

**В. В. КАЛЬЧЕНКО**, канд. техн. наук, технол. ун-т (Чернигов)

### 3D МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОФИЛИРОВАНИЯ КРУГА, СЪЁМА ПРИПУСКА И ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ШЛИФОВАНИИ НАРУЖНЫХ ТОРОВЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ СО СКРЕЩИВАЮЩИМИСЯ ОСЯМИ ИНСТРУМЕНТА И ДЕТАЛИ

Розроблено спеціальні тривимірні геометричні моделі процесів зняття припуску, формоутворення і профілювання абразивних кругів при шліфуванні зовнішніх торових поверхонь на верстатах з ЧПК. Запропоновано метод керування процесом їх шліфування, що забезпечує зняття припуску по еквідистантним кривих

Шлифование наружных торových поверхностей, например, внутренних колец шарикоподшипников, осуществляют методом копирования абразивным кругом с профилем, соответствующим образующей детали [1]. Съём припуска производят за счёт поперечного перемещения круга в плоскости, в которой расположены оси вращения его и детали. В процессе съёма припуска глубина резания, длина и площадь контакта круга и детали изменяются по координате обработки профиля, величина врезания инструмента в направлении, перпендикулярном оси вращения детали больше припуска на обработку, что снижает производительность и качество шлифования.

Предложен способ шлифования наружных торových поверхностей со скрещивающимися осями абразивного круга и детали, который обеспечивает съём припуска по эквидистантным кривым [2].

Для повышения эффективности шлифования наружных торových поверхностей со скрещивающимися осями инструмента и детали необходимо разработать специальные трёхмерные математические модели съёма припуска, формообразования и профилирования абразивного круга. На базе моделей создать метод управления процессом шлифования на станках с ЧПУ, который обеспечит постоянную глубину резания по координате обработки профиля и величину врезания круга, равную припуску, что повысит производительность и качество шлифования. Съём припуска по эквидистантным кривым требует специального профилирования абразивного круга 1 (рис.1) и управляемых, функционально согласованных его поворота на угол  $\psi$  относительно оси  $O_c Y_{ct}$  и поперечной подачи  $t$  вдоль неё в процессе шлифования детали 2.

Специальную 3D модель профилирования круга при шлифовании наружных торových поверхностей получим из разработанной нами [3] общей 3D модели поверхностей кругов при шлифовании со скрещивающимися осями инструмента и деталей.

$$\begin{aligned} \bar{r}_u = M_6(\theta_k) \cdot M_5(\psi) \cdot M_2(Y_c) \cdot M_6(-\theta) \cdot M_1(R) \times \\ \times M_5(\psi_q) \cdot M_3(-\rho) \cdot e_4 \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\bar{r}_u$  – радиус-вектор точек поверхности шлифовального круга;  $M_1, M_2, M_3$  – матрицы линейных перемещений вдоль осей  $X, Y, Z$ ;  $M_4, M_5, M_6$  – матрицы угловых поворотов относительно осей  $X, Y, Z$  [4];  $\psi_q$  – угловой параметр точки образующей осевого сечения детали 2 (рис. 1, А-А) относительно оси  $O_n Y_n$  системы координат  $O_n X_n Y_n Z_n$ ;  $R$  – радиус начала координат  $O_n$ , совпадающего с центром радиуса  $\rho$  тора, в системе координат  $O_q X_q Y_q Z_q$  детали;  $\theta$  – угловой параметр, определяющий положение оси  $O_q X_q$ , при повороте её относительно оси  $O_q Z_q$  детали;  $Y_c$  – координата начала координат  $O_q$  детали 2 в системе координат  $O_c X_{ct} Y_{ct} Z_{ct}$  станины;  $\psi$  – угол поворота оси  $O_n Z_n$  вращения шлифовального круга 1 в вертикальной плоскости относительно оси  $O_n Y_n$ , совпадающей с осью  $O_c Y_{ct}$ ;  $\theta_k$  – угловой параметр, определяющий положение точки на поверхности круга 1 в его системе координат  $O_n X_n Y_n Z_n$ ;  $e_4 = (0, 0, 0, 1)^T$ ;

