

Задача першого етапу – визначити початкові обсяги підготовки за  $k$ -м напрямом  $x_k$ , для яких

$$\sum_{k=1}^p l_k x_k + Mg(x, w) \rightarrow \min_x$$

$$\sum x_k \leq a,$$

$$0 \leq x_k \leq r_k.$$

Задача другого етапу – визначити обсяги направлень осіб на роботу при фіксованих обсягах випуску  $x=(x_1, \dots, x_k)$  і відомому попиту  $w=(w_1(1), \dots, w_1(T), \dots, w_n(1), \dots, w_n(T))$  так, щоб

$$g(x, w) = \min_{\{v_{kj}; d_j; y_k\} \in W(x, w)} \sum_{t=1}^T \left( \sum_{k=1}^p \sum_{j=1}^n c_{kj}(t) v_{kj}(t) + \sum_{k=1}^p a_k(t) y_k(t) + \sum_{j=1}^n \beta_j(t) d_j(t) \right).$$

Н. Л. Ющенко

# ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ

Множина  $W(x, w)$  задається співвідношеннями:

# МОДЕЛІ В УПРАВЛІННІ ТА

$$y_k(t+1) = y_k(t) - \sum_{j=1}^n v_{kj}(t), \quad k = \overline{1, p}; \quad t = \overline{1, T-1}.$$

# ЕКОНОМІЦІ

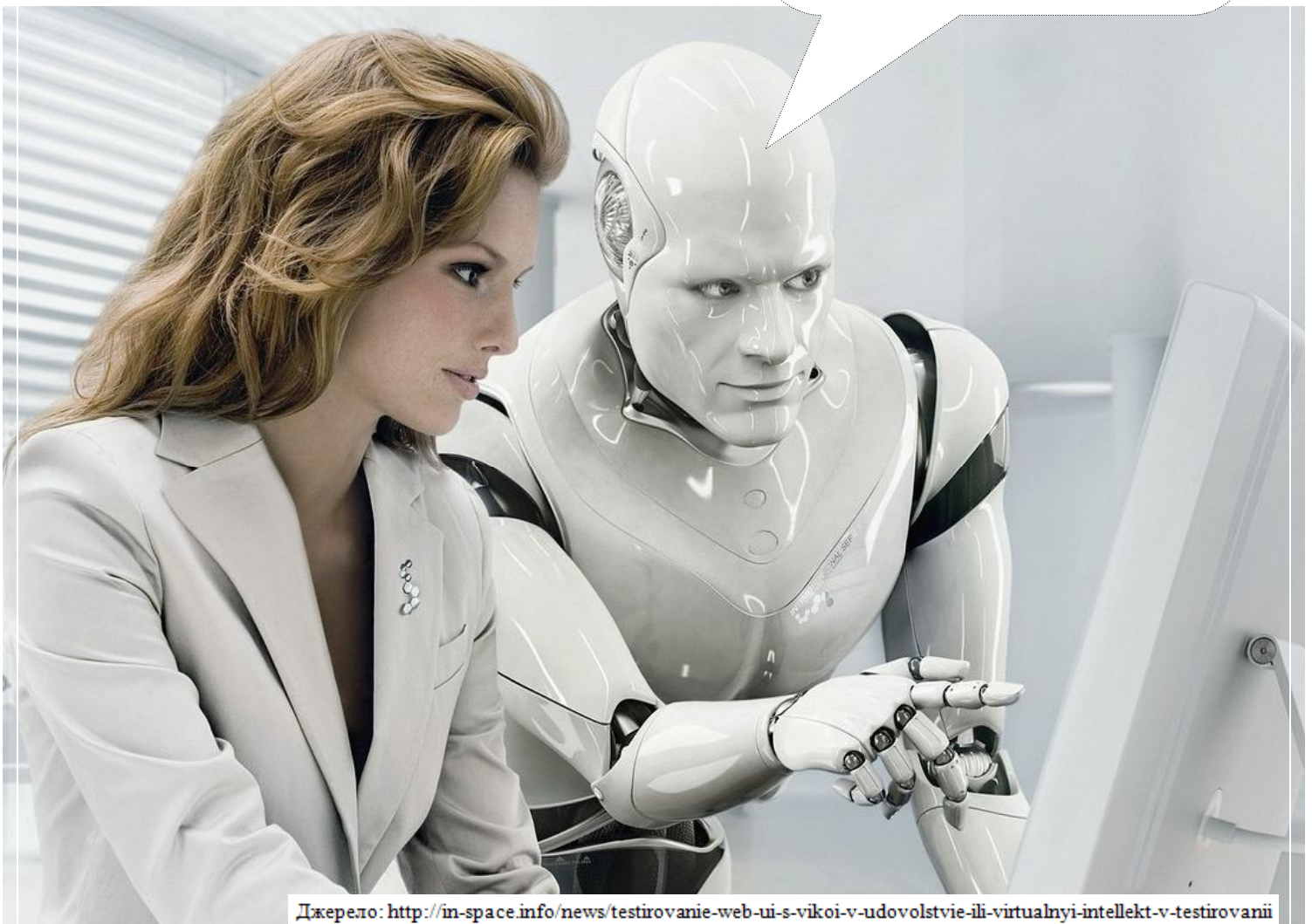
$$y_k(1) = x_k, \quad k = \overline{1, p},$$

$$\sum_{k=1}^p v_{kj}(t) + d_j(t) = w_j(t), \quad j = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, T},$$

# НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

$$i = \overline{1, m}, \quad k = \overline{1, p}, \quad j = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, T},$$

$$y_k(t) \geq 0, \quad d_j(t) \geq 0, \quad k = \overline{1, p}, \quad j = \overline{1, n}, \quad t = \overline{1, T}.$$



Міністерство освіти і науки України



Н. Л. Ющенко

# **ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В УПРАВЛІННІ ТА ЕКОНОМІЦІ**

**НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**

Чернігів 2016

УДК 330.4:519.86(075.8)  
ББК 65.050.03я73  
Ю 98

*Рекомендовано Вченою радою Чернігівського національного технологічного університету як навчальний посібник для підготовки бакалаврів галузі знань 07 „Управління та адміністрування” (Протокол № 7 від 31.08.2016 р.)*

*Рецензенти:*

**Гоголь Т. А.**, доктор економічних наук, доцент, професор кафедри бухгалтерського обліку, оподаткування та аудиту Чернігівського національного технологічного університету

**Мурач О. О.**, доктор фізико-математичних наук, доцент, провідний науковий співробітник відділу нелінійного аналізу Інституту математики НАН України

**Проскура К. П.**, доктор економічних наук, доцент, професор кафедри аудиту ДВНЗ „Київський національний економічний університет” імені Вадима Гетьмана

**Ющенко Н. Л.**

Ю 98 Економіко-математичні моделі в управлінні та економіці : навч. посіб. [для студ. вищ. навч. закл.] / Ющенко Н. Л. – Чернігів : Черніг. нац. технол. ун-т, 2016. – 278 с.

ISBN 978-966-7496-84-5

У навчальному посібнику огляд та аспекти класифікації економіко-математичних моделей здійснюється за видами економічної діяльності, прикладними сферами та у їх розрізі – за виконуваними функціями управління. Крім систематизації й порівняльного аналізу економіко-математичних моделей, що підтвердили свою ефективність у різних сферах життя суспільства, посібник містить питання для самоконтролю до кожної теми, орієнтовну тематику навчально-дослідних робіт студентів, словник основних термінів, приклади завдань для проміжного контролю знань студентів за тематикою курсу, список рекомендованих джерел та інформаційних ресурсів і змістовно наповнені додатки.

Навчальний посібник розрахований насамперед на здобувачів вищої освіти у галузі знань 07 „Управління та адміністрування” і має на меті ознайомити студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів, а також слухачів центрів перепідготовки і підвищення кваліфікації, науково-педагогічних працівників та осіб, які за родом своєї діяльності вирішують завдання бізнесу стосовно планування комерційної діяльності і виробництва та в процесі державного регулювання економічного розвитку, з можливостями, що відкриваються у разі коректного й цілеспрямованого використання економіко-математичного інструментарію розроблення та підтримки управлінських рішень для зростання ефективності в усіх сферах суспільного життя у зв'язку з прискореним запровадженням суб'єктами господарювання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій та рішень щодо створення інформаційних ресурсів і практичного застосування електронних технологій з метою підвищення їх конкурентних переваг. Значна увага в посібнику приділена програмним продуктам, що дозволяють реалізовувати економіко-математичні моделі різних видів.

**УДК 330.4:519.86(075.8)**  
**ББК 65.050.03я73**

**ISBN 978-966-7496-84-5**

© Н. Л. Ющенко, 2016

# ЗМІСТ

	ВСТУП.....	6
Тема 1.	ЗАГАЛЬНІ АСПЕКТИ ПРОЦЕСУ ПРИЙНЯТТЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ. ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В УПРАВЛІННІ.....	9
1.1	Основні характеристики і класифікація управлінських рішень.....	9
1.2	Учасники процесу прийняття рішень. Етапи підготовки, прийняття і реалізації рішень.....	17
1.3	Системний підхід у прийнятті управлінських рішень. Необхідність моделювання економічних систем.....	20
	Перелік посилань до теми 1.....	26
	Питання для самоперевірки до теми 1.....	26
Тема 2.	МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ, ОБ'ЄКТІВ ТА ЯВИЩ РИНКОВОЇ ЕКОНОМІКИ.....	27
2.1	Поняття моделі і моделювання. Класифікація і зміст методів моделювання.....	27
2.2	Етапи та принципи побудови економіко-математичної моделі.....	31
2.3	Проблема адекватності моделі оригіналу. Класифікація економіко-математичних моделей.....	35
	Перелік посилань до теми 2.....	42
	Питання для самоперевірки до теми 2.....	43
Тема 3.	МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ СУСПІЛЬНИХ ЯВИЩ ТА ТЕНДЕНЦІЙ РОЗВИТКУ І ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗМІН.....	44
3.1	Моделі кореляційно-регресійного аналізу виявлення і вимірювання факторних зв'язків.....	44
3.2	Вибір виду кривої зростання для конкретного ряду динаміки.....	55
3.3	Прогнозування динаміки на основі трендових моделей та верифікація прогнозу.....	62
	Перелік посилань до теми 3.....	65
	Питання для самоперевірки до теми 3.....	65
Тема 4.	БАЛАНСОВІ МОДЕЛІ ВИВЧЕННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ ЕЛЕМЕНТІВ СУСПІЛЬНОГО ВІДТВОРЕННЯ.....	67
4.1	Міжгалузевий баланс.....	68
4.2	Баланс міжрегіональних зв'язків.....	71
4.3	Баланс підприємства.....	73
	Перелік посилань до теми 4.....	75
	Питання для самоперевірки до теми 4.....	76
Тема 5.	ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ВИРОБНИЧИХ І ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ.....	77
5.1	Сучасний стан промисловості України та загальна характеристика класів математичних моделей виробничої діяльності.....	77
5.2	Оптимізація виробничої програми підприємства у детермінованих	

	умовах та за умов недетермінованих цін на продукцію і виробничі ресурси.....	79
5.3	Визначення оптимальних інтенсивностей використання технологічних способів виробництва.....	84
5.4	Теоретико-ігрові моделі прийняття рішень в умовах активної ринкової конкуренції.....	85
	Перелік посилань до теми 5.....	92
	Питання для самоперевірки до теми 5.....	92
Тема 6.	ОГЛЯД І АСПЕКТИ КЛАСИФІКАЦІЇ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ АГРАРНОЇ СФЕРИ.....	94
6.1	Системний аналіз факторів впливу на якість земель сільськогосподарського призначення і публікацій з питань дослідження раціонального землекористування, відтворення земельно-ресурсного потенціалу.....	94
6.2	Напрями застосування сучасних інформаційних технологій та економіко-математичного інструментарію в аграрному секторі.....	98
6.3	Економіко-математичні моделі формування раціональної структури сільськогосподарських угідь.....	101
	Перелік посилань до теми 6.....	105
	Питання для самоперевірки до теми 6.....	107
Тема 7.	ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЗАДАЧ ТОРГОВЕЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ.....	108
7.1	Види математичних моделей сфери торгівлі. Модель оптимізації оборотних активів торговельного підприємства.....	108
7.2	Економіко-математичні моделі фінансової діяльності торговельних підприємств.....	115
7.3	Розрахунок раціональної кількості каналів обслуговування покупців на базі економіко-математичних моделей систем масового обслуговування.....	125
	Перелік посилань до теми 7.....	131
	Питання для самоперевірки до теми 7.....	133
Тема 8.	ОГЛЯД І АСПЕКТИ КЛАСИФІКАЦІЇ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛІННЯ ТРУДОВИМИ РЕСУРСАМИ.....	134
8.1	Види математичних моделей управління трудовими ресурсами. Кадрові моделі лінійного (статичні і динамічні) та цільового програмування.....	134
8.2	Економіко-математичні моделі управління зайнятістю і трудовими ресурсами на макро-, мезо- та мікрорівнях.....	141
	Перелік посилань до теми 8.....	153
	Питання для самоперевірки до теми 8.....	154
Тема 9.	ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ОБЛАДНАННЯ.....	155
9.1	Класифікація задач технічного обслуговування обладнання, що потребують застосування математичних моделей.....	155
9.2	Детерміновані моделі заміни (оновлення) обладнання.....	157

9.3	Застосування імітаційного моделювання у виробничих задачах обслуговування устаткування (масового обслуговування).....	162
	Перелік посилань до теми 9.....	174
	Питання для самоперевірки до теми 9.....	175
Тема 10.	ОГЛЯД І АСПЕКТИ КЛАСИФІКАЦІЇ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛІННЯ ПОСТАЧАННЯМ ТА МАТЕРІАЛЬНИМИ ЗАПАСАМИ.....	176
10.1	Види запасів матеріальних ресурсів та основні типи математичних моделей управління ними.....	176
10.2	Багатопродуктові економіко-математичні моделі регулювання запасів при обмежених сумах наявних обігових коштів та площах для зберігання запасів. Інформаційні технології в логістиці.....	179
	Перелік посилань до теми 10.....	183
	Питання для самоперевірки до теми 10.....	184
Тема 11.	ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ПРОЦЕСІВ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ.....	185
11.1	Статистичні моделі аналізу ефективності інвестиційної діяльності	185
11.2	Економіко-математична модель планування розвитку та розміщення виробництва (галузі, корпорації) з оптимальним розподілом інвестиційних ресурсів.....	191
	Перелік посилань до теми 11.....	193
	Питання для самоперевірки до теми 11.....	194
Тема 12.	МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОГО АНАЛІЗУ.....	195
12.1	Моделі аналізу беззбитковості діяльності.....	195
12.2	Економіко-математичні моделі аналізу фінансового стану і діагностики ймовірного банкрутства підприємства.....	202
	Перелік посилань до теми 12.....	213
	Питання для самоперевірки до теми 12.....	215
	ОРІЄНТОВНА ТЕМАТИКА НАВЧАЛЬНО-ДОСЛІДНИХ РОБІТ.....	216
	ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК.....	219
	ПРИКЛАДИ ЗАВДАНЬ ДЛЯ ЕКСПРЕС-ТЕСТУВАННЯ З ВИВЧЕНОГО ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ КУРСУ.....	235
	РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА.....	243
	ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ.....	252
	ДОДАТКИ.....	253
	Додаток А. Одна з методик оцінки адекватності й точності регресійних і трендових моделей.....	254
	Додаток Б. Форми № 1 і № 2 та перелік додаткових статей фінансової звітності .....	260
	Додаток В. Деталізація змісту статей форми № 1 „Баланс (Звіт про фінансовий стан) на _____ 20__ р.”.....	267
	Додаток Д. Зведена інформація про поширені на ринку програмні продукти для підтримки прийняття рішень при вирішенні задач беззбитковості.....	276

*Моєму науковому керівнику – докт. економ. наук, професору І. С. Ткаченку присвячую, природний талант науковця, невгамовна енергія, невтомна працездатність, широка ерудиція, високий професіоналізм, конструктивна націленість, глибока людяність якого у вирішальній мірі сприяли моєму розвитку та появі цієї праці.*

## ВСТУП

Зміни в управлінській практиці останніх років характеризуються стрімкою активізацією впровадження та застосування нових технологій та філософій менеджменту, що значно впливають на способи організації роботи підприємств. Ці технології включають реконструкцію бізнес-процесів, тотальне управління якістю, зумовлюють підвищення відповідальності і мотивують працівників, що перебувають на нижчих ланках організаційних структур, брати вирішення проблем на себе і самостійно приймати рішення. Оскільки при передаванні всієї інформації на верхні рівні ієрархії управління можливе спотворення інформації, повільне прийняття рішень, відставання від швидких змін ситуації на ринку.

Управлінська діяльність – один з найважливіших факторів функціонування і розвитку підприємств в умовах конкурентного середовища. Ця діяльність постійно удосконалюється відповідно до об'єктивних вимог виробництва, складності господарських зв'язків, підвищення ролі споживача у формуванні техніко-економічних та інших параметрів продукції.

