [1], необходима функциональная связь углов поворота  $\theta_v$  и  $\psi_w$  от  $\theta_B$  (табл. 1, 1).

При двустороннем шлифовании торцов цилиндрических деталей 2<sub>1</sub><sup>1</sup> (табл. 1, 1), которые вращаются в процессе формообразования, например, втулки, ролики, кольца подшипников, цилиндрические пружины сжатия и другие, выражение  $\underline{r}_{qu}$  аналогично приведенному в табл. 1.1 без двух матриц, в которых аргументы  $\theta_w$  и  $\psi_w$  равны нулю (табл. 1, 2).

При шлифовании торцов деталей, которые не вращаются в процессе обработки, выражение  $\underline{r}_{qu}$  соответствует (табл. 1, 2), где в первой матрице угол поворота  $\theta_v$  заменен на  $\theta_{B_g}$ , который определяет ориентацию оси  $O_gX_g$  (табл. 1, 2) втулки 3 относительно оси  $O_BX_B$  системы координат  $O_BX_BY_BZ_B$  подающего барабана 4 (табл. 1, 1).

В процессе одновременного и последовательного шлифования наружного и внутреннего профиля турбинных лопаток 2 с круговой подачей  $\theta_B$  (табл. 1, 3) и других поверхностей двойной кривизны на станках с ЧПУ, в выражении  $\underline{r}_{qu}$  (табл. 1, 2) аргументы первых двух матриц  $M_6$  и  $M_1$  равны нулю, тогда  $\underline{r}_{qu}$  получим в виде (табл. 1, 3). Система функциональных связей пяти переменных  $Z_C, Y_C, \varphi, \psi$  и  $X_2$  от угла  $\theta_B$  поворота детали 2, дана в табл. 1.3. Где  $P=S/2\pi$  – параметр винтового движения с шагом  $S$ .

При бесцентровом шлифовании цилиндрических поверхностей со скрещивающимися осями шлифовального круга 1 (табл. 1, 4), ведущего 1<sub>1</sub> и детали 2, координаты  $X_C$  и  $Y_C$  начала координат  $O_B$  приводного барабана совпадают с началом координат обрабатываемой детали 2, являются переменными по координате  $Z_B$  и функционально зависят от угла поворота  $\theta_B$  (табл. 1, 4). Угловая ориентация  $\varphi$  и  $\psi$  осей  $OZ$  и  $O_1Z_1$

(табл. 1, 4) кругов 1 и 1<sub>1</sub> является постоянной в процессе обработки и зависит от формы кругов (3) и снимаемого припуска  $\delta$ . Выражение радиуса-вектора  $\underline{r}_{qi}$  для бесцентрового шлифования при  $X_2=0$ , функциональные связи и огибания даны в табл. 1, 4.

При шлифовании со скрещивающимися осями прокатных валков 2 (табл. 1, 5), рабочая поверхность которых представляет собой гиперboloид вращения, ось  $O_{и}Z_{и}$  цилиндрического шлифовального круга 1 поворачивают относительно оси  $O_{и}Y_{и}$  на сумму углов:  $\alpha$  – наклона прямолинейной образующей 3 и  $\psi$  – обеспечивающего съём припуска периферией круга за один проход. Затем, начало координат  $O_{и}$  круга перемещают параллельно образующей 3 гиперboloида в плоскости  $X_{ст}O_{с}Z_{ст}$ , расположенной на расстоянии  $Y_{с}$  от оси  $O_{в}Z_{в}$ . Выражение радиуса-вектора  $\underline{r}_{qi}$  при  $\varphi=0$  и система связей приведены в табл. 1, 5.

При доводочном шлифовании цилиндрических поверхностей 2 торцом профилированного круга 1 (табл. 1, 6), его ориентируют относительно оси  $O_{и}X_{и}$ , совпадающей с осью  $O_{с}X_{ст}$ , на угол  $\varphi$  и перемещают вдоль оси  $O_{в}Z_{в}$ . Радиус-вектор  $\underline{r}_{qi}$  при  $\psi=0$ , функциональные связи и огибания приведены в табл. 1, 6.

При шлифовании цилиндрических поверхностей 2 периферией круга 1 со скрещивающимися осями (табл. 1, 7), его ориентируют относительно оси  $O_{и}Y_{и}$ , совпадающей с осью  $O_{с}Y_{ст}$ , на угол  $\psi$  и перемещают вдоль оси  $O_{в}Z_{в}$ . Радиус-вектор  $\underline{r}_{qi}$ , при  $X_{с}=0$ ;  $\varphi=0$ , и система связей приведены в табл. 1, 7.

Схемы (табл. 1, 6 и 1, 7) включают обработку не только гладких цилиндрических деталей 2, но и заточку торцов иголок 3 (табл. 1, 6, I и 1, 7, I), которые образуют прерывистую цилиндрическую поверхность рабочих валиков и барабанов текстильных машин.

В процессе шлифования со скрещивающимися осями винтовых (табл. 1, 8) и торковых (табл. 1, 9) поверхностей 2, круг 1, с выпуклым криволинейным профилем, осуществляет формообразование по методу копирования. Радиус-вектор  $\underline{r}_{qi}$  и система связей приведены в табл. 1, 8. При шлифовании торковой поверхности выражение  $\underline{r}_{qi}$  аналогично приведенному в табл. 1, 8, а в системе связей исключается параметр  $P$  винтового движения.

Приведенные 3D модели описывают поверхности деталей, полученные в процессе обработки. Сравнивая их с номинальными поверхностями деталей, определяют погрешность [3] формообразования.

Разработана общая трехмерная (3D) геометрическая модель (1...3, табл. 1, 1) и на ее базе частные модели (табл. 1...9), описывающие различные обрабатываемые поверхности при шлифовании со скрещивающимися осями кругов и деталей. Модели дают возможность по одной программе рассчитывать точность формообразования сферических, торковых, криволинейных, винтовых, торковых, гиперboloидов вращения, цилиндрических, конических и других поверхностей.

Список литературы: 1. Кальченко В.В. Профілювання орієнтованих шліфувальних кругів // Машинобудування, електроніка – Вісн. Черніг. технол. і-ту № 3, 1997, с. 14-24. 2. Решетов Д.Н., Портман В.Т. Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1986. – 336 с. 3. Кальченко В.В. Определение геометрической погрешности шлифования торцов профилированным и ориентированным инструментом. /Вісник НТУУ “КПІ” Машинобудування, 1999, Вип. 37 с. 138-142.