При однопараметрическом огибании [4] связь между параметрами  $\psi_q, \theta$  и  $\tau_q$  имеет вид равенства нулю смешанного произведения трёх векторов частных производных вектора  $\bar{r}_u$ .

$$\left( \frac{\partial \bar{r}_u}{\partial \psi_q} \times \frac{\partial \bar{r}_u}{\partial \theta} \right) \cdot \frac{\partial \bar{r}_u}{\partial \tau_q} = 0, \quad (2)$$

где  $\frac{\partial \bar{r}_u}{\partial \psi_q} \times \frac{\partial \bar{r}_u}{\partial \theta} = \bar{N}_q$  – вектор нормали к поверхности детали в точке с криволинейными координатами  $\psi_q, \theta$ ;

$\frac{\partial \bar{r}_u}{\partial \tau_q} = \bar{V}_q$  – вектор скорости относительного движения детали 2 (рис. 1) относительно круга 1;

$\tau_q$  – время перемещения детали, при повороте её на угол  $\theta_k$  в инверсионном движении относительно оси  $O_n Z_n$  круга.

$$\frac{\partial \bar{r}_u}{\partial \tau_q} = \frac{\partial M_6(\theta_k)}{\partial \theta_k} \cdot \frac{\partial \theta_k}{\partial \tau_q} \cdot M_{uq}, \quad (3)$$

где  $\frac{\partial \theta_k}{\partial \tau_q} = \omega_{uq}$  – угловая скорость поворота детали относительно оси круга;

$M_{uq}$  – матрица перехода из системы координат детали в систему координат круга.

$$\begin{aligned} M_{uq} = M_5(\psi) \cdot M_2(Y_c) \cdot M_6(-\theta) \cdot M_1(R) \times \\ \times M_5(\psi_q) \cdot M_3(-\rho) \cdot e_4 \end{aligned} \quad (4)$$

Скалярное произведение векторов  $\bar{N}_q$  и  $\bar{V}_q$  находим, вычислив определитель