Менеджмент як наукова система організації виробництва є однією з найважливіших умов ефективності і прибутковості діяльності, здобув загальне визнання в усьому світі. Тому сучасна теорія і практика управління набуває особливого значення. Питання скільки і які стадії включає процес прийняття рішень, який конкретний зміст кожного з них, суперечливі і неоднаково вирішуються управлінцями. Це залежить від кваліфікації керівника, ситуації, стилю керівництва і культури підприємства. Важливо, щоб кожний керівник, і особливо фахівець економічного профілю розумів сильні сторони і обмеження кожного підходу та процедуру прийняття рішень і вмів обирати кращий варіант з урахуванням ситуації і власного стилю керівництва.

Дисципліна „Економіко-математичні моделі в управлінні та економіці” згідно навчальних планів є вибірковою навчальною дисципліною циклу природничо-наукової та загальноекономічної підготовки.

Ефективне прийняття рішень необхідне для виконання управлінських функцій. У зв'язку з цим процес прийняття рішень – це один із центральних пунктів теорії прийняття управлінських рішень. Мета теорії прийняття управлінських рішень – підвищення ефективності функціонування соціально-економічних систем шляхом підвищення здатності їх керівництва та провідних спеціалістів до прийняття обгрунтованих об'єктивних рішень у ситуаціях

виняткової складності за допомогою моделей і методів прийняття рішень, а також кількісних і якісних методів прогнозування.

*Об'єктом* дисципліни виступають організаційно-економічні, соціальні та виробничі системи.

*Предметом* вивчення навчальної дисципліни „Економіко-математичні моделі в управлінні та економіці” є методологічні положення та інструментарій математичного моделювання процесів аналізу і управління економічними об'єктами і процесами на макро-, мезо- та мікроекономічному рівнях.

Місце дисципліни у навчальному процесі підготовки бакалаврів.

Теоретико-методологічною базою для вивчення дисципліни є філософія, соціологія, економічна теорія, макроекономіка, мікроекономіка, вища математика, теорія ймовірності і математична статистика, інформатика, статистика, економіка підприємства, економетрика.

Набуті студентами знання, вміння та навички при освоєнні курсу „Економіко-математичні моделі в управлінні та економіці” будуть необхідні їм у подальшому при вивченні таких дисциплін як „Логістика”, „Економічна кібернетика”, „Менеджмент”, „Економіка праці і соціально-трудова відносини”, „Аналіз господарської діяльності”, „Економічний аналіз у галузях економіки”, „Управлінський облік”, „Моделі і методи прийняття рішень в аналізі і аудиті” й ін., при виконанні аналітичних досліджень, під час виробничих практик, при написанні випускних кваліфікаційних робіт, у подальшій професійній діяльності.

*Метою* викладання дисципліни „Економіко-математичні моделі в управлінні та економіці” є формування у студентів системи знань з методології та інструментарію моделювання економічних систем, формування практичних навичок побудови або адаптації та застосування математичних моделей функціонування об'єктів і процесів ринкової економіки.

*Завдання* дисципліни – вивчення методологічних підходів до побудови і застосування економіко-математичних моделей аналізу реальних економічних процесів і управління економічними об'єктами на макро-, мезо- та мікроекономічному рівнях.

Знання та вміння, що формуються під час вивчення дисципліни. Після вивчення дисципліни студент повинен

*знати:*

– методологічні принципи постановки задач кількісного аналізу та математичного моделювання об'єктів, систем і процесів ринкової економіки;

– класи математичних моделей управління об'єктами та процесами ринкової економіки;

– принципи та методичні підходи до побудови економіко-математичних моделей;

– концептуальні положення та інструментарій аналізу математичних моделей та їх застосування в управлінні економічними процесами.

*Уміти:*

– ставити задачі кількісного аналізу та математичного моделювання процесів ринкової економіки;



- використовувати інтернет-простір та інтернет-ресурси науки;
- досліджувати аналітичні та комп'ютерні економіко-математичні моделі для їх застосування в процесах аналізу, оцінювання, прогнозування, планування, прийняття рішень суб'єктами господарської діяльності;
- адаптувати або розробляти і застосовувати динамічні математичні моделі аналізу і прогнозування процесів та явищ;
- застосовувати концептуальні положення та інструментарій композиційної невизначеності, діагностики банкрутства та антикризового управління підприємствами;
- використовувати у поєднанні з швидкодіючою обчислювальною технікою та сучасними програмними продуктами існуючі банки економіко-математичних моделей, що утворюватимуть системи ефективної підтримки прийняття рішень у різних видах економічної діяльності.

Мета посібника – ознайомити студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів, а також тих, хто за родом своєї діяльності вирішує завдання бізнесу стосовно планування комерційної діяльності і виробництва та в процесі державного регулювання економічного розвитку, з можливостями, що відкриваються у разі коректного й цілеспрямованого використання економіко-математичного інструментарію розроблення та підтримки управлінських рішень для зростання ефективності в усіх сферах суспільного життя у зв'язку з прискореним запровадженням суб'єктами господарювання сучасних інформаційно-комунікаційних технологій та рішень щодо створення інформаційних ресурсів і практичного застосування електронних технологій з метою підвищення їх конкурентних переваг.

У навчальному посібнику огляд та аспекти класифікації економіко-математичних моделей здійснюється за видами економічної діяльності, прикладними сферами та у їх розрізі за виконуваними функціями управління. Крім систематизації й порівняльного аналізу економіко-математичних моделей, що підтвердили свою ефективність у різних сферах життя суспільства, посібник містить питання для самоконтролю до кожного розділу, список рекомендованих джерел та приклади завдань для проміжного контролю знань студентів.

Висловлюю щире подяку усім, хто надавав корисні поради щодо кращого викладу матеріалу навчального посібника.

## Тема 1

# ЗАГАЛЬНІ АСПЕКТИ ПРОЦЕСУ ПРИЙНЯТТЯ УПРАВЛІНСЬКИХ РІШЕНЬ. ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ В УПРАВЛІННІ

---

**Мета вивчення теми** – порівняльний аналіз визначень поняття „управління”, систематизація основних характеристик та видів управлінських рішень; дослідження складу учасників процесу прийняття рішення, послідовності і змісту етапів прийняття рішення та етапів застосування системного підходу при розв’язуванні економічної проблеми, а також причин, що обумовлюють використання моделей замість спроб прямої взаємодії з реальними об’єктами.

**Ключові слова:** економічна система, управління, управлінське рішення, процес прийняття рішення, системний підхід.

### 1.1 Основні характеристики і класифікація управлінських рішень

Загалом під управлінням розуміють конкретну організацію певних процесів для досягнення відповідної мети. У загальноприйнятих термінах системного аналізу можна визначити це поняття наступним чином.

*Управління* – це функція системи, спрямована на досягнення певної мети в умовах зміни середовища, зокрема, на зміну стану системи і її поведінки, збереження структури системи та підтримку її функціонування, забезпечення стійкості функціонування системи в цілому та її складових тощо.

З огляду на загальну методологію кібернетики під управлінням слід розуміти процес збирання, збереження, обробки та передачі інформації, який здійснюється спеціальними засобами. Ряд інших визначень систематизовані і зведені у таблицю 1.1.

Таблиця 1.1 – Трактування терміну „управління”

Джерело	Визначення „Управління – це ...”
<b>Розглядаючи управління у функціональному плані, тобто як процес, діяльність</b>	
Згуровський М. З. Основи системного аналізу / М. З. Згуровський, Н. Д. Панкратова. – К. : Видавнича група ВНУ, 2007. – С. 387	Процес перетворення структури, напрямів, цілей, критеріїв певних видів практичної діяльності, а також формування і прийняття рішень з оцінювання, планування і реалізації певних перспективних напрямів практичної діяльності
Мескон М. Х. Основы менеджмента / М. Х. Мескон, М. Альберт; пер. с англ. – М. : Дело, 1990. – С. 70	Процес планування, організування, мотивування, контролю, необхідний для того, щоб сформулювати та досягти цілей організації
Мильнер Б. З. Теория организации / Мильнер Б. З. – М. : ИНФРА-М, 1998. – С. 15	Процес формування цілей, винайдення й реалізації способів їх досягнення
Мухин В. И. Основы теории управления : учебн. / Мухин В. И. – М. : Экзамен, 2002. – С. 14	Діяльність керуючої підсистеми, що полягає у виробленні управляючого впливу и його здійсненні, спрямована на ефективне досягнення мети діяльності системи в цілому
Новіков Б. В. Основы административного менеджмента : навч. посіб. / Новіков Б. В. – К. : Центр навчальної літератури, 2004. – С. 5	Процес планування, організації, мотивації та контролю працівників організації, які забезпечують досягнення її цілей. Інформаційний процес, за допомогою якого професійно підготовлені спеціалісти формують організації та управляють ними, ставлячи цілі і розробляючи засоби їх досягнення
Осовська Г. В. Основы менеджмента : підруч. / Г. В. Осовська, О. А. Осовський. – К. : Кондор, 2006. – С. 17	Процес, за допомогою якого група людей, що співпрацюють, спрямовує свої дії до загальних цілей
Стеченко Д. М. Менеджмент : словник-довідник / Д. М. Стеченко, А. В. Григорович. – Хмельницький : Поділля, 2004. – С. 58	Діяльність, пов’язана з контролем руху ресурсів
Хомініч С. Ю. Управління підприємством на засадах освітнього потенціалу : моногр. / Хомініч С. Ю. – Донецьк : ДНУ, 2006. – С. 28	Сукупність взаємопов’язаних дій, спрямованих на підтримку чи покращення функціонування об’єкта управління відповідно до поставлених цілей
Шарапов О. Д. Системний аналіз : навч. посіб. [для самост. вивч. дисц.] / О. Д. Шарапов, В. Д. Дербенцев. – К. : КНЕУ, 2003	Підготовка, прийняття та реалізація рішень у всіх галузях діяльності підприємства, направлених на досягнення певної мети (с. 17). Процес формування цілеспрямованої поведінки системи за умов зміни зовнішнього середовища через інформаційний вплив, що здійснюється групою людей або приладом (с. 102)
Юдим Б. Г. Организация / Юдим Б. Г. // БСЭ. – 3-е изд. Т. 18. – М. : Советская энциклопедия, 1974. – С. 21	Процес організації такого цілеспрямованого впливу на певну частину середовища, що називається об’єктом управління, в результаті якого задовольняються потреби суб’єкта, який взаємодіє з цим об’єктом
<b>Управління як галузь знань та наука</b>	
Осовська Г. В. Основы менеджмента : підруч. / Г. В. Осовська, О. А. Осовський. – К. : Кондор, 2006. – С. 16	Галузь людських знань, які допомагають здійснити функцію управління. Система наукових знань, яка становить

## Продовження табл. 1.1

Джерело	Визначення „Управління – це ...”
	теоретичну базу практики управління, а точніше забезпечення практики менеджменту науковими рекомендаціями
Шегда А. В. Основы менеджмента : учебн. пос. / Шегда А. В. – К. : Тов-во „Знання”, КОО, 1998. – С. 31	Сукупність знань і методів їх отримання, що постійно накопичується
<b>Цілеспрямований вплив одєї підсистеми на іншу (рис. 1.1)</b>	
Гаврилишин Б. Д. Економічна енциклопедія. У 3-х т. / Гаврилишин Б. Д. – Вид-во „Академія”, 2002. – С. 73	Вплив на процес, об’єкт або систему для збереження їхньої стійкості або переведення з одного стану в інший відповідно до вихначених цілей
Гуртова С. Г. Управление машиностроительным предприятием : учебн. / С. Г. Гуртова, С. В. Смирнова. – М. : Высш. шк., 1989. – С. 24	Цілеспрямований, підпорядкований вплив органів керівництва, адміністрації з метою ефективного виконання плану економічного та соціального розвитку підприємств
Згуровський М. З. Основи системного аналізу / М. З. Згуровський, Н. Д. Панкратова. – К. : Видавнича група ВНУ, 2007.	Цілеспрямована зміна дій, властивостей систем у заздалегідь визначених межах (с. 387). Будь-які цілеспрямовані дії для досягнення певних корисних змін або перетворень у керованій системі (с. 388)
Коломийцев В. Е. Універсальний словник економічних термінів / Коломийцев В. Е. – Вид-во „Молодь”, 2000. – С. 25	Систематичний вплив на об’єкт з метою забезпечення його життєдіяльності, злагодженої роботи і досягнення кінцевого результату
Коробков Э. М. Концепция менеджмента : учебн. пос. / Коробков Э. М. – М. : Дело, 1996. – С. 16	Процес цілеспрямованого впливу суб’єкта управління на об’єкт з метою досягнення певних результатів
Кузьмин О. Є. Основи менеджменту : навч. посіб. / О. Є. Кузьмин, О. Т. Мельник. – Академічне вид-во, 2003. – С. 18	Цілеспрямована дія на об’єкт з метою змінити його стан або поведінку у зв’язку зі зміною обставин
Мухин В. И. Основы теории управления : учебн. / Мухин В. И. – М. : Экзамен, 2002. – С. 15	Вплив на об’єкт, обраний з множини можливих впливів на основі наявної для цього інформації, що покращує функціонування або розвиток даного об’єкта
Осовська Г. В. Основы менеджмента : підруч. / Г. В. Осовська, О. А. Осовський. – К. : Кондор, 2008. – С. 18	Вплив на колектив, який направлений на досягнення мети, і необхідні для цього взаємопов’язані заходи
Шарапов О. Д. Економічна кібернетика : навч. посіб. / Шарапов О. Д., Дербенцев В. Д., Семьонов Д. Є. – К. : КНЕУ, 2005. – С. 122	Цілеспрямований вплив на систему з метою досягнення нею бажаного (з погляду керуючого пристрою) стану
<b>Управління як функція, вид діяльності</b>	
Миличихин К. А. Основы теории управления. Научно-методические материалы / Миличихин К. А. – М. : МО СССР, 1979. – С. 39	Функція організованих систем різної природи, що забезпечує збереження їх певної структури, підтримку режиму діяльності, реалізацію їх програм і цілей
Новіков Б. В. Основы административного менеджмента : навч. посіб. / Новіков Б. В. – К. : Центр навчальної літератури, 2004. – С. 4	Специфічний вид діяльності, що перетворює неорганізований натопв на організовану, цілеспрямовану, продуктивну групу
Осовська Г. В. Основы менеджмента : підруч. / Г. В. Осовська, О. А. Осовський. – К. : Кондор, 2008. – С. 16	Функція, вид діяльності з керівництва людьми в організаціях
Пушкаръ Р. М. Менджмент : теорія і практика :	Функція в діяльності, зміст якої складає

Закінчення табл. 1.1

Джерело	Визначення „Управління – це ...”
підруч. / Р. М. Пушкарь, Н. П. Тарновська. – Тернопіль : Карт-бланш, 2003. – С. 49	керівництво підлеглими в організації
<b>Управлінський механізм</b>	
Новіков Б. В. Основи адміністративного менеджменту : навч. посіб. / Новіков Б. В. – К. : Центр навчальної літератури, 2004. – С. 4	Сукупність стратегій, принципів, методів, засобів і форм наукового керування діяльністю з метою підвищення її ефективності та задоволення ринкових потреб споживачів
Основи менеджменту. Конспект лекцій [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <a href="http://ukrkniga.org.ua">http://ukrkniga.org.ua</a>	Сукупність скоординованих дій, спрямованих на досягнення певної мети
Осовська Г. В. Основи менеджменту : підруч. / Г. В. Осовська, О. А. Осовський. – К. : Кондор, 2006. – С. 16	Сукупність раціональних методів і організаційних прийомів управління фірмою або корпорацією
Шатун В. Т. Основи менеджменту : навч. посіб. / Шатун В. Т. – Миколаїв : МДТУ ім. П. Могили, 2006. – С. 37	Механізм для досягнення мети
<b>Орган управління</b>	
Новіков Б. В. Основи адміністративного менеджменту : навч. посіб. / Новіков Б. В. – К. : Центр навчальної літератури, 2004. – С. 4	Орган управління, адміністративна одиниця
Осовська Г. В. Основи менеджменту : підруч. / Г. В. Осовська, О. А. Осовський. – К. : Кондор, 2008. – С. 21	Орган управління організацією, у рамках якої проводяться заходи, які свідомо координуються і направлені на досягнення загальних цілей
Румянцева З. П. Менеджмент организации : учебн. пос. / [под ред. З. П. Румянцевой, И. А. Соломатина и др.]. – М. : ИНФРА-М, 1996. – С. 12	Специфічний орган сучасних організацій, без нього організація як цілісне утворення не може існувати і працювати ефективно
[Електронний ресурс]. – Режим доступу : <a href="http://uk.wikipedia.org/wiki/Управління">http://uk.wikipedia.org/wiki/Управління</a>	Адміністративна установа або відділ якоїсь установи, організації, що відає певною галуззю господарської, наукової, військової, ін. діяльності
<b>Координування діяльності групи осіб</b>	
Мескон М. Х. Основы менеджмента / Мескон М. Х., Альберт М., Хедоури Ф.; пер. с англ. – М. : Дело, 1992. – С. 36	Система організації колективної праці, ефективного використання ресурсів, концентрації зусиль на підвищенні якості роботи персоналу підприємства
Семенов А. К. Основы менеджмента / А. К. Семенов, В. И. Набоков. – М. : Издательская корпорация „Дашков и К”, 2008. – С. 62	Свідоме спрямування і координація діяльності підрозділів (груп людей) на підприємстві для досягнення цілей
Яків Р. Енциклопедія бізнесмена, економіста, менеджера / Яків Р. – К. : Міжнародна економічна координація, 2000. – С. 15	Елемент, складова виробничих та підприємницьких відносин, що ставлять своїм завданням координувати, погоджувати діяльність людей і трудових колективів щодо організації виробництва матеріальних благ, їх розвитку, реалізації
[Електронний ресурс]. – Режим доступу : <a href="http://kulbakov.ru/page591">http://kulbakov.ru/page591</a>	Організація роботи людей для досягнення кінцевих цілей найбільш раціональними способом

Суб'єкти господарської діяльності є системами організаційного управління і управлінські дії в них спрямовані на організацію (узгодження) поведінки колективів людей, отже є інформаційними. Для цих систем справедливим є визначення *управління* як процесу цілеспрямованої переробки

інформації в результаті виконання ряду інформаційних процедур – пошук необхідної для управління інформації, збір та зберігання інформації, попередня обробка інформації (сортування, фільтрація, попередні розрахунки, перетворення інформації тощо), передавання інформації та обмін нею, дослідження та аналіз інформації, розробка рекомендацій та прийняття рішень, формування звітів та архівація інформації. Виходячи з наведеного вище, можна дати наступне визначення.

Акт цілеспрямованої дії на керовану підсистему (об'єкт управління), що базується на вхідній зовнішній і внутрішній інформації, з урахуванням зовнішніх збурювальних факторів і у результаті виконання інформаційних процедур, з метою досягнення поставленої раніше мети, називається *прийняттям рішення*, а процес формування цього рішення – *процесом прийняття рішення*.

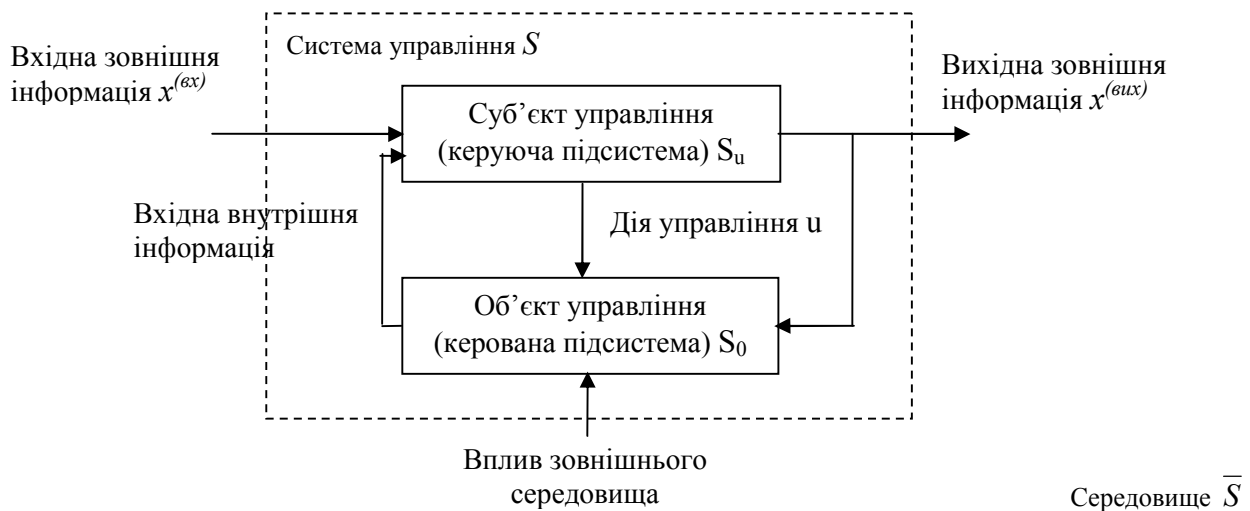


Рисунок 1.1 – Соціально-економічна система (організація) як відкрита система

Від правильності і своєчасності управлінських рішень (табл. 1.2) залежить ефективність управління, а отже і ефективність діяльності. Рішення є універсальною формою поведінки як окремої особи, так і соціальних груп. Ця універсальність пояснюється свідомим і цілеспрямованим характером людської діяльності. Проте, незважаючи на універсальність рішень, їх прийняття в процесі управління соціально-економічною системою (організацією) істотно відрізняється від рішень, що приймаються у приватному житті. Ці відмінності полягають у наступному:

1) суб'єкт управління приймає рішення виходячи не із своїх власних потреб, а в цілях вирішення проблем конкретної організації;

2) на відміну від приватного вибору індивіда, що позначається на його власному житті і може вплинути на небагатьох близьких йому людей, управлінець (особливо високого рангу) вибирає напрям дій не тільки для себе, а і для організації в цілому та її працівників, тому його рішення можуть істотно вплинути на життя багатьох людей, а якщо організація велика і впливова,

рішення її керівників можуть серйозно відбитися на соціально-економічній ситуації цілих регіонів;

3) якщо у приватному житті людина, приймаючи рішення, як правило, сама його і виконує, то в організації існує певний розподіл праці: одні працівники зайняті вирішенням поточних проблем і прийняттям рішень, інші – реалізацією цих рішень;

4) у приватному житті кожна людина самостійно приймає рішення на основі свого інтелекту і досвіду, в управлінні організацією прийняття рішень – набагато складніший, відповідальніший і формалізований процес, що вимагає професійної підготовки. Далеко не кожен співробітник організації, а лише той, що володіє певними професійними знаннями і навичками, наділяється повноваженнями самостійно приймати певні рішення.

Враховуючи ці відмінні особливості в [1, с. 10-11] наводиться таке визначення управлінського рішення.

*Управлінське рішення* – це вибір альтернативи, здійснений керівником в рамках його посадових повноважень та компетенції, направлений на досягнення цілей керованої системи (організації).

Таблиця 1.2 – Класифікація управлінських рішень

Класифікаційна ознака	Види управлінських рішень	Розкриття змісту виду управлінського рішення
1 Залежно від повторюваності проблеми, що вимагає вирішення	1.1 Традиційні	Рішення, які неодноразово зустрічалися в практиці, коли необхідно лише зробити вибір із вже наявних альтернатив
	1.2 Нетипові (нетрадиційні)	Рішення, пошук яких пов'язаний, перш за все, з генерацією нових альтернатив
2 Значущість мети	2.1 Тактичні	Прийняття рішення переслідує самостійну власну мету
	2.2 Стратегічні	Прийняття рішення є засобом сприяння досягненню мети вищого порядку
3 Сфера дії	3.1 Локальні	Результат рішення може позначитися на якійсь одній або кількох підсистемах організації
	3.2 Глобальні	Рішення, що приймається з метою вплинути на роботу організації в цілому
4 Тривалість реалізації	4.1 Короткострокові	Якщо між прийняттям рішення і завершенням його реалізації мине порівняно короткий термін
	4.2 Перспективні (довгострокові)	Результати яких можуть бути віддалені на кілька років
5 Прогнозовані наслідки рішення	5.1 Кореговані	Управлінські рішення, що у процесі їх реалізації так чи інакше піддаються корегуванню з метою усунення будь-яких відхилень або врахування нових чинників
	5.2 Некореговані	Рішення, наслідки яких незворотні, тобто не підлягають коригуванню
6 Метод розробки рішення	6.1 Формалізовані	Результат виконання заздалегідь визначеної послідовності дій, тобто приймаються за заздалегідь визначеним алгоритмом оскільки є

Класифікаційна ознака	Види управлінських рішень	Розкриття змісту виду управлінського рішення
		типовими, часто повторюються, тому керівництво організацій часто формалізує рішення, розробляючи відповідні правила, інструкції та нормативи. Формалізація прийняття рішень підвищує ефективність управління в результаті зниження вірогідності помилки і заощадження часу: не потрібно заново розробляти рішення кожного разу, коли виникає відповідна ситуація
	6.2 Неформалізовані	Грунтуються на інтелектуальних здібностях, таланті й особистій ініціативі керівників у разі виникнення в процесі управління організаціями нових, нетипових ситуацій і нестандартних проблем, що не піддаються формалізованому рішення
	6.3 Займають проміжне положення	Допускають у процесі їх розробки як прояв особистої ініціативи, так і застосування формальної процедури
7 Кількість критеріїв вибору	7.1 Однокритеріальні (прості)	Якщо вибір якнайкращої альтернативи проводиться тільки за одним критерієм, що характерно для формалізованих рішень
	7.2 Багатокритеріальні (складні)	Характерні для практики управління, коли вибрана альтернатива має задовольняти одночасно декілька критеріїв
8 Форма прийняття рішення	8.1 Одноосібні	Особа, яка здійснює вибір з наявних альтернатив кінцевого рішення, одна
	8.2 Колегіальні (групові, колективні)	Вирішення складних ситуацій і проблем, що вимагають всебічного, комплексного аналізу, тобто участі групи керівників і фахівців. Певні рішення законодавчо віднесені до групи колегіальних. Колегіальна форма прийняття рішень знижує оперативність управління і „розмиває” відповідальність за його результати, проте запобігає грубим помилкам і зловживанням, а також підвищує обґрунтованість вибору
9 Спосіб фіксації рішення	9.1 Документовані (фіксовані)	Оформлені у вигляді певного документа – наказу, розпорядження, листа і т.п.
	9.2 Недокументовані (усні)	Не мають документальної форми – дрібні, несуттєві рішення та рішення, прийняті в надзвичайних, гострих ситуаціях, що не терплять зволікання
10 Залежно від наявності, ступеня повноти і достовірності	10.1 Детерміновані	Прийняті в умовах визначеності (переважно при вирішенні задач бухгалтерського і складського обліку, при підготовці виробництва тощо)



Закінчення табл. 1.2

Класифікаційна ознака	Види управлінських рішень	Розкриття змісту виду управлінського рішення
використаної інформації	10.2 Ймовірнісні	Приймаються в умовах невизначеності та (або) ризику. Характерні, наприклад, для поточного і оперативного-календарного планування, для процесів управління запасами матеріальних ресурсів
	10.3 Творчі	Переважають при вирішенні таких питань як прогнозування та перспективне планування

Управлінські рішення повинні відповідати вимогам наукової обґрунтованості, цілеспрямованості, законності, оптимальності (ефективності), своєчасності, комплексності. Окрім цього, при виборі рішень слід враховувати такі аспекти (чинники): правовий, соціальний, економічний, екологічний, політичний, організаційний, психологічний, науковий, технічний, технологічний та ін.

Розрізняють наступні класи задач прийняття рішень.

1. Залежно від зв'язку між альтернативними планами дій та наслідками:

1.1) детерміновані – коли наслідок однозначно визначається обраним планом дій, тобто коли вибір одного з допустимих планів дій приводить лише до одного з множини можливих наслідків;

1.2) недетерміновані – коли вибір одного з допустимих планів дій може приводити до кількох з множини можливих наслідків, причому конкретний наслідок визначатиметься залежно від стану, в якому перебуватиме зовнішнє середовище. У разі недетермінованості розрізняють:

1.2.1) задачі прийняття рішень в умовах невизначеності – коли розподіл імовірностей на множині можливих станів природи або на множині можливих наслідків невідомий;

1.2.2) задачі прийняття рішень в умовах ризику – коли розподіл імовірностей на множині можливих станів природи чи множині можливих наслідків або відомий, або може бути оцінений.

2. За кількістю критеріїв оптимальності, що враховуються:

2.1) однокритеріальні;

2.2) багатокритеріальні.

3. Стосовно особи, яка приймає рішення:

3.1) задачі індивідуального вибору;

3.2) задачі групового вибору.

4. За специфікою розгляду інтервалу часу, для якого здійснюється дослідження:

4.1) статичні – коли весь інтервал часу, що досліджується, можна розглядати як один часовий проміжок;

4.2) динамічні – коли досліджуваний інтервал часу потрібно або доцільно розбити на кілька суміжних часових проміжків, після чого вивчати динаміку системи або процесу на окремих часових проміжках, з обов'язковим урахуванням міжпроміжкових зв'язків. Серед динамічних задач за кількістю

часових проміжків розрізняють, у свою чергу, задачі з дискретним та задачі з неперервним часом, а також задачі на скінченному та задачі на нескінченному інтервалі часу.

Для кожного з класів задач прийняття рішень існують відповідні підходи до розв'язування, економіко-математичне моделювання, математичні методи, сучасні інформаційні технології. Знання особливостей, переваг та недоліків різноманітних процедур і технологій прийняття рішень дозволяє обирати належний спосіб дій у конкретних проблемних ситуаціях.

Науковці називають сім типових помилок, яких бажано уникати під час прийняття рішень:

- 1) своєчасно не підготуватися – непідготовленість призводить до прийняття необміркованих рішень;
- 2) не враховувати можливі наслідки – сліпі рішення;
- 3) не брати до уваги інтереси зацікавлених осіб – егоїстичні рішення;
- 4) повністю покладатися лише на натхнення або інтуїцію – „геніальні” рішення;
- 5) визначати напрямок дій лише на підставі власного настрою або симпатій, відкидаючи раціональні міркування, – емоційні рішення;
- 6) вважати себе найрозумнішим та ігнорувати поради й рекомендації фахівців – самовдоволені та самовпевнені рішення;
- 7) не вчитися на власних помилках – нерозумні та вперті рішення.

## **1.2 Учасники процесу прийняття рішень. Етапи підготовки, прийняття і реалізації рішень**

У підготовці і прийнятті управлінських рішень, як правило, бере участь ціла група фахівців, що відповідають за той або інший процес підтримки рішення, керівник, на якого лягає завдання остаточного вибору найкращого варіант, а також ряд зацікавлених осіб.

*Власником проблеми* є особа, яка (на думку оточуючих) повинна її вирішувати і несе відповідальність за прийняті рішення. Ці рішення можуть безпосередньо впливати на його добробут і суспільне становище.

Центральною фігурою і суб'єктом прийняття рішення виступає *особа, яка приймає рішення* (ОПР): індивідуальна (одна особа) чи групова – кілька осіб, що виробляють колективне рішення. Причому індивідуальна ОПР – це не завжди одна фізична особа, оскільки часто роль індивідуальної ОПР може відігравати й сукупність осіб, які обстоюють певні спільні інтереси, або юридична особа. Груповою ОПР, у свою чергу, може бути й кілька груп осіб, якщо кожна з груп має ті чи інші власні інтереси та переважання. Далеко не завжди ОПР є також і власником проблеми. Вважається [2, с. 14-15], що ОПР – це керівник або керівний орган, який формулює проблему, відіграє вирішальну роль у виборі розв'язку та несе відповідальність за обране рішення.

Раціональна ОПР завжди бере до уваги інтереси, так званих, *активних груп*, враховуючи їх позицію та критерії при оцінці альтернативних варіантів дій.

Для допомоги у пошуку рішення ОПР залучає експертів та консультантів. *Експертами* називають досвідчених висококваліфікованих спеціалістів, які на професійному рівні володіють окремими аспектами проблемної ситуації, що розглядається, і здатні застосувати всю свою інтуїцію при прогнозуванні та прийнятті рішень. Їх оцінки щодо тієї чи іншої проблемної ситуації є суб'єктивними, але за умови незалежності, безпристрасності та високого професіоналізму експерта, оцінки близькі до об'єктивних.

Роль *консультанта* при прийнятті складних (зазвичай стратегічних) рішень зводиться до розумної організації процесу прийняття рішень, допомоги ОПР і власникові проблеми в правильній постановці задачі, виявлення ролі й позицій активних груп, організації роботи з експертами. Консультант (або аналітик) зазвичай не дає власних оцінок при прийнятті рішень, він лише допомагає іншим з'ясувати переваги, зважити всі „за” і „проти” та виробити розумний компроміс.

Експерти і консультанти є фахівцями у певних предметних галузях, у тому числі з питань технології та організації процесів прийняття та впровадження рішень. Експерти та консультанти відповідальні за обґрунтованість рекомендацій, які вони готують для ОПР, проте вони не підміняють ОПР у виборі рішення. Остаточне рішення завжди обирає ОПР відповідно до власної системи цінностей, переважань, ставлення до ризику та несе повну відповідальність за свій вибір і його наслідки.

На практиці управління здійснюється у вигляді множини взаємопов'язаних процесів підготовки, прийняття та організації виконання рішень, тобто через певні стадії прийняття рішень. Поняття „рішення”, „прийняття рішення” означають як процес, так і акт (результат) вибору. Розглядаючи рішення як процес, В. Р. Кігель [2, с. 12-13] виокремлює наступні послідовні етапи:

1) підготовчий – усвідомлення та вивчення проблемної ситуації; формулювання цілей; оцінювання часу та обмежень (ресурсних, інформаційних тощо); формування переліку альтернатив; попереднє ранжування альтернатив.

2) прийняття рішення – оцінювання альтернатив та їх упорядкування за перевагами; вибір та затвердження рішення.

3) реалізації рішення – встановлення послідовності, термінів та методів (способів) виконання рішення; визначення виконавців та доведення до них рішення для виконання; забезпечення виконавців необхідними ресурсами.

4) контролю та аналізу ефективності – організація контролю за виконанням рішення; облік, контроль і аналіз виконання рішення та його результатів; оцінювання ефективності результатів виконання рішення (з подальшим переосмисленням проблемної ситуації).