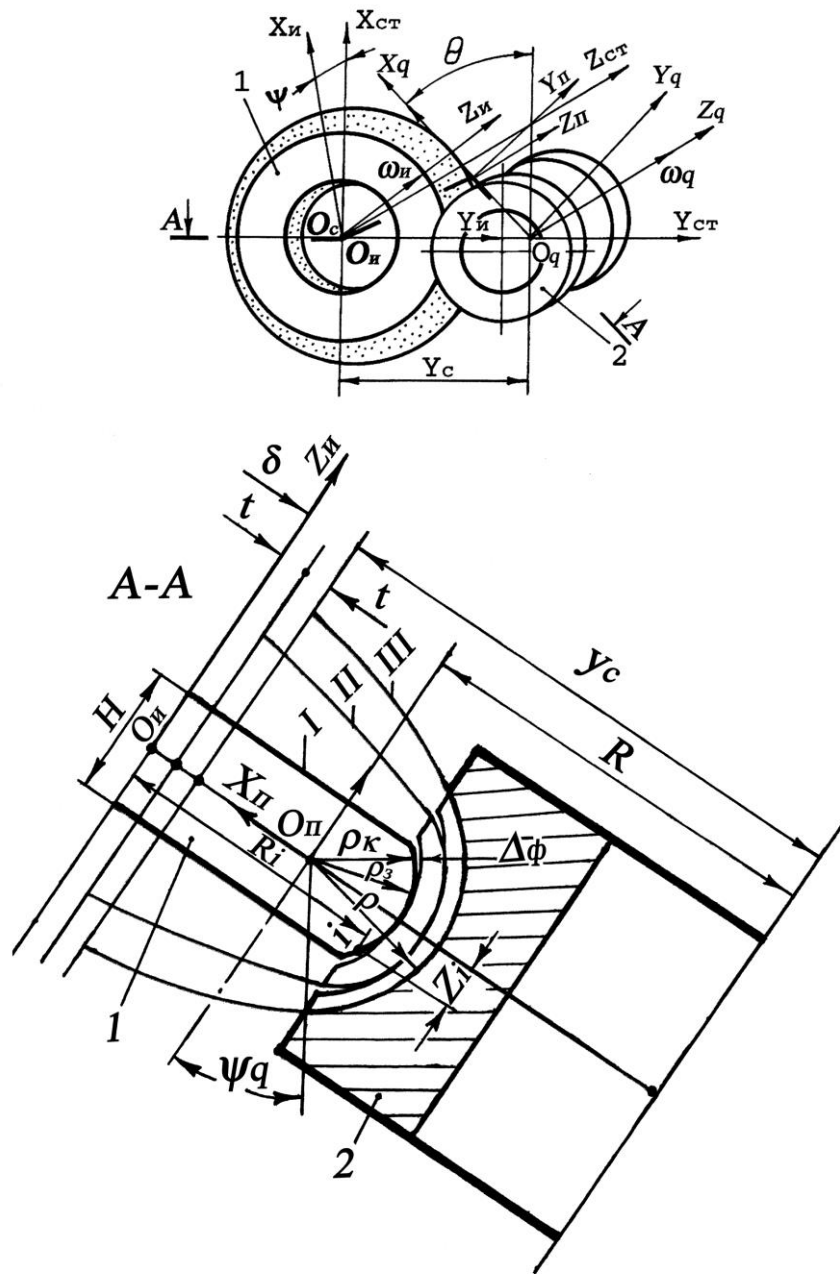


Рис. 1 – Схема шлифования наружных торовых поверхностей со

скрещивающимися осями круга и детали

$$\bar{N}_q \cdot \bar{V}_q = \begin{vmatrix} X_{V_q} & Y_{V_q} & Z_{V_q} \\ X_{\psi_q} & Y_{\psi_q} & Z_{\psi_q} \\ X_{\theta} & Y_{\theta} & Z_{\theta} \end{vmatrix} = 0, \quad (5)$$

где  $X_{V_q}, Y_{V_q}, Z_{V_q}$  – координаты вектора  $\bar{V}_q$ ;  $X_{\psi_q}, Y_{\psi_q}, Z_{\psi_q}$  – координаты вектора касательной  $\bar{A}_q = \frac{\partial \bar{r}_u}{\partial \psi_q}$ ;  $X_{\theta}, Y_{\theta}, Z_{\theta}$  – координаты вектора касательной  $\bar{B}_q = \frac{\partial \bar{r}_u}{\partial \theta}$ .

Подставив в (4) дискретное значение угла  $\psi_{qi}$  и в (3)  $-\theta_k = 0$ , из (5) определяем величину угла  $\theta$  и затем из уравнения (1) – радиус – вектор  $\bar{r}_{ui}$  точки, принадлежащей линии контакта детали и круга в его системе координат

$$\bar{r}_{ui} = (X_{\psi_{qi}}, Y_{\psi_{qi}}, Z_{\psi_{qi}}, 1)^T, \quad (6)$$

где  $X_{\psi_{qi}}, Y_{\psi_{qi}}, Z_{\psi_{qi}}$  – координаты точки линии контакта.

Радиус  $R_i$  осевого сечения круга 1 (рис. 1, А-А) при  $X_u = 0$  в пределах  $i$ -той точки равен

$$R_i = \sqrt{X_{\psi_{qi}}^2 + Y_{\psi_{qi}}^2}, \quad (7)$$

Осевая координата

$$Z_i = Z_{\psi_{qi}}. \quad (8)$$

Из уравнений (1) и (5) определяют радиус-вектор  $\bar{r}_u$ , который описывает множество инструментальных поверхностей. Выбор рациональной осуществляют на основании анализа геометрических параметров наружной торовой поверхности детали, заготовки и снимаемого припуска  $\delta$  (рис. 1). Радиус-вектор осевого сечения круга  $\bar{r}_{u0}$ , при  $X_u = 0$ , в системе координат  $O_n X_n Y_n Z_n$ , где ось  $O_n Y_n$  совпадает с центром радиуса  $\rho_3$  заготовки (рис. 1, А-А), равен

$$\bar{r}_{zu} = M_2(Y_c + \delta - R) \cdot \bar{r}_{u0}, \quad (9)$$

где  $\bar{r}_{u0} = (0, R_i, Z_i, 1)^T$ .