Розглядаючи процес прийняття рішення з технологічної точки зору С. В. Лубенець [1, с. 15-17] представляє його у вигляді взаємопов'язаної послідовності етапів і процедур (рис. 1.2), які на практиці в тій чи іншій мірі можуть здійснюватися паралельно.

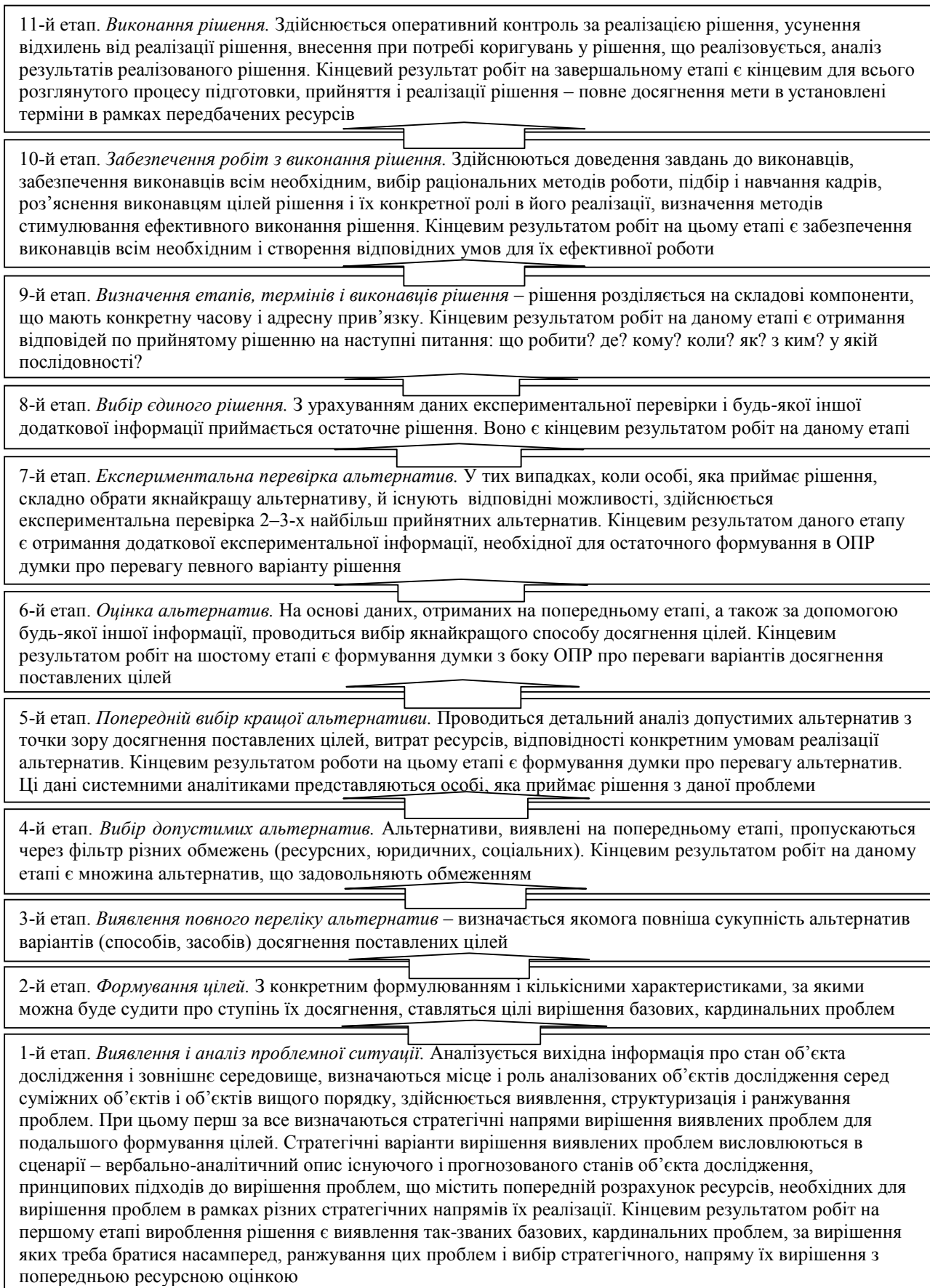


Рисунок 1.2 – Перелік стандартних етапів підготовки, прийняття і реалізації рішень

Вибір раціональних і ефективних управлінських рішень неможливий без всебічного аналізу комплексу взаємозалежних чинників, визначення і порівняльної оцінки можливих альтернатив і допустимих планів дій. У зв'язку з чим, а також через розвиток інформаційних технологій, широкого застосування в процедурах прийняття управлінських економічних рішень набули математичні моделі і методи. Серед фундаторів цієї наукової і високоефективної галузі можна назвати В. Леонтєва, Дж. Неймана, Л. Канторовича, Дж. Дантціга, В. Глушкова.

Процес прийняття рішень із використанням економіко-математичного інструментарію складається з таких основних етапів:

- 1) визначення проблемної ситуації та її формалізований опис;
- 2) розробка (адаптація) економіко-математичних моделей;
- 3) вибір методів і програмних засобів для проведення розрахунків;
- 4) підготовка вихідної інформації;
- 5) пошук і аналіз варіантів рішення;
- 6) ухвалення рішення та затвердження плану його реалізації;
- 7) контроль за виконанням рішення і оцінка результатів;
- 8) аналіз проблемної ситуації та її переосмислення.

Реальний процес управління і прийняття управлінських рішень набагато складніший від наведених спрощених та абстрактних схем.

### **1.3 Системний підхід у прийнятті управлінських рішень. Необхідність моделювання економічних систем**

Основне призначення теорії прийняття управлінських рішень полягає в тому, щоб забезпечити керівників різних рівнів науковою базою для вирішення проблем, пов'язаних із взаємодією складових керованої системи на користь останньої як єдиного цілого. Особливостями теорії прийняття управлінських рішень є використання наукового методу, системна орієнтація та використання моделей.

Науковий метод є фундаментальною процедурою будь-якого наукового дослідження, вперше використаного на практиці школою наукового управління. Він складається з наступних трьох етапів:

1) спостереження – об'єктивний збір і аналіз інформації, що стосується проблемної ситуації;

2) формулювання гіпотези. Формулюючи гіпотезу, дослідник виявляє наявні альтернативи (варіанти дій) і їх наслідки для ситуації, а також виконує прогноз, заснований на спостереженнях. Мета формулювання гіпотези – встановлення взаємозв'язку між компонентами проблеми.

3) верифікація (або підтвердження) достовірності гіпотези – передбачає перевірку дослідником сформульованої гіпотези спостереженнями за результатами прийнятого рішення. При незадовільних результатах гіпотезу слід визнати недостовірною. У такому разі керівник повинен повернутися до етапу спостереження, додати до існуючої нову інформацію, зібрану на етапі

перевірки гіпотези після чого сформулювати нову гіпотезу.

Проблеми прийняття рішень в широкому плані можна розглядати як проблеми аналізу складних систем. Застосовуючи науковий метод для вирішення проблем управління необхідно пам'ятати, що будь-яка організація, у тому числі й підприємство – це відкрита система, що складається з взаємозв'язаних частин – підсистем. Тому другою особливістю наукового підходу до управління є системна орієнтація.

Система – це свого роду засіб подолання складності об'єкта, спосіб знайти просте у складному. Система будується для об'єкта будь-якої природи (матеріального чи мислимого) з метою його дослідження. З позиції дослідника (спостерігача) системи поняття „система” та „об'єкт” відрізняються тим, що одному об'єкту може відповідати багато різних систем, а різні об'єкти можуть мати одну й ту ж систему.

Поняття „система” виникло понад два тисячоліття тому і сьогодні, за підрахунками дослідників [3], існує більше півтисячі визначень цього терміну. Одним з наукових визначень цього поняття є наступне.

*Система (S)* – це множина взаємопов'язаних, взаємозалежних елементів будь-якої природи, що поєднані за певними системотвірними ознаками, утворюють єдине ціле та підпорядковані певній спільній меті [4].

З точки зору загальної теорії систем, *економічною системою* називається складна динамічна система управління, яка реалізує виробництво, розподіл, обмін і споживання продуктованих благ з метою задоволення необмежених людських потреб<sup>1</sup>. Виконуючи свою головну функцію, економічна система розміщує ресурси, виробляє продукцію, розподіляє предмети споживання, здійснює накопичення. Економічну систему як сукупність усіх елементів та зв'язків виробництва і суспільних відносин можна розглядати на виробничо-технологічному та організаційно-господарському рівнях, що в кінцевому результаті приводить до формування двох основних підсистем економіки – виробничої та фінансово-кредитної. Кожна з підсистем є окремою економічною системою, що представляє первинний об'єкт дослідження ( все те, що належить до економіки) в різних інтерпретаціях.

Основні характеристики, властиві довільній економічній системі макро-, мезо- чи мікрорівня, представлені на рисунку 1.3.

Оскільки економічна система – це конкретний варіант системи, то *системний підхід*, зміст якого полягає в комплексному, всебічному, всеохоплюючому вивченні об'єкта пізнання (проблеми, явища, процесу) як єдиної цілісної системи, – єдиний правильний підхід щодо дослідження економічних систем. Це означає, що для даного об'єкта повинні бути виділені елементи, зовнішні та внутрішні зв'язки, а також їх цілі, що є суттєвими для поставленої задачі. Метою використання системного підходу до розв'язання конкретної проблеми є більш повне обґрунтування прийняття рішень.

---

<sup>1</sup> Принцип необмежених потреб суспільства слід розуміти наступним чином: економіка орієнтується на максимальне задоволення людських потреб, які, згідно з законом випереджаючого зростання потреб, ніколи повністю задовольнити не можна

ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕКОНОМІЧНИХ СИСТЕМ	Складність	Економічна система характеризується великою кількістю зв'язків, поліфункціональністю, поліструктурністю, багатокритеріальністю, багатоваріантністю
	Динамічність	Система функціонує в часі, її поведінка залежить від часу, у зв'язку з чим вона має свою передісторію, характеризується певним життєвим циклом, її поточний стан відображає конкретну фазу свого існування (зростання, стабілізацію тощо)
	Керованість	Економічна система є кібернетичною системою, тобто системою управління, отже, нею можна управляти
	Цілісність	Усі її елементи (підсистеми) підпорядковані єдиній меті, що ставиться перед системою
	Емерджентність	Властивості цілісної системи не зводяться до властивостей її окремих елементів
	Просторова і часова визначеність та обмеженість	Економічна система функціонує в конкретній просторовій та часовій областях, що є обмеженими. Це дозволяє побудувати для економічної системи модель або систему моделей, що у свою чергу дають можливість вирішувати завдання спостереження (визначення теперішнього стану системи на основі поведінки її вихідних величин у майбутньому), ідентифікації (визначення теперішнього стану на основі даних про поведінку системи в минулому) та прогнозування (визначення майбутнього стану системи на основі минулих та поточних вихідних даних)
	Гомеостатичність	Це здатність до самозбереження та протидії руйнівним впливам середовища
	Стійкість	Цією характеристикою оцінюється ступінь „інертності” системи. У рамках теорії систем розрізняють структурну стійкість і стійкість траєкторії поведінки системи
	Інерційність	Виявляється переважно в реакції на запізнення дії відповідних факторів (елементів); такі запізнення описуються за допомогою моделей лагів
	Адаптивність	Це характеристика пристосованості економічної системи. Є два види адаптації: пасивна (внутрішня) і активна (механізм адаптивного управління економічною системою)
	Відносна автономність	У результаті дії зворотного зв'язку кожна зі складових вихідного сигналу може бути змінена за рахунок зміни вхідного сигналу

Рисунок 1.3 – Основні характеристики економічних систем

Системні підходи в науці вивчає системний аналіз – прикладна дисципліна, предметом якої є загальна методологія, що містить як формалізовані (математичні), так і неформалізовані (евристичні) методи, цілеспрямованої діяльності людини для здобуття знань.

Проблеми розрізняються за ступенем структурованості: достатньо структуровані – описуються кількісними оцінками; вивчаються математичними методами; неструктуровані – описуються якісними оцінками; вивчаються евристичними методами; слабоструктуровані – описуються як кількісними, так і якісними оцінками, і для дослідження яких в основному застосовується системний аналіз.

Основні принципи системного підходу наведені на рисунку 1.4.

Виділяють наступні основні етапи реалізації системного підходу при розв’язуванні економічної проблеми.

1. Ідентифікація проблеми, тобто її усвідомлення, уточнення, з’ясування.
2. Внутрішній аналіз проблеми, тобто її загальне формулювання, визначення об’єкта та предмета дослідження, декомпозиція проблеми на підпроблеми.
3. Зовнішній аналіз проблеми, тобто визначення мети дослідження та системи, яка застосовується до розв’язання даної проблеми.
4. Ідентифікація систем, тобто системний аналіз об’єкта, його структуризація як окремої системи, діагностика системи (цілі, критерії, обмеження, тенденції, фактори, властивості).
5. Синтез моделі, тобто опис структури моделі та її параметрів, ідентифікація моделі, визначення цільової функції і обмежень, а також різноманітності моделей.
6. Аналіз поведінки моделі, тобто імітація роботи системи на основі моделі, аналіз адекватності моделі, аналіз її можливих модифікацій тощо.
7. Оптимізація системи на основі результатів експериментів з її моделлю. Цей етап реалізується шляхом планування оптимізаційного експерименту, ідентифікації експериментальної моделі, аналізу результатів експерименту з моделлю та інтерпретації цих результатів стосовно системи, що розв’язує проблему, а також реалізації розв’язку.

Ефективність прийнятих рішень і управління економічними системами у цілому залежить від обсягу і якості управлінської інформації та наявних у ОПР знань, досвіду, інтуїції, від оперативності, глибини і якості виконання інформаційних процедур. Отже, для отримання реціональних рішень необхідно нарощувати об’єми управлінської інформації і професійних знань, забезпечувати їх якість, достовірність і повноту, збільшувати швидкість та глибину обробки, дослідження і аналізу інформації з урахуванням всіх діючих та прогнозуванням можливих у майбутньому зовнішніх і внутрішніх впливів. Крім того, приймати управлінські рішення необхідно в режимі реального часу, в темпі виробництва, поки вони актуальні, і є потреба в цих рішеннях.



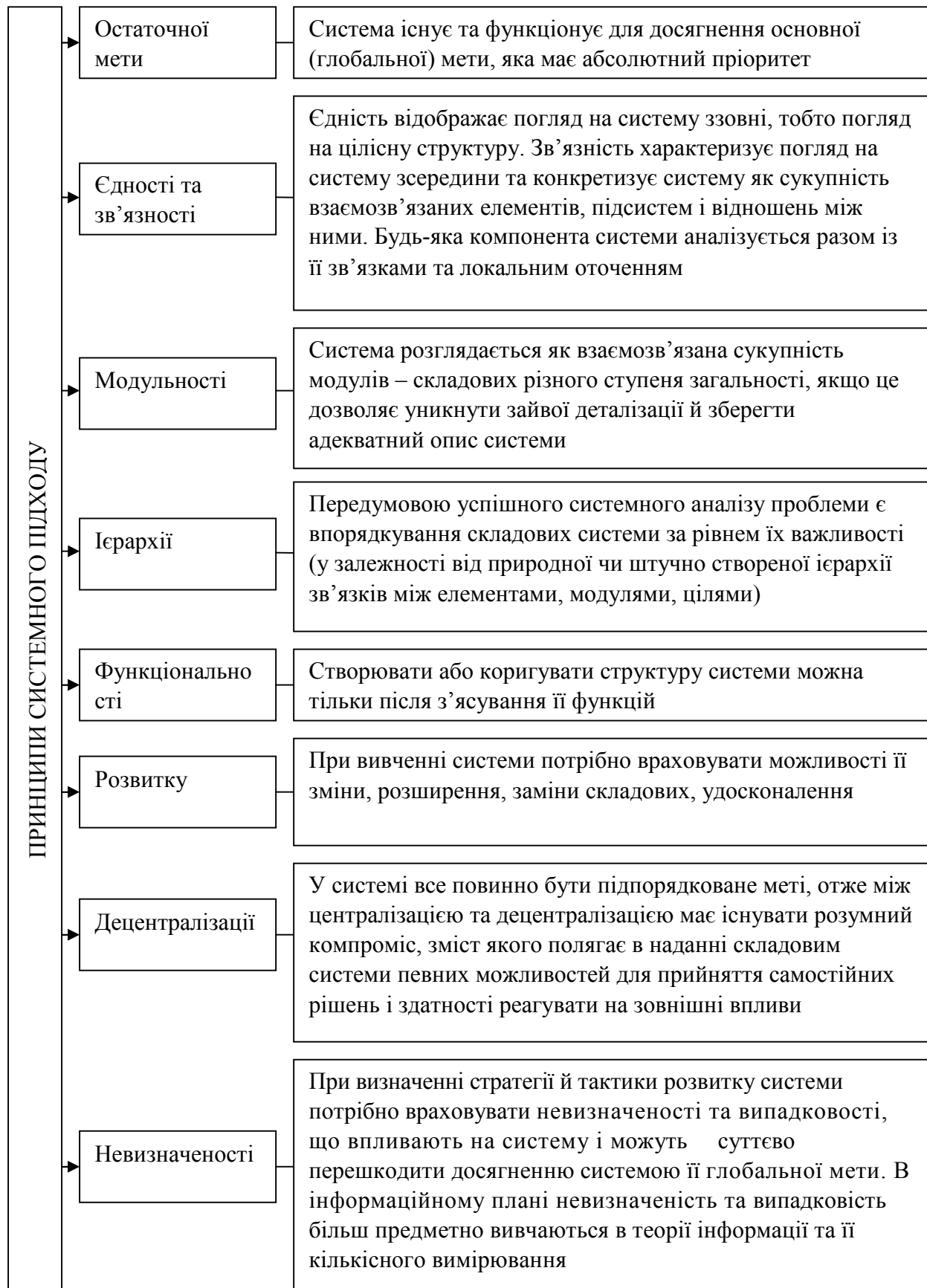


Рисунок 1.4 – Принципи системного підходу

Однак, при реалізації перерахованих вимог все частіше виникає проблема – людський фактор – обмежені можливості людини у сприйнятті і обробці інформації, в отриманні й застосуванні професійних знань і вмінь. Особливо ці недоліки проявляються при наявності кількох проблемних ситуацій, коли управлінець вимушений в умовах обмеженості часу працювати в режимі багатозадачності і багато проблемності, все зростаючого темпу життя і наростаючих інформаційних потоків. У результаті в деякий момент особа, що приймає рішення, вже не справляється зі зростаючим інформаційним навантаженням, а це може бути вкрай небезпечним для її здоров'я. Саме інформаційне перевантаження є однією з причин виникнення таких сучасних захворювань активних менеджерів, як стреси, депресія, синдром поверхневої уваги тощо, в результаті чого рішення, що приймаються ними, можуть бути далеко не найкращими і не ефективними, неадекватними, або взагалі відсутні як такі.

Можливість приймати ефективні і своєчасні управлінські рішення в таких умовах надають сучасні інформаційні системи і технології, що базуються на застосуванні математичного, програмного і апаратного забезпечення: сучасні економіко-математичні моделі і методи прийняття рішень, а також спеціальні системи підтримки прийняття рішень (СППР), в які ці моделі і методи закладені; сучасні інструментальні системи аналітичного та імітаційного моделювання тощо. Застосування систем підтримки прийняття рішень дозволяє суб'єкту управління підвищити ефективність прийняття рішень завдяки моделюванню та автоматизації інформаційних процедур. Однак, якими б досконалішими не були СППР та інші, перераховані вище засоби, вони не здатні повністю замінити людину. Неможливо приймати ефективні рішення, опираючись тільки на формальні наукові методи. Наука і технічні засоби з одного боку, а досвід, знання та інтуїція ОПР – з другого, мають поєднуватися і доповнювати одне одного, тобто справджуватися відомий принцип зовнішнього доповнення.

І врешті, третьою особливістю теорії прийняття управлінських рішень є використання різних моделей. Модель допомагає зрозуміти складні системи, передбачити їхнє поведіння і розвиток процесів у різних ситуаціях, дає можливість змінювати параметри й навіть структуру моделі, щоб направити ці процеси в бажане русло. Моделювання – це єдиний до теперішнього часу спосіб встановити потенційні наслідки альтернативних рішень, що дозволяє їх об'єктивно порівнювати, а також побачити варіанти майбутнього.

До причин, що обумовлюють використання моделей замість спроб прямої взаємодії з реальними об'єктами, відносяться складність багатьох систем і проблем управління, неможливість проведення експериментів у реальному житті, навіть коли вони необхідні, а також орієнтація управління на майбутнє. Враховуючи виняткову важливість моделювання і його значну роль при дослідженні економічних процесів і прийнятті рішень, розглянемо етап використання моделей докладніше (див. тему 2).

## Перелік посилань до теми 1

1. Лубенець С. В. Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / Лубенець С. В. – Львів : ПП „Магнолія 2006”, 2010. – 261 с. 2. Кігель В. Р. Математичні методи ринкової економіки : навч. посіб. / Кігель В. Р. – К. : Кондор, 2003. – 158 с. 3. Григорків В. С. Економічна кібернетика : навч. посіб. / Григорків В. С. – Чернівці : Рута, 2006. – 198 с. 4. Шарапов О. Д. Економічна кібернетика : навч. посіб. / Шарапов О. Д., Дербенцев В. Д., Семьонов Д. Є. – К. : КНЕУ, 2005. – 231 с.



### Питання для самоперевірки до теми 1

1. Дайте визначення понять „управління” та „система управління”.
2. Наведіть приклади керованих та некерованих систем.
3. Дайте визначення економічної системи.
4. Назвіть основні структурні елементи економічної системи та розкрийте їх зміст.
5. Охарактеризуйте поняття „рішення”, „управлінське рішення”.
6. Назвіть основні класи управлінських рішень.
7. Перерахуйте вимоги до управлінських рішень.
8. Завдання основних учасників процесу прийняття управлінських рішень?
9. Яке управління називається оптимальним?
10. Назвіть та коротко охарактеризуйте основні етапи процесу прийняття управлінських рішень.
11. Назвіть основні етапи реалізації системного підходу при розв’язанні певної економічної проблеми.
12. Необхідність моделювання в процесі прийняття управлінських рішень.

## Тема 2

# МЕТОДИЧНІ ЗАСАДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ, ОБ'ЄКТІВ ТА ЯВИЩ РИНКОВОЇ ЕКОНОМІКИ

---

**Мета вивчення теми** – ознайомлення з дефініціями „модель”, „моделювання”, методами моделювання економіки. Освоєння етапів і принципів побудови економіко-математичної моделі. Систематизація класів економіко-математичних моделей.

**Ключові слова:** моделювання, модель, види економіко-математичних моделей, етапи економіко-математичного моделювання, адекватність моделі.

### **2.1 Поняття моделі і моделювання. Класифікація і зміст методів моделювання**

Поняття „модель” у широкому розумінні – це образ або прообраз об'єкта пізнання, що знаходиться з ним у такій відповідності, яка дозволяє отримати нове знання про цей об'єкт.

*Моделювання* – це опосередковане вивчення об'єкта пізнання за допомогою аналізу допоміжних об'єктів, які називаються моделями. Класифікація методів моделювання у залежності від засобів моделювання представлена на рисунку 2.1.



Рисунок 2.1 – Види методів моделювання

Моделювання як метод наукового пізнання має наступні переваги .

1. Моделі завжди будуються так, що досліджувати їх значно простіше й зручніше, ніж об'єкти-оригінали.

2. Оскільки в моделях відображаються лише основні, найважливіші сторони об'єкта-оригіналу, то моделювання дозволяє виявити найсуттєвіші фактори, що характеризують об'єкт. Модель повинна відображати лише ті аспекти об'єкта-оригіналу, які відповідають меті дослідження.

Визначальним критерієм адекватності моделі є можливість її практичного використання для управління реальною системою в інтересах людини.

Основні методи моделювання економіки відображені на рисунку 2.2.

МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ЕКОНОМІКИ	Спостереження за економічними процесами і їх словесний опис	Це пасивний метод, оскільки спостерігач жодним чином не впливає на хід процесу. Результати спостереження і є словесною моделлю процесу
	Економічний експеримент	Активний метод, після завершення якого дослідник дістає певну інформацію, на основі якої можна впливати на реальну економічну систему
	Ігрова імітація	Здійснюється у формі операцій або ігор людини та машини. Це гра за розробленим сценарієм. Результатом ділової гри є практичні рекомендації щодо управління реальними процесами
	Машинна імітація	Це числовий метод проведення на ЕОМ експериментів із математичними та неформалізованими моделями, що описують поведінку складних систем (копіювання на ЕОМ реальних або гіпотетичних процесів)
	Економіко-математичне моделювання	Полягає в математичній формалізації досліджуваних явищ, процесів, систем та їх подальшому економіко-математичному аналізі

Рисунок 2.2 – Зміст основних методів моделювання економіки

Відповідно до ряду досліджень [1], рівень розвитку методів моделювання перевершує рівень використання моделей. Ефективність моделі може бути знижена дією ряду потенційних причин, які можуть призвести до помилок у процесі прийняття управлінських рішень. Ті, що найчастіше зустрічаються серед них [2, с. 27-28], зведені у таблицю 2.1.

Таблиця 2.1 – Загальні проблеми моделювання

Причини, що стримують широке використання моделей на практиці	Характеристика причин
Недостовірність вихідних допущень	Будь-яка модель спирається на деякі вихідні припущення або передумови. Це можуть бути передумови, які можна оцінити, або ж передумови, що не піддаються оцінці й не можуть бути об'єктивно перевірені. Оскільки такі передумови є основою моделі, точність останньої залежить від точності передумов. У випадку їхньої недостовірності і модель, яка спирається на них, також буде недостовірною
Обмежені можливості одержання потрібної інформації	Основна причина недостовірності передумов та інших ускладнень – це обмежені можливості в одержанні потрібної інформації, які впливають і на побудову, і на використання моделей. Точність моделі визначається точністю інформації з проблемної ситуації. Якщо ситуація винятково складна, фахівець із теорії прийняття управлінських рішень іноді не в змозі одержати інформацію з усіх релевантних факторів або вмонтувати її в модель. До того ж, якщо зовнішнє середовище постійно змінюється, інформацію про нього слід оновлювати швидко, що може бути складно або непрактично. Іноді при побудові моделі можуть бути зігноровані деякі істотні аспекти, оскільки вони не піддаються вимірюванню. У загальному випадку, побудова моделі найбільш складна в умовах невизначеності. В тому разі, коли необхідна інформація настільки невизначена, що її важко одержати виходячи із критерію об'єктивності, керівникові доцільніше покластися не на результати моделювання, а на власний досвід, здатність мислити, інтуїцію та допомогу експертів чи консультантів
Страх користувачів, нестача знань і спротив змінам	Модель не можна вважати ефективною, якщо нею не користуються на практиці. Основна причина невикористання моделі полягає в тому, що керівники та фахівці, для яких вона призначена, можуть не цілком розуміти одержувані за допомогою моделі результати, а тому бояться її застосовувати. Часто основною перешкодою для використання моделей теорії прийняття управлінських рішень керівниками й фахівцями є нестача у них знань в області моделювання. Для виправлення цієї ситуації фахівцям з кількісних методів аналізу та моделювання потрібно значно більше часу приділяти ознайомленню керівників з можливостями і порядком використання моделей. Особи, які приймають рішення, повинні бути підготовлені до застосування моделей, а вищому керівництву варто підкреслювати, наскільки успіх організації залежить від моделей і як вони підвищують спроможність керівників ефективно планувати й контролювати роботу організації
Надмірно висока вартість моделі	Вигоди від використання моделі, як і інших методів управління, повинні з надлишком виправдовувати її вартість. При визначенні витрат на моделювання керівництву варто враховувати витрати часу керівників вищого й нижчого рівнів на побудову моделі та збір інформації, кошти і час на навчання персоналу, вартість обробки і зберігання інформації тощо

Одним з пріоритетних методів моделювання економіки є економіко-математичне моделювання. *Економіко-математична модель* – це формалізований засобами математики образ (або прообраз) певного економічного об'єкта (процесу, системи) та його взаємодії із середовищем існування.

## 2.2 Етапи та принципи побудови економіко-математичної моделі

Процес моделювання, в тому числі й математичного, включає три елементи – це суб'єкт (дослідник), об'єкт дослідження і модель, що опосередковує відносини між суб'єктом, який пізнає, і об'єктом, що пізнається. Суть процесу моделювання схематично відображена на рисунку 2.3 [3].

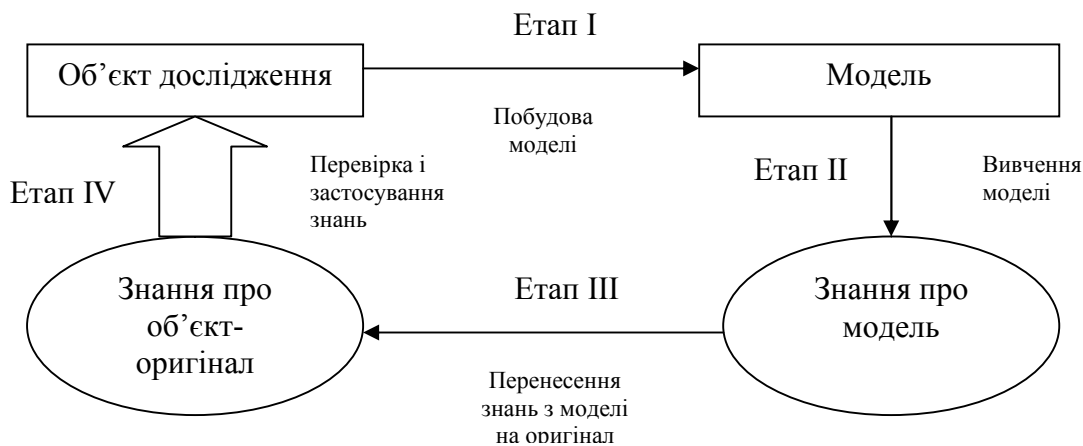


Рисунок 2.3 – Схема циклу моделювання

Послідовність і зміст етапів одного циклу економіко-математичного моделювання є наступною.

### 1. Постановка економічної проблеми та її якісний аналіз.

Формулюється суть проблеми, припущення і ті питання, на які слід отримати відповіді. Цей етап включає виділення найважливіших рис і властивостей модельованого об'єкта та абстрагування від другорядних; вивчення структури об'єкта та основних залежностей, що пов'язують його елементи; формулювання гіпотез (хоча б попередніх), що пояснюють поведінку і розвиток об'єкта.

### 2. Побудова математичної моделі.

Це етап формалізації економічної проблеми (ситуації), вираження її у вигляді конкретних математичних залежностей і відношень (функцій, рівнянь, нерівностей і т.п.). Як правило спочатку визначається основна конструкція (тип) математичної моделі, а потім уточнюються деталі цієї конструкції (конкретний перелік змінних і параметрів, форма зв'язків. Таким чином, побудова моделі поділяється в свою чергу на кілька стадій.



Невірно вважати, що чим більше факторів враховує модель, тим вона краще „працює” і дає кращі результати. Те ж саме можна сказати про такі характеристики складності моделі, як використовувані форми математичних залежностей (лінійні і нелінійні), врахування факторів випадковості і невизначеності і т.д. Зайва складність і громіздкість моделі ускладнюють процес дослідження. Слід враховувати не лише реальні можливості інформаційного і математичного забезпечення, але й порівнювати витрати на моделювання з отримуваним ефектом (при зростанні складності моделі приріст витрат може перевищити приріст ефекту).

Одна з найважливіших особливостей математичних моделей – принципова можливість їх використання для розв’язання різноякісних проблем. Тому, навіть стикаючись з новою економічною задачею, можна спочатку не намагатись винаходити модель, а спробувати використати для розв’язування цієї задачі вже відомі моделі.

В процесі побудови моделі здійснюється взаємне пристосування двох систем наукових знань – економічних і математичних. Природно прагнути до того, щоб отримати модель, що належить до добре вивченого класу математичних задач. Часто це вдається зробити шляхом деякого спрощення вихідних передумов моделі, що не вироджує істотних рис модельованого об’єкта. Однак можлива й така ситуація, коли формалізація економічної проблеми приводить до невідомої раніше математичної структури.

### 3. Математичний аналіз моделі.

Метою цього етапу є виявлення загальних властивостей моделі. Тут використовуються виключно математичні прийоми дослідження. Найбільш суттєвий момент – доведення існування розв’язку в сформульованій моделі (теорема існування). Якщо вдається довести, що математична задача не має розв’язку, то необхідність в подальшій роботі з початковим варіантом моделі відпадає; необхідно відкоригувати або постановку економічної задачі, або способи її математичної формалізації. Під час аналітичного дослідження моделі вирішуються такі питання: чи єдиний розв’язок; які змінні (невідомі) можуть входити в розв’язок; якими будуть співвідношення між ними; в яких межах і в залежності від яких вихідних умов вони змінюються; які тенденції їх зміни (асимптотичні властивості) і т.д. Аналітичне дослідження моделі в порівнянні з емпіричним (числовим) має ту перевагу, що отримувані висновки зберігають свою силу при різних конкретних значеннях зовнішніх і внутрішніх параметрів моделі. Проте, коли аналітичними методами не вдається виявити загальні властивості моделі, а спрощення моделі приводять до недопустимих результатів, переходять до числових методів дослідження.

### 4. Підготовка вихідної інформації.

Моделювання висуває жорсткі вимоги до системи інформації. В той же час реальні можливості отримання інформації обмежують вибір моделей, що призначені для практичного використання. При цьому береться до уваги не лише принципова можливість підготовки інформації (за певний термін), але й витрати на підготовку відповідних інформаційних масивів. Ці витрати не повинні перевищувати ефект від використання додаткової інформації.

В процесі підготовки інформації широко використовуються методи теорії ймовірностей, теоретичної і математичної статистики (організація вибірових обстежень, оцінка достовірності даних, визначення ймовірних значень параметрів і т.п.). При системному економіко-математичному моделюванні вихідна інформація, що використовується в одних моделях, є результатом функціонування інших моделей.