Радиус кривизны  $\rho_{ki}$  (рис. 1, А-А) осевого сечения круга в системе координат  $O_n X_n Y_n Z_n$  находят из соотношения

$$\rho_{ki} = \sqrt{R_{zi}^2 + Z_{zi}^2}, \quad (10)$$

где  $R_{zi}$  и  $Z_{zi}$  – радиус круга и его осевая координата определяются из радиус-вектора  $\bar{r}_{zu}$  (9)

$$\bar{r}_{zu} = (0, R_{zi}, Z_{zi}, 1)^T. \quad (11)$$

Радиус кривизны  $\rho_k$  (рис. 1, А-А) осевого сечения круга зависит от угла  $\psi$  его поворота при правке. При  $\psi = 0$ ,  $\rho_k = \rho$  детали, линия контакта её и круга лежит в горизонтальной плоскости (рис. 2). С увеличением  $\psi$  линия контакта  $L$  удлиняется, выходя из осевой плоскости детали,  $\rho_k$  и высота круга  $H$  (рис. 1, А-А) уменьшаются. Это даёт возможность управлять текущим радиусом кривизны  $\rho_z$  осевого сечения заготовки в процессе съёма припуска  $\delta$ . Специальную 3D модель обрабатываемой наружной торовой поверхности получим из разработанной нами [5] общей 3D модели обрабатываемых поверхностей при шлифовании со скрещивающимися осями кругов и деталей.

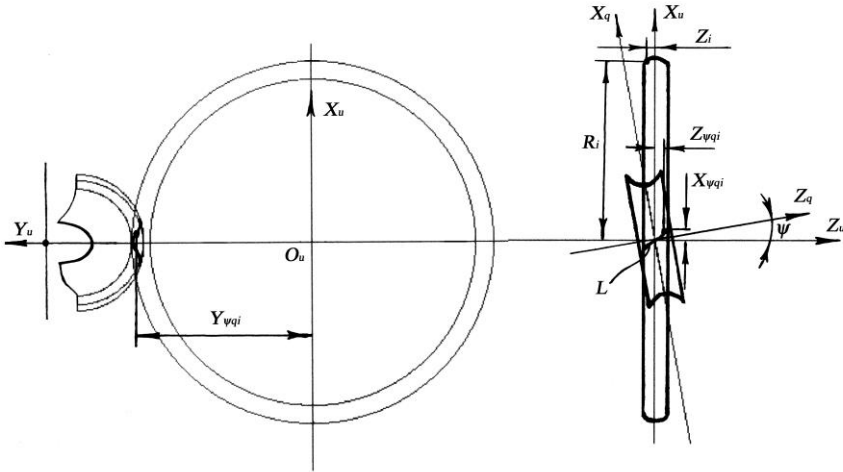


Рис. 2 – Схема определения линии контакта шлифовального круга и детали

$$\bar{r}_{qu} = M_6(\theta) \cdot M_2(-Y_c - a \cdot \theta) \cdot M_5(-\psi) \cdot M_3(Z_i) \cdot M_6(\theta_k) \times \\ \times M_2(R_i) \cdot e_4, \quad (12)$$

где  $\bar{r}_{qu}$  – радиус-вектор точек наружной обрабатываемой торовой поверхности;

$a = \frac{t}{2\pi}$  – постоянная архимедовой спирали, по которой, в относительном движении, перемещается круг при съёме припуска  $\delta$ ;  $t$  – величина поперечной подачи круга 1 в направлении, перпендикулярном оси  $O_q Z_q$  вращения детали на один ее оборот;  $R_i$ ;  $Z_i$  – радиус осевого сечения круга 1 в пределах  $i$ -той точки профиля и его осевая координата. Значения других параметров в уравнении (12), аналогичны приведенным в уравнении (1).

Связь между параметрами  $i$ ,  $\theta_k$  и  $\tau_k$  в уравнении (12) при однопараметрическом огибании имеет вид

$$\left( \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial i} \times \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_k} \right) \cdot \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \tau_k} = 0, \quad (13)$$

где  $\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial i} \times \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_k} = \bar{N}_k$  – вектор нормали к поверхности круга в точке с координатами  $i$ ,  $\theta_k$ ;

$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \tau_k} = \bar{V}_k$  – вектор скорости относительного движения круга 1 (рис. 1) относительно детали 2;  $\tau_k$  – время поворота круга на угол  $\theta$  в инверсионном движении относительно оси  $O_q Z_q$  детали.