#### 5. Чисельне рішення.

Цей етап включає розробку алгоритмів для чисельного розв'язку задачі, створення комп'ютерних програм і безпосереднє проведення розрахунків. Труднощі цього етапу обумовлені перш за все великою розмірністю економічних задач, необхідністю обробки значних обсягів інформації.

Як правило розрахунки за економіко-математичною моделлю носять багатоваріантний характер. Завдяки високій швидкодії сучасних комп'ютерів вдається проводити численні „модельні” експерименти, вивчаючи поведінку моделі під впливом різних змін умов. Дослідження, проведене чисельними методами, може істотно доповнити результати аналітичного дослідження, а для багатьох моделей воно є єдиним практично здійсненним. Клас задач, котрі можна розв'язувати числовими методами, значно ширший порівняно з класом задач, доступних для аналітичного дослідження.

#### 6. Аналіз числових результатів і їх використання.

На цьому заключному етапі циклу постає питання про правильність і повноту результатів моделювання і можливість їх використання на практиці.

Математичні методи перевірки дозволяють виявляти некоректні побудови моделей (доводиться „нерозв'язуваність” моделі або не підтверджуються прийняті статистичні гіпотези) і тим самим звужувати кількість потенційно вірних моделей. Неформальний аналіз теоретичних висновків і числових результатів, які отримують за допомогою моделі, порівняння їх з наявними знаннями і фактами дійсності також дозволяють виявляти недоліки постановки економічної задачі, сконструйованої математичної моделі, використовуваної інформації. На основі цих результатів визначаються напрямки вдосконалення моделі, її інформаційного і математичного забезпечення.

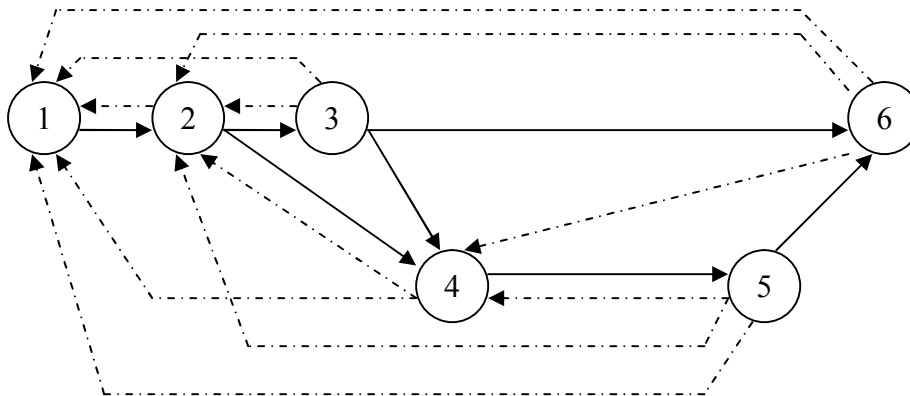
На рисунку 2.4 зображені зв'язки між етапами одного циклу економіко-математичного моделювання. Перші п'ять етапів більш диференційовано характеризують процес економіко-математичного моделювання, ніж загальна схема моделювання (рисунок 2.3): етапи 1 і 2 відповідають етапу I загальної схеми, а етапи 3, 4, 5 – етапу II загальної схеми. Навпаки, заключний етап 6 включає етапи III і IV загальної схеми (перенесення знань про модель на об'єкт-оригінал, перевірку і застосування цих знань).

Потрібно звернути увагу на зворотній зв'язок етапів, який виникає внаслідок того, що в процесі дослідження виявляються недоліки попередніх етапів моделювання.

Вже на етапі побудови моделі може виявитися, що постановка задачі суперечлива або приводить до надто складної математичної моделі. В зв'язку з цим початкова постановка задачі конкретизується. Далі математичний аналіз

моделі (етап 3) може показати, що незначна модифікація постановки задачі або її формалізації дає цікавий аналітичний результат.

Найчастіше необхідність повернення до попередніх етапів моделювання виникає при підготовці вихідної інформації (етап 4). Може виявитися, що необхідна інформація відсутня або витрати на її підготовку занадто великі. Тоді доводиться повернутися до постановки задачі і її формалізації, змінювати їх так, щоб пристосуватися до наявної інформації.



Умовні позначення:

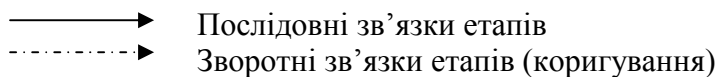


Рисунок 2.4 – Зв'язок етапів економіко-математичного моделювання

Оскільки економіко-математичні задачі можуть бути складними за своєю структурою, мати велику розмірність, то часто трапляється, що відомі алгоритми і програмні продукти не дозволяють розв'язувати задачу в початковому вигляді. Якщо неможливо за короткий час розробити нові алгоритми і програми, вихідну постановку задачі і модель спрощують: знімають і поєднують умови, зменшують число факторів, нелінійні співвідношення замінюють лінійними, встановлюють детермінізм моделі і т.д.

Недоліки, які не вдається виправити на проміжних етапах моделювання, усуваються в наступних циклах. Проте результати кожного циклу мають і цілком самостійне значення. Почавши дослідження з побудови простої моделі, можна швидко отримати корисні результати, а потім перейти до створення більш досконалої моделі, доповненої новими умовами, такої, що включала б уточнені математичні залежності.

Основними під час побудови моделі є наступні вимоги:

- незалежність результатів моделювання від конкретної економічної інтерпретації моделі;
- змістовність моделі, тобто її здатність відображати найбільш істотні риси і властивості оригіналу;
- дедуктивність або можливість використання моделі для одержання результату;

– індуктивність, тобто вивчення досліджуваного явища в напрямі від окремого до загального, з метою накопичення потрібних знань.

Дотримання цих вимог при моделюванні є принциповим, оскільки в реальних ситуаціях системні аналітики використовують модель для прийняття рішень та знаходження оптимальних варіантів створення або модернізації модельованої системи. До того ж, процес використання моделі на практиці має бути достатньо зручним для користувача та по можливості автоматизованим.

До основних принципів побудови моделей належать принципи інформаційної достатності, доцільності, здійсненності, множинності, агрегації, параметризації. Так, принцип інформаційної достатності означає, що адекватну модель можна побудувати лише при певному (достатньому) рівні інформації про систему. Якщо інформація повністю відсутня, то модель неможливо побудувати, а за наявності повної інформації побудова моделі недоцільна.

Згідно з принципом доцільності, побудова моделі відповідає певним цілям, що визначені в постановці досліджуваної проблеми.

Принцип здійсненності передбачає наявність деякої ймовірності, з якою модель протягом скінченного часу й за допомогою обмежених ресурсів може реалізуватись (здійснитись) і забезпечити досягнення мети дослідження.

Модель завжди простіша за реальний об'єкт, вона відображає лише деякі найвагоміші властивості оригіналу, тому для повного дослідження потрібно мати множину моделей, які б і дали змогу всесторонньо відобразити і детально проаналізувати об'єкт-оригінал. У цьому й полягає принцип множинності моделей.

Принцип агрегації дає можливість перебудувати модель залежно від завдань дослідження, оскільки складну систему, як правило, можна подати як сукупність агрегатів (підсистем).

Деякі підсистеми, що входять до складу досліджуваної (модельованої) системи, можуть мати відносно ізольований характер і характеризуватись певними параметрами. Такі підсистеми в моделі замінюють відповідними числовими величинами, а не описують повністю процес їх функціонування. Це скорочує обсяг і тривалість процесу моделювання, хоч і знижує адекватність моделі. У цьому й полягає принцип параметризації.

### **2.3 Проблема адекватності моделі оригіналу. Класифікація економіко-математичних моделей**

Перевірка адекватності моделі, тобто міри відповідності між системою-оригіналом та її моделлю, є однією з найскладніших та фундаментальних проблем моделювання. Строгої теорії перевірки адекватності економіко-математичних моделей немає. Зокрема, оцінка адекватності може бути здійснена з використанням понять ізоморфізму та гомоморфізму [4].

Наявність ізоморфізму між системою-оригіналом і системою-моделлю є показником високого ступеня адекватності. Ізоморфна модель є в певному наближенні копією об'єкта. Чітко встановлений ізоморфізм для систем різної природи дає можливість переносити знання з однієї галузі в іншу.

Поняття адекватності моделі не збігається повністю з вимогами істинності, точності, повноти. Адекватність означає, що ці вимоги виконані лише в тій мірі, яка достатня для досягнення мети моделювання. Кожна модель у чомусь правильно відображає оригінал, хоча в ній є й те, що не стосується оригіналу або є правильним лише за певних умов. Процес моделювання – це ітераційний процес, оскільки модель постійно коригується або й змінюється. Оскільки модель відображає лише деякі властивості оригіналу, то реальна система може мати різні гомоморфні моделі, які між собою не обов’язково будуть ізоморфними.

Ізоморфізм – це відношення тотожності систем (об’єктів, множин) у певному структурному чи функціональному плані. У залежності від сутності досліджуваних об’єктів поняття ізоморфізму уточнюється, хоча завжди ізоморфізм (або ізоморфна відповідність) є взаємнооднозначною відповідністю, що задовольняє певним умовам. Об’єднавши різні визначення ізоморфізму, можна прийти до наступного.

Дві системи відображаються одна в одну ізоморфно, тобто є ізоморфними, якщо кожному елементу та відношенню (зв’язку між елементами) однієї системи відповідає єдиний елемент та єдине відношення (зв’язок) іншої системи і навпаки.

Гомоморфізм – це відношення подібності систем (об’єктів, множин) у певному структурному або функціональному плані. Гомоморфізм – це однозначна відповідність лише в один бік – від моделі до системи, але не навпаки. Інакше кажучи, при відображенні системи-оригіналу  $S^{(1)}$  в систему-модель  $S^{(2)}$  спостерігається неоднозначна пряма й однозначна обернена відповідність. Модель, отримана з реальної системи шляхом її спрощення (наприклад, за рахунок зменшення кількості змінних), завжди є гомоморфним образом системи, тобто спрощеним образом системи як сукупності багатьох її складових.

Дві системи відображаються одна в одну гомоморфно, якщо кожному елементу та кожному відношенню (зв’язку) між елементами однієї системи відповідає єдиний елемент та єдине відношення (зв’язок) іншої системи, але не навпаки.

Один з підходів до перевірки адекватності регресійних та трендових моделей наведений у додатку А до теми 3 навчального посібника.

Класифікації економіко-математичних моделей, як і будь-яка інша класифікація, може бути проведена за рядом ознак. Зупинимось на характеристиці таких видів економіко-математичних моделей, з якими пов’язані найбільші особливості методології і техніки моделювання (див. таблицю 2.2).

Таблиця 2.2 – Види економіко-математичних моделей [5], [6], [7]

Класифікаційна ознака	Види моделей та їх характеристика
1 За цільовим призначенням	1.1 Теоретико-аналітичні моделі призначені для вивчення загальних закономірностей досліджуваних економічних об’єктів і служать для

## Продовження табл. 2.2

Класифікаційна ознака	Види моделей та їх характеристика
	<p>підтвердження теоретичних знань про них</p> <p>1.2 Прикладні моделі – для оцінювання функціонування економічних об'єктів в конкретних умовах та прийняття відповідних рішень</p>
2 У залежності від способу відображення	<p>2.1 Дискретні моделі, в яких змінні є дискретними величинами, т.б. у яких переходи системи з одного стану в інший вважаються миттєвими (відбуваються в дискретні моменти часу). Є абстракцією, оскільки процеси на практиці не відбуваються миттєво. Здійснюється абстрагування від багатьох другорядних явищ і система вважається дискретною. Результати аналізу отриманої дискретної моделі достатньо точні для прийняття обґрунтованих управлінських рішень для подібних систем</p> <p>2.2 Неперервні моделі – це ті, в яких змінні є неперервними величинами, зокрема, змінна часу</p> <p>2.3 Змішані (гібридні) – коли частина змінних набуває всіх значень з певного інтервалу, а інша частина – дискретних значень, іншими словами, у моделі одні процеси представлені як безперервні, а інші – як дискретні</p>
3 За масштабом економічного об'єкту	<p>3.1 Макроекономічні моделі відображають як єдине ціле економіку країни</p> <p>3.2 Мезомоделі – призначені для вирішення завдань на рівні регіону, міста</p> <p>3.3 Мікроекономічні моделі відображають структурні складові економіки або господарську поведінку її окремих одиниць</p>
4 За характером кінцевої мети	<p>4.1 Описові (дескриптивні) моделі, що лише пояснюють факти, які спостерігались або дають прогноз, тобто це моделі без критерію оцінки досліджуваного об'єкта</p> <p>4.2 Оптимізаційні (нормативні) моделі – передбачають раціональну цілеспрямовану діяльність, формалізують мету економічного розвитку, можливість та засоби її досягнення; вони є моделями з відповідними оптимізаційними критеріями</p>
5 У залежності від рівня формалізованості зв'язків між величинами	<p>5.1 Алгоритмічні моделі описуються послідовністю дій, які необхідно виконати, щоб розв'язати дану задачу моделювання; до алгоритмічних моделей належать, зокрема, так звані імітаційні моделі – моделюючі алгоритми, які імітують поведінку досліджуваного об'єкта</p> <p>5.2 Аналітичні моделі – це моделі, що описуються функціональними та логічними співвідношеннями, тобто формалізуються на мові математики</p>
6 У залежності від впливу випадкових та невизначених факторів	<p>6.1 Детерміновані моделі описують процеси, в яких результат однозначно залежить від вхідних даних, невідомі фактори не враховуються; вони передбачають жорсткий функціональний зв'язок між змінними моделі. Інакше кажучи, детерміновані моделі – це моделі, в яких усі змінні і постійні величини, а також співвідношення між ними детерміновані</p> <p>6.2 Моделі з невизначеними факторами – це моделі, в яких зустрічаються невизначені величини, тобто величини, для яких закон розподілу невідомий або взагалі не існує</p> <p>6.3 Стохастичні моделі описують випадкові процеси, тому набір вхідних даних може дати, а може й не дати відповідного результату. Отже, стохастичні моделі – це моделі, в яких всі або деякі змінні та сталі величини, а також співвідношення між ними стохастичні</p>

Продовження табл. 2.2

Класифікаційна ознака	Види моделей та їх характеристика
	(випадкові)
7 За зміною в часі	7.1 Статичні (одноперіодні) моделі характеризуються незалежністю змінних та співвідношень моделі від фактора часу 7.2 Динамічні (багатоперіодні) моделі навпаки відображають перебіг досліджуваного об'єкта в залежності від часу
За формою математичних залежностей детерміновані моделі поділяються на	6.1.1 Лінійні, в яких цільова функція і обмеження лінійні по основних змінних. Побудова і розрахунок лінійних моделей є найбільш розвинутим розділом математичного моделювання, тому до них часто намагаються звести й інші задачі або на етапі постановки, або в процесі розв'язування 6.1.2 Нелінійні моделі – це моделі, в яких або цільова функція, або будь-яке з обмежень (або всі обмеження) нелінійні. Для нелінійних моделей не існує єдиного методу розрахунку. Залежно від виду нелінійності, властивостей функції і обмежень існують різні способи рішення. Однак, для поставленої нелінійної задачі може взагалі не існувати методу розрахунку. В таких випадках задачу слід спростити 6.1.3 У динамічних моделях на відміну від статичних лінійних і нелінійних моделей враховується фактор часу. Критерій оптимальності в динамічних моделях може бути найзагальнішого виду (і навіть взагалі не бути функцією), однак для нього мають виконуватися певні властивості. Розрахунок динамічних моделей складний і для кожної конкретної задачі необхідно розробляти спеціальний алгоритм рішення
8 Залежно від застосування певних методів побудови моделей або методів експериментування з орієнтацією децидента	8.1 Проблемно-орієнтовані – нові моделі проблеми, побудовані на ґрунті нових (уперше розроблених або запозичених з інших галузей науки та практики) методів моделювання. На наступних етапах вивчають можливості застосування таких моделей і їх специфічні властивості для розв'язування задач прийняття рішень 8.2 Формальні моделі, для яких використовують наявні методи розв'язання проблем
9 За способом подання мети	9.1 Однокритерійні – моделі з одним критерієм та модифіковані багатокритерійні, в яких один критерій одержано згортанням усіх наявних критеріїв в один або обґрунтуванням існування та побудови відповідної функції корисності 9.2 Багатокритерійні математичні моделі з кількісними та якісними критеріями та з ієрархією критеріїв
10 За характером вирішуваних економічних задач	10.1 Виробничі моделі 10.2 Транспортні інші
11 За номенклатурою продукції [8]	11.1 Однопродуктові 11.2 Багатопродуктові
12 За співвідношенням екзогенних та ендогенних змінних, що включаються в	12.1 Відкриті моделі, які не утримують ендогенних змінних. Повністю відкритих моделей не існує; модель повинна містити хоча б одну ендогенну (таку, що визначається за допомогою моделі) змінну 12.2 Закриті – це такі економіко-математичні моделі, що не містять екзогенних змінних