Скалярное произведение векторов  $\bar{N}_k$  и  $\bar{V}_k$  находим, вычислив определитель

$$\frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \tau_k} = \frac{\partial M_6(\theta)}{\partial \theta} \cdot \frac{\partial \theta}{\partial \tau_k} \cdot M_{qu}, \quad (14)$$

где  $\frac{\partial \theta}{\partial \tau_k} = \omega_{qu}$  – угловая скорость поворота круга относительно оси детали;

$M_{qu}$  – матрица перехода из системы координат круга в систему координат детали.

$$M_{qu} = M_2(-Y_c - a \cdot \theta) \cdot M_5(-\psi) \times \\ \times M_3(Z_i) \cdot M_6(\theta_k) \cdot M_2(R_i) \quad (15)$$

Скалярное произведение векторов  $\bar{N}_k$  и  $\bar{V}_k$  находим, вычислив определитель

$$\bar{N}_k \cdot \bar{V}_k = \begin{vmatrix} X_{vk} Y_{vk} Z_{vk} \\ X_i Y_i Z_i \\ X_{\theta k} Y_{\theta k} Z_{\theta k} \end{vmatrix} = 0, \quad (16)$$

где  $X_{vk}, Y_{vk}, Z_{vk}$  – координаты вектора  $\bar{V}_k$ ;  $X_i, Y_i, Z_i$  – координаты вектора

касательной  $\bar{A}_k = \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial i}$ ;  $X_{\alpha k}, Y_{\alpha k}, Z_{\alpha k}$  – координаты вектора касатель-

ной  $\bar{B}_k = \frac{\partial \bar{r}_{qu}}{\partial \theta_k}$ .

Подставив в (15) для  $i$ -той точки значение радиуса круга  $R_i$  и его осевую координату  $Z_i$  и в (14) – угол  $\theta$  поворота круга относительно оси детали, после вычисления определителя (16), находим величину угла  $\theta_k$ . За тем из уравнения (12) определяем радиус-вектор  $\bar{r}_{qui}$  точки, принадлежащей линии контакта круга и детали в ее системе координат для заданного угла  $\theta$

$$\bar{r}_{qui} = (x_{qui}, y_{qui}, z_{qui}, I)^T, \quad (17)$$

где  $x_{qui}, y_{qui}, z_{qui}$  – координаты точки линии контакта.

Для описания обрабатываемой поверхности, получаемой за один оборот инверсионного движения круга относительно детали, необходимо в уравнения (12), (14), (15), (16) подставить значения угла  $\theta$  в диапазоне:

$\theta = 0 \div 2\pi$ , тогда радиус-вектор

$$\bar{r}_{qi} = (x_{i\theta}, y_{i\theta}, z_{i\theta}, I)^T, \quad (18)$$

где  $x_{i\theta}, y_{i\theta}, z_{i\theta}$  – координаты точки обрабатываемой поверхности с независимыми параметрами  $i, \theta$ .

Радиус-вектор осевого сечения обрабатываемой поверхности получим из (18) при  $X_{i\theta} = 0$

$$\bar{r}_{qoi} = (0, R_{qi}, Z_{qi}, I)^T, \quad (19)$$

где  $R_{qi} = Y_{i,\theta}$  – радиус осевого сечения для  $i$ -той точки профиля;

$Z_{qi} = Z_{i,\theta}$  – его осевая координата.