## Продовження табл. 2.2

Класифікаційна ознака	Види моделей та їх характеристика
модель	
13 За способом побудови моделі	13.1 Індуктивні – отримують, спостерігаючи за одиничними фактами, важливими для прийняття рішень; містять специфічні, історично сформовані властивості процесу, що моделюється; розробляються для розв'язання конкретних проблем
	13.2 Дедуктивні – виходять зі спрощеної системи гіпотетичних ситуацій. Основою моделювання при цьому є замкнена та спрощена абстрактна проблема
14 За одержанням точного результату	14.1 Точні
	14.2 Неточні
15 За конкретним призначенням	15.1 Балансові – моделі взаємного співставлення наявних матеріальних, трудових і фінансових ресурсів та потреб у них
	15.2 Трендові – відображають переважаючу тенденцію ряду динаміки (закономірність розвитку явища, процесу)
	15.3 Оптимізаційні – передбачають єдиний спосіб дій з визначеної ними ж множини допустимих розв'язків у відповідності з критерієм оптимальності, що задається особою, яка приймає рішення
	15.4 Імітаційні – процес функціонування системи і її підсистем імітується на комп'ютері як спосіб отримати уявлення про поведінку складної системи і проведення її аналізу. В імітаційних моделях реальний процес розгортається в машинному часі і спостерігаються результати випадкових впливів на нього
	інші
16 За глибиною часового обрїю	16.1 Довгострокового прогнозування і планування – часовий інтервал 10-15 і більше років
	16.2 Середньострокові моделі, в яких часовий інтервал може досягати 5 років
	16.3 Короткострокові моделі, в яких часовий інтервал не перевищує 1 року
17 За обсягом стадій та зв'язків	17.1 Одноетапні
	17.2 Багатоетапні
18 За формою зображення математичної моделі	18.1 Аналітичні, коли реальні системи або процеси представляються у вигляді алгебраїчних, інтегральних, диференціальних рівнянь або систем рівнянь (нерівностей)
	18.2 Графічні моделі – використовуються тоді, коли задачу зручно представити у вигляді графічної структури
	18.3 Логічні – модельовані системи чи процеси представляються у вигляді логічних співвідношень
19 За виконуваними функціями управління	19.1 Моделі аналізу
	19.2 Моделі прогнозування
	19.3 Моделі управління
20 За ступенем деталізації	20.1 Агреговані
	20.2 Деталізовані
21 За сферою дії	21.1 Глобальні
	21.2 Місцеві
22 В залежності від особливості методології і	22.1 Структурні, велике значення в яких мають внутрішні залежності між елементами систем. Типовими структурними моделями є моделі міжгалузевих зв'язків



Закінчення табл. 2.2

Класифікаційна ознака	Види моделей та їх характеристика
техніки моделювання	22.2 Функціональні моделі широко застосовуються в економічному регулюванні, коли на поведінку об'єкта („вихід”) впливають шляхом зміни „входу”, т.ч. пізнання об'єкта відбувається без аналізу його структури
23 Залежно від того чи включають моделі просторові (територіальні) фактори	23.1 Точкові
	23.2 Просторові

Окрім типової класифікації економіко-математичних моделей, у таблиці 2.3 наведений неповний їх розподіл за видами залежно від особливостей сфери застосування.

Таблиця 2.3 – Специфічна класифікація економіко-математичних моделей окремих видів економічної діяльності

Предметна область застосування моделей	Можливі види моделей
Економіко-математичні моделі виробничих і технологічних процесів	Моделі розподілу ресурсів, моделі приготування сумішей, моделі технологічних операцій та оптимізації технологічних процесів, оптимізації проектних рішень та ін.
Економіко-математичні моделі задач торгівельної діяльності	Моделі ров'язування задач розміщення торгівельної мережі, планування господарської діяльності торговельного підприємства, розподілу працівників за розмірами зарплати, розподілу населення за розмірами доходів (купівельною спроможністю), моделі прогнозування попиту на товари та ін.
Економіко-математичні моделі аграрної сфери	Моделі розміщення, спеціалізації і розвитку виробництва, співвідношення видів діяльності, використання обмежених ресурсів, визначення раціональної структури земельних площ, підвищення біопродуктивності земельних ресурсів, ефективності природоохоронних заходів та ін.
Економіко-математичні моделі транспортної системи	За видами транспорту: автомобільного, електротранспорту, залізничного, річкового, повітряного, ..., зокрема, громадського, у т.ч. таксі, моделі розвитку транспортної мережі (залежно від конкретних умов і видів транспорту), моделі регулювання парку вагонів, закріплення постачальників за споживачами без урахування вартості повернення транспортних засобів та з урахуванням повернення транспортних засобів, розподілу транспортних засобів по лініях (автомобілів (суден), літаків цивільної авіації (у т.ч. поповнення літаків, ...), моделі перевезень з урахуванням перевалок (у т.ч. багатоетапні перевалки) та ін.
Економіко-математичні моделі електроенергетичної	Прогнозування навантаження, планування виробничих процесів, планування нарощування виробництва електроенергії, розвитку мережі електропередачі та ін.

## Продовження табл. 2.3

Предметна область застосування моделей	Можливі види моделей
системи	
Економіко-математичні моделі системи міської сфери обслуговування	<p>Моделі функціонування екстрених служб: визначення необхідної кількості оперативних бригад у кожному районі; поділу території, що підлігає обслуговуванню, на райони; розміщення базових пунктів і розподілу оперативних одиниць; підвищення ефективності систем, ...;</p> <p>роботи служби вуличного руху: забезпечення руху, організації стоянок, ремонту вулиць тощо;</p> <p>сфери соціальних послуг та ін.</p>
Економіко-математичні моделі управління системою охорони здоров'я	<p>Моделі організації регіональної служби здоров'я, розміщення ресурсів у системі служби здоров'я з урахуванням цілей і вимог інших систем, планування різних програм служби здоров'я (пов'язаних, наприклад, з очищенням води, харчуванням, регулюванням чисельності сім'ї, профілактичними щепленнями населення, ...), розподілу трудових ресурсів, контролю якості медичного обслуговування, функціонування установ системи охорони здоров'я й ін.</p>
Економіко-математичні моделі системи освіти	<p>Повні моделі, що пов'язують змінні, які характеризують необхідні для аналізу системи освіти капітальне обладнання (шкільні будівлі, спортивні майданчики, автобуси і т.д.), персонал та відповідні програми (навчальні і факультативні) – регресійні, структурні та ін.; моделі оцінки показників процесу навчання та ін.</p>
Економіко-математичні моделі систем в екології	<p>Моделі охорони навколишнього природного середовища: управління службами, відповідальними за ліквідацію міських відходів; опису фізичних процесів у навколишньому середовищі; охорони і розподілу водних ресурсів; контролю за забрудненням атмосфери й ін.</p>
Економіко-математичні моделі військової системи	<p>Моделі функціональної оптимізації, централізації закупівель, оптимізації системи логістичного забезпечення, оновлення доктринальних та концептуальних підходів до забезпечення національної безпеки, створення ефективної державної системи кризового реагування, моделі аналізу військових операцій та ін.</p>
Економіко-математичні моделі управління трудовими ресурсами	<p>Моделі комплектування штату організації, підвищення кваліфікації працівників, розподілу трудових ресурсів, використання трудових ресурсів, оцінки ефективності працівників, оплати праці і стимулювання працівників, ін.</p>
Економіко-математичні моделі управління матеріальними запасами	<p>В теорії управління запасами виокремлюються наступні типи моделей:</p> <p>модель Уілсона визначення партії замовлення за умов рівномірного попиту і можливості миттєвого виконання замовлення, що мінімізує витрати на зберігання і обслуговування запасу;</p> <p>однопродуктова детермінована статична модель оптимального управління запасами з можливим дефіцитом; основні модифікації детермінованої однопродуктової статичної моделі: заборона дефіциту, відсутність можливості зберігати запас, поповнення запасів здійснюється миттєво через певні проміжки часу,</p>

Закінчення табл. 2.3

Предметна область застосування моделей	Можливі види моделей
	поповнення запасів здійснюється миттєво, причому виникнення дефіциту неприйнятне; динамічна однопродуктова детермінована модель управління запасами та випуском продукції; однопродуктова імовірнісна статична модель управління запасами; у випадку багатопродуктових запасів детерміновані моделі поділяються на три типи: у яких взаємодія між продуктами виявляється після постачання; з повним суміщенням замовлень (повне укомплектування партій у відповідності з технологічним комплектом і т.ін.); з частковим поєднанням замовлень
Економіко-математичні моделі планування та розміщення об'єктів	Розміщення існуючих або нових об'єктів (точкових чи просторово-протяжних, одного та кількох об'єктів, незалежне чи залежне розміщення,...), взаємодії нових та існуючих об'єктів й ін. за критеріями мінімізації сукупних витрат, мінімізації максимальних витрат, максимізації державної вигоди тощо
Економіко-математичні моделі планування й упорядкування робіт	Залежно від характеру показників процесу виконання робіт моделі розподіляються на детерміновані та стохастичні, кожен з класів у свою чергу може бути структуровано залежно від характеристик виробничої дільниці (число і тип машин, їх доступність і т.д.) та параметрів системи (кількість робіт, моменти їх готовності до виконання, тривалість виконання, технологічні послідовності тощо)
Економіко-математичні моделі технічного обслуговування обладнанн	Моделі оновлення (заміни) обладнання, що вийшло з ладу; профілактичного огляду обладнання; профілактичного поточного ремонту і відновлення обладнання; організації служб технічного контролю
Економіко-математичні моделі організації дозвілля	Організація дозвілля означає проведення часу по за домом і включає крім туризму ще й спорт і розваги. Економіко-математичні моделі прогнозування і моделі розподілу потоків туристів (аналіз часових рядів; причинно-наслідкові моделі; потокові моделі); моделі визначення користі (вигод), отримуваної від реалізації заходів з організації дозвілля; моделі прийняття рішень, т.б. планування туризму, наприклад, у країні, що розвивається, чи в регіоні), ... Стосовно спорту, економіко-математичні моделі організації тренувань і формування команд; оцінки стратегії у командних і індивідуальних видах спорту та ін.
Економіко-математичні моделі процесів інвестиційної діяльності	Моделі оцінки інвестиційної привабливості проектів (підприємств, регіонів, видів діяльності,...), оцінки ефективності інвестування в реальні проекти, оцінки відповідності результатів діяльності критеріям та ін.

Даний перелік не є повним і не претендує на вичерпність.

### Перелік посилань до теми 2

1. Мескон М. Основы менеджмента / Мескон М., Альберт М., Хедоури Ф.; пер. с англ. – М. :

Изд-во „Вильямс”, 2008. – 672 с. **2.** *Лубенець С. В.* Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / Лубенець С. В. – Львів : ПП „Магнолія 2006”, 2010. – 261 с. **3.** *Гранберг А. Г.* Моделирование социалистической экономики / Гранберг А. Г. – М. : Экономика, 1998. – 487 с. **4.** *Григорків В. С.* Економічна кібернетика : навч. посіб. / Григорків В. С. – Чернівці : Рута, 2006. – 198 с. **5.** *Економіко-математичне моделювання. Методичні вказівки до виконання контрольної роботи для студентів напрямів підготовки 6.030508 „Фінанси і кредит” , 6.030509 „Облік і аудит” заочної форми навчання / Укл. : Ющенко Н. Л. – Чернівці : ЧДТУ, 2012. – 72 с. **6.** *Томашевський В. М.* Моделювання систем / Томашевський В. М. – К. : Видавнича група ВНУ, 2005. – С. 23-24. **7.** *Хазанова Л. Э.* Математическое моделирование в экономике : учеб. пос. / Хазанова Л. Э. – М. : БЕК, 1998. – С. 32-33. **8.** *Варфоломеев В. И.* Алгоритмическое моделирование элементов экономических систем : Практикум : учеб. пос. / Варфоломеев В. И. – М. : Финансы и статистика, 2000. – С. 34-35.*



## Питання для самоперевірки до теми 2

1. Дайте визначення понять „модель” і „моделювання”.
2. Класифікуйте методи моделювання в залежності від засобів моделювання.
3. Опишіть основні методи моделювання економіки.
4. У чому зміст машинної імітації?
5. Що таке економіко-математична модель?
6. Опишіть основні етапи побудови економіко-математичної моделі.
7. Як класифікуються економіко-математичні моделі?
8. Які змінні називаються екзогенними, а які ендогенними?
9. У чому сутність проблеми адекватності моделі?
10. Дайте загальне визначення ізоморфізму двох систем.
11. Дайте загальне визначення гомоморфізму двох систем.
12. Чому модель є простішою за оригінал?

## Тема 3

# МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ СУСПІЛЬНИХ ЯВИЩ ТА ТЕНДЕНЦІЙ РОЗВИТКУ І ПРОГНОЗУВАННЯ ЕКОНОМІЧНИХ ЗМІН

---

**Мета вивчення теми** – систематизація і огляд регресійних економетричних і трендових моделей розвитку економічних процесів, освоєння підходів щодо оцінки їх адекватності та вибору найточнішої моделі. Інтерполяція та екстраполяція.

**Ключові слова:** *кореляційний зв'язок, регресія, динаміка, крива зростання, трендова модель, адекватність моделі, точність моделі.*

### **3.1 Моделі кореляційно-регресійного аналізу виявлення і вимірювання факторних зв'язків**

Нічого у житті суспільства не існує ізольовано, а навпаки – у взаємозв'язку і взаємодії. Метою дослідження взаємозв'язків є виявлення об'єктивно існуючих між явищами залежностей в конкретних умовах простору і часу та їх кількісна характеристика.

Ознаки, які характеризують причини та умови, тобто фактори впливу на інші ознаки називають факторними ( $x$ ), а ті, що характеризують наслідки впливу – результативними ознаками ( $y$ ). Одна й та ж ознака у різних ситуаціях може бути як факторною так і результативною. Наприклад, з одного боку фінансовий результат суб'єкта господарської діяльності залежить від якісних і кількісних характеристик робочої сили (від кваліфікації робітників, продуктивності їх праці та ін.), з іншого боку – частина прибутку підприємства може спрямовуватись на матеріальне стимулювання працівників, їх професійне навчання тощо, т.б. покращення характеристик робочої сили.

Види взаємозв'язків між суспільними явищами.

1. За характером дії:
  - 1.1) функціональний зв'язок – кожному значенню факторної ознаки  $x$  відповідає єдине значення результативної ознаки  $y$ ;
  - 1.2) стохастичний зв'язок – кожному значенню (інтервалу значень) факторної ознаки  $x$  відповідає множина значень результативної ознаки  $y$ , які утворюють так званий умовний розподіл: зі зміною значень ознаки  $x$  змінюється розподіл елементів сукупності за ознакою  $y$ ;
  - 1.3) кореляційний (статистичний) зв'язок – підвид стохастичної залежності, коли зі зміною значень факторної ознаки  $x$  змінюються групові середні значення результативної ознаки  $y$ , тобто замість умовних розподілів порівнянню підлягають середні значення цих розподілів.
2. За кількістю ознак-факторів:
  - 2.1) однофакторний зв'язок – це зв'язок, за якого досліджується залежність результативної ознаки тільки від однієї факторної ознаки;
  - 2.2) багатфакторний зв'язок – за якого досліджується залежність результативної ознаки одночасно від кількох факторних ознак.
3. За направленістю:
  - 3.1) прямий зв'язок – коли напрям зміни результативної ознаки співпадає з напрямом зміни ознаки-фактора, тобто зі зростанням значень факторної ознаки значення результативної ознаки також збільшуються і навпаки;
  - 3.2) обернений зв'язок – за якого напрям зміни результативної ознаки не збігається з напрямом зміни факторної ознаки.
4. За аналітичним вираженням зв'язку:
  - 4.1) прямолінійний зв'язок – залежність результативної ознаки від факторної описується лінійною моделлю;
  - 4.2) криволінійний зв'язок – за якого залежність результативної ознаки від факторної може бути описана якою-небудь кривою (параболою, гіперболою, поліномом 5-го степеня або ін.).
5. Залежно від статистичних прийомів аналізу, що застосовуються для їх виявлення і вимірювання:
  - 5.1) факторні зв'язки – вивчаються методом групувань і за допомогою теорії кореляції;
  - 5.2) компонентні зв'язки – вивчаються за допомогою індексного методу [1, с. 231-249];
  - 5.3) балансові зв'язки – вивчаються балансовим методом аналізу зв'язків і пропорцій в утворенні ресурсів і їх розподілі (див. тему 4).

Головною характеристикою кореляційного зв'язку є лінія регресії – це функція, яка зв'язує середні значення результативної ознаки із значеннями факторної ознаки. Її можна представити графічно або у табличній формі чи аналітично. Графічний спосіб як правило має ілюстративне значення, застосовується для наочного представлення ліній регресії. На табличному і аналітичному видах зображення лінії регресії базуються дві основні моделі

кореляційного зв'язку – аналітичного групування і регресійна. Етапи побудови їх однакові:

- 1) теоретичне обґрунтування моделі;
- 2) оцінка лінії регресії;
- 3) вимірювання тісноти (щільності) зв'язку між ознаками, визначення ролі фактора  $x$  у зміні результативної ознаки  $y$ ;
- 4) перевірка істотності зв'язку, доказ не випадкового характеру виявлених закономірностей.