Радиус-вектор осевого сечения (19) в системе координат  $O_n X_n Y_n Z_n$  равен

$$\bar{r}_{3oi} = M_2(R) \cdot \bar{r}_{qoi}, \quad (20)$$

Радиус кривизны  $\rho_{3i}$  (рис. 1, А-А) осевого сечения обрабатываемой поверхности в системе координат  $O_n X_n Y_n Z_n$  определяют по формуле

$$\rho_{3i} = \sqrt{R_{3oi}^2 + Z_{3oi}^2}, \quad (21)$$

где  $R_{3oi}$  и  $Z_{3oi}$  – радиус осевого сечения заготовки и ее осевую координату находят из выражения радиуса – вектора (20).

$$\bar{r}_{3oi} = (0, R_{3oi}, Z_{3oi}, I)^T. \quad (22)$$

Радиус кривизны  $\rho_3$  (рис. 1, А-А) осевого сечения заготовки зависит от текущих значений угла  $\psi$  поворота круга и расстояния  $l$  между осями круга  $O_n Z_n$  и детали  $O_q Z_q$

$$l = Y_c + a \cdot \theta, \quad (23)$$

где  $a \cdot \theta = \delta$  – снимаемый припуск.

В процессе формообразования поверхности детали 2, когда припуск снят,  $\delta = 0$  и  $l = Y_c$  (23), а угол поворота круга при правке  $\psi_n$  равен углу поворота при формообразовании  $\psi_\phi$ , радиус кривизны обрабатываемой поверхности  $\rho_{3i}$  (21) равен радиусу  $\rho$  тора (рис. 1, А-А, III) и геометрическая погрешность [6] формообразования  $\Delta_\phi = \rho_{3i} - \rho = 0$ .

Перед съемом припуска  $\delta$  инструментальную поверхность рассчитывают (1) для такого углового положения  $\psi_n$  круга 1, чтобы его радиус кривизны  $\rho_k$  (11) осевого сечения был меньше радиуса  $\rho_3$  заготовки (рис. 1, А-А, I) при параллельных осях  $O_n Z_n$  круга 1 и  $O_q Z_q$  детали 2. Определение текущего угла  $\psi$  положения круга в процессе съема припуска (рис. 1, А-А, II) который обеспечивает минимальное отклонение  $\Delta$  радиуса кривизны  $\rho_{3i}$  радиального сечения обрабатываемой поверхности от заданного в виде дуги окружности ( $\rho_{3i} - (\rho - t) = \Delta_{\text{фmin}}$ ) осуществлялось по методике, приведенной в работе [6].

Разработаны специальные трехмерные геометрические модели процессов съема припуска, формообразования и профилирования абразивных кругов при шлифовании наружных торových поверхностей на станках с ЧПУ со скрещивающимися осями инструмента и детали. Предложен метод управления процессом шлифования, который обеспечивает съем припуска по эквидистантным кривым. Постоянная глубина резания по координате обработки профиля достигается за счет синхронного поворота и врезания круга на величину припуска на обработку, что повышает производительность шлифования.

**Список литературы:** 1. *Эльянов Э.Д.* Шлифование в автоматическом цикле. – М.: Машиностроение, 1980. 101 с. 2. Способ шлифования желоба на круглой детали: А. С. 1301660 СССР, МКИ В24В 19/06./ *В.И. Кальченко, А.Г. Шеша.* № 3973158/31–08; Заявлена 10.11.85; Опубл. 07.04.87, Бюл. №13.– 4с. 3. *Кальченко В.В.* Общая трехмерна (3D) модель поверхностей кругов при шлифовании со скрещивающимися осями инструмента и деталей / Вісник Національного технічного університету “Харківський політехнічний інститут”; Збірка наукових праць. Тематичний випуск: Технології в машинобудуванні. – Харків: НТУ “ХПІ”. – 2001. № 6.–с. 114–118. 4. *Решетов Д. Н., Портман В.Т.* Точность металлорежущих станков. – М.: Машиностроение, 1986. – 336 с. 5. *Кальченко В.В.* 3D моделирование обрабатываемых поверхностей при шлифовании со скрещивающимися осями кругов и деталей / Високи технології в машинобудуванні. Зб. Наук. Праць НТУ “ХПІ”. – Харків. – 2001. вип. 1 (4). – с. 149–153. 6. *Кальченко В.В.* Трехмерное геометрическое моделирование погрешности шлифования поверхностей со скрещивающимися осями кругов и деталей / Резание и инструмент в технологических системах. Межд. Научн. – техн. Сб. – Харьков: НТУ “ХПИ”. – 2001. вып. 60. с. 90–95.

Представлена докт. тех. наук Перепелицей Б.А.