На відміну від методу аналітичного групування у кореляційно-регресійному аналізі оцінка лінії регресії здійснюється не в окремих точках, а в кожній точці інтервалу зміни факторної ознаки  $x$ , тобто лінія регресії у даному випадку безперервна і зображується у вигляді певної функції  $\hat{y}_j = F(x_j)$ , яка називається рівнянням регресії ( $x_j$  – значення факторної ознаки, отримані у ході статистичного спостереження (фактичні),  $j = \overline{1; n}$ ;  $\hat{y}_j$  – теоретичні значення результативної ознаки, отримані розрахунковим шляхом на основі рівняння регресії;  $n$  – число спостережень).

Розрізняють моделі парної регресії, що характеризують залежність результативної ознаки  $y$  від однієї факторної ознаки  $x$ , і моделі множинної регресії, які враховують вплив на результативну ознаку  $y$  кількох факторних ознак ( $x_1, x_2, \dots, x_m$ ) і дають змогу оцінити зв'язок результативної ознаки з будь-якою факторною при фіксованому значенні інших, включених у регресійну модель. Наприклад, моделі парної регресії у загальному вигляді можуть бути представлені наступним чином.

$\hat{y}_j = b_0 + b_1 \cdot x_j, j = \overline{1; n}$  – лінійна однофакторна модель, де параметри  $b_0$  і  $b_1$  визначаються методом найменших квадратів, геометрична суть якого полягає у тому, що теоретична лінія повинна проходити у максимальній близькості з емпіричною, або на мові математики: сума квадратів відхилень емпіричних частот від теоретичних повинна бути мінімальною, тобто  $\sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2 \Rightarrow \min$ . Отже, якщо висувається гіпотеза про лінійну залежність

між двома явищами, то повинна виконуватися умова  $\sum_{j=1}^n (y_j - b_0 - b_1 \cdot x_j)^2 \Rightarrow \min$ .

Щоб знайти мінімум цієї функції визначаються часткові похідні за  $b_0$  і  $b_1$ , що прирівнюються до нуля, і розв'язується система так званих нормальних рівнянь (тут  $y_j$  – фактичні значення результативної ознаки (отримані під час статистичного спостереження),  $j = \overline{1; n}$ ,  $n$  – число складових сукупності):

$$\begin{cases} \frac{\partial \Sigma}{\partial b_0} = 2 \sum (y - b_0 - b_1 \cdot x) \cdot (-1) = 0, \\ \frac{\partial \Sigma}{\partial b_1} = 2 \sum (y - b_0 - b_1 \cdot x) \cdot (-x) = 0 \end{cases}$$

або

$$\begin{cases} \sum (-y + b_0 + b_1 \cdot x) = 0, \\ \sum (-y \cdot x + b_0 \cdot x + b_1 \cdot x^2) = 0, \end{cases}$$

звідки

$$\begin{cases} n \cdot b_0 + b_1 \cdot \sum_{j=1}^n x_j = \sum_{j=1}^n y_j, \\ b_0 \cdot \sum_{j=1}^n x_j + b_1 \cdot \sum_{j=1}^n x_j^2 = \sum_{j=1}^n x_j \cdot y_j. \end{cases} \quad (3.1)$$

$\hat{y}_j = b_0 + b_1 \cdot x_j + b_2 \cdot x_j^2$  – парабола, система нормальних рівнянь для визначення параметрів  $b_0$ ,  $b_1$  і  $b_2$  якої

$$\begin{cases} n \cdot b_0 + b_1 \cdot \sum_{j=1}^n x_j + b_2 \cdot \sum_{j=1}^n x_j^2 = \sum_{j=1}^n y_j, \\ b_0 \cdot \sum_{j=1}^n x_j + b_1 \cdot \sum_{j=1}^n x_j^2 + b_2 \cdot \sum_{j=1}^n x_j^3 = \sum_{j=1}^n x_j \cdot y_j, \\ b_0 \cdot \sum_{j=1}^n x_j^2 + b_1 \cdot \sum_{j=1}^n x_j^3 + b_2 \cdot \sum_{j=1}^n x_j^4 = \sum_{j=1}^n x_j^2 \cdot y_j, \end{cases}$$

$\hat{y}_j = b_0 + b_1 \cdot x_j + b_2 \cdot x_j^2 + b_3 \cdot x_j^3$  – поліном третього степеня,

$\hat{y}_j = b_0 + \frac{b_1}{x_j}$  – гіпербола,

$\hat{y}_j = b_0 + b_1^{x_j}$  – показникова функція й ін.

У разі необхідності використання нелінійних моделей регресії в ході дослідження форми зв'язку, при визначенні параметрів методом найменших квадратів рівняння регресії необхідно звести до лінійного вигляду. Наприклад, степенева функція  $\hat{y} = b_0 \cdot x^{b_1}$  приводиться до лінійного вигляду логарифмуванням  $\log \hat{y} = \log b_0 + b_1 \cdot \log x$ , подальші розрахунки аналогічні

лінійній моделі; гіпербола  $\hat{y} = b_0 + \frac{b_1}{x}$  приводиться до лінійного виду введенням

нової змінної (оберненого до  $x$  значення)  $u = \frac{1}{x}$ :  $\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot u$ ; парабола



(поліном 2-го степеня)  $\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot x^2$  – заміною квадрата значень факторної ознаки ( $u = x^2$ ), у результаті виходить лінійна функція двох змінних  $\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x + b_2 \cdot u$  і т.д.

Багатофакторна лінійна модель виглядає наступним чином

$$\hat{y}_j = b_0 + b_1 \cdot x_{1j} + b_2 \cdot x_{2j} + \dots + b_m \cdot x_{mj},$$

де параметр  $b_i$  ( $i = \overline{1; m}$ ) називається частковим коефіцієнтом регресії і показує на скільки одиниць власного вимірювання у середньому зміниться значення результативної ознаки у при зміні значення факторної ознаки  $x_i$  на одиницю її вимірювання за умови, що інші факторні ознаки залишатимуться незмінними;  $b_0$  – значення результативної ознаки, коли усі факторні ознаки, враховані в моделі, набувають нульового значення (якщо це неможливо,  $b_0$  економічно не інтерпретується і як вільний член рівняння регресії відіграє у ньому виключно розрахункову роль).

Для визначення параметрів  $b_0, b_1, \dots, b_m$ , виходячи з методу найменших квадратів, потрібно скласти і розв'язати систему нормальних рівнянь

$$\begin{cases} n \cdot b_0 + b_1 \cdot \sum_{j=1}^n x_{1j} + b_2 \cdot \sum_{j=1}^n x_{2j} + \dots + b_m \cdot \sum_{j=1}^n x_{mj} = \sum_{j=1}^n y_j, \\ b_0 \cdot \sum_{j=1}^n x_{1j} + b_1 \cdot \sum_{j=1}^n x_{1j}^2 + b_2 \cdot \sum_{j=1}^n x_{1j} \cdot x_{2j} + \dots + b_m \cdot \sum_{j=1}^n x_{1j} \cdot x_{mj} = \sum_{j=1}^n x_{1j} \cdot y_j, \\ \dots \\ b_0 \cdot \sum_{j=1}^n x_{mj} + b_1 \cdot \sum_{j=1}^n x_{1j} \cdot x_{mj} + b_2 \cdot \sum_{j=1}^n x_{2j} \cdot x_{mj} + \dots + b_m \cdot \sum_{j=1}^n x_{mj}^2 = \sum_{j=1}^n x_{mj} \cdot y_j. \end{cases}$$

До складу MS Excel входить набір засобів аналізу даних (так званий пакет аналізу), призначений для розв'язування складних статистичних та інженерних задач. Для аналізу даних за допомогою цих інструментів необхідно вказати вхідні дані і обрати параметри; аналіз буде виконано за допомогою підходящої статистичної або інженерної макрофункції, а результат буде розміщений у вихідному діапазоні. Інші засоби дозволяють представити результати аналізу графічно. Тому на практиці доцільно, взагалі не складаючи вручну систему нормальних рівнянь, застосовувати у середовищі Excel інструмент аналізу „Регресия” пакету „Анализ данных” (рис. 3.1). Лінійний регресійний аналіз полягає у підборі графіка для сукупності спостережень за допомогою методу найменших квадратів. „Регресия” використовується для аналізу впливу на окрему залежну змінну значень однієї або більше незалежних змінних.

На етапі теоретичного обґрунтування моделі і вибору факторних ознак обов'язково необхідно не тільки вибирати факторні ознаки, але й досліджувати структуру взаємозв'язку між ними, а саме враховувати тісноту кореляційного зв'язку між ознаками. За наявності зв'язку близького до функціонального (мультиколінеарності), оцінки параметрів багатofакторного рівняння регресії будуть ненадійними. Для діагностики мультиколінеарності між ознаками достатньо розрахувати відповідні коефіцієнти кореляції. Якщо коефіцієнт кореляції двох факторних ознак близький до одиниці, то одну з них потрібно виключити.

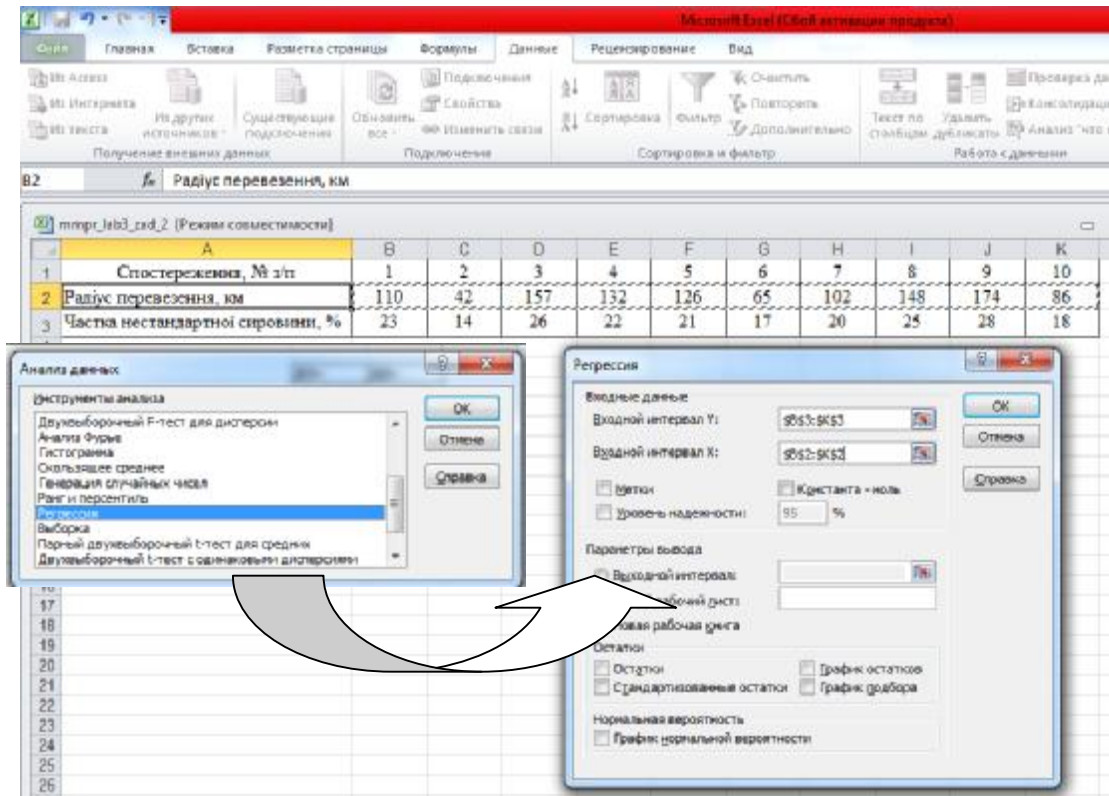


Рисунок 3.1 – Діалогове вікно інструменту аналізу даних „Регресия” MS Excel

Також складним є питання обґрунтування аналітичної форми моделі, для вирішення якого на практиці використовуються логічне осмислення явища, графіки або аналітичні групування. Можливий перебір функцій, коли обчислюють регресії різних видів, кожна з них перевіряється на адекватність досліджуваному явищу і з числа адекватних вибирається найточніша із моделей (див. додаток А).

На етапі оцінки лінії регресії визначаються параметри обраної моделі методом найменших квадратів, про який вже йшлося. Так, параметри лінійної моделі парної регресії  $\hat{y}_j = b_0 + b_1 \cdot x_j$ ,  $j = \overline{1; n}$  методом найменших квадратів визначаються у результаті розв'язування системи нормальних рівнянь (3.1). Параметр  $b_1$  лінійної однофакторної моделі називається коефіцієнтом регресії і показує на скільки одиниць власного вимірювання у середньому зміниться значення результативної ознаки у зі зміною значення факторної ознаки  $x$  на

одиницю. При невеликій кількості спостережень коефіцієнт регресії схильний до випадкових коливань, тому доцільно визначати відповідні межі цих коливань, т.б. довірчий інтервал коефіцієнта регресії  $b_1 \pm \Delta b$ , де  $\Delta b$  – гранична похибка коефіцієнта регресії ( $\Delta b = t \cdot \mu_b$ ,  $t$  – коефіцієнт довіри, що встановлюється за спеціальними таблицями залежно від ймовірності, з якою гарантуватиметься довірчий інтервал коефіцієнта регресії, зокрема, при ймовірності 0,954  $t = 2$ , а при більш високій ймовірності 0,997 межі довірчого інтервалу будуть ширші, бо  $t = 3$  і т.д.;  $\mu_b$  – середня помилка коефіцієнта регресії, що визначається за формулою (3.2)).

$$\mu_b = \sqrt{\frac{\sigma_e^2}{\sigma_x^2 \cdot (n-2)}}, \quad (3.2)$$

тут  $\sigma_x^2$  – дисперсія факторної ознаки:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (x_j - \bar{x})^2}{n} \quad (3.3)$$

або

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum_{j=1}^n x_j^2}{n} - \left( \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n} \right)^2, \quad (3.4)$$

де  $x_j$  – значення факторної ознаки, властиві окремим одиницям сукупності (індивідуальні);

$\bar{x}$  – середнє значення ознаки;

$n$  – обсяг сукупності;

$\sigma_e^2$  – залишкова дисперсія результативної ознаки:

$$\sigma_e^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2}{n}$$

Третій етап побудови регресійної моделі кореляційного зв'язку – це визначення тісноти зв'язку. У разі застосування моделі парної регресії для

оцінки тісноти зв'язку між ознаками використовується теоретичне кореляційне відношення (індекс кореляції)  $R$  або лінійний коефіцієнт кореляції  $r_{yx}$ :

$$0 \leq R \leq 1,$$

$$-1 \leq r_{yx} \leq 1.$$

$r_{yx}$  характеризує не тільки тісноту, а і напрям зв'язку між факторною ознакою  $x$  і результативною  $y$ .  $R = |r_{yx}| = 0$  – зв'язку між ознаками немає,  $R = |r_{yx}| = 1$  – зв'язок між ознаками лінійно-функціональний. Інші випадки – див. за шкалою Чеддока (таблиця 3.1).  $r_{yx} > 0$  означає прямий зв'язок між ознаками  $y$  та  $x$  (те ж саме показує і коефіцієнт регресії  $b_I > 0$ ), а  $r_{yx} < 0$  (або параметр  $b_I < 0$ ) – обернений зв'язок між ознаками  $y$  та  $x$ .

$$R = \sqrt{R^2},$$

де  $R^2$  – коефіцієнта детермінації, що характеризує ту частину варіації результативної ознаки  $y$ , яка відповідає лінійному рівнянню регресії,

$$R^2 = \frac{\sigma_{\hat{y}}^2}{\sigma_y^2},$$

тут  $\sigma_{\hat{y}}^2$  – факторна дисперсія (дисперсія теоретичних значень результативної ознаки):

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (\hat{y}_j - \bar{y})^2}{n}$$

або за формулою (3.5), що не потребує розрахунку теоретичних значень результативної ознаки ( $\hat{y}_j, j = \overline{1; n}$ ), але має обмеження у застосуванні – використовується тільки при роботі з лінійною однофакторною моделлю:

$$\sigma_{\hat{y}}^2 = \frac{1}{n} \left( b_0 \cdot \sum_{j=1}^n y_j + b_I \cdot \sum_{j=1}^n x_j \cdot y_j \right) - \bar{y}^2; \quad (3.5)$$

$\sigma_y^2$  – загальна дисперсія результативної ознаки  $y$  (див. формули (3.3) або (3.4)).

Правило додавання дисперсій у кореляційно-регресійному аналізі формулюється так: загальна дисперсія результативної ознаки дорівнює сумі факторної та залишкової дисперсій, тобто

$$\sigma_y^2 = \sigma_{\hat{y}}^2 + \sigma_e^2$$

$$r_{yx} = \frac{\sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y}) \cdot (x_j - \bar{x})}{n \cdot \sigma_y \cdot \sigma_x}$$

або

$$r_{yx} = \frac{\overline{y \cdot x} - \bar{y} \cdot \bar{x}}{\sigma_y \cdot \sigma_x}, \quad (3.6)$$

де середні значення  $\bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^n y_j}{n}$  та  $\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^n x_j}{n}$  результативної та факторної ознак, а стандартні відхилення результативної ( $\sigma_y$ ) та факторної ( $\sigma_x$ ) ознак – це корінь квадратний з відповідних дисперсій, кожна з яких може бути обчислена за формулою (3.3) або (3.4).

Коли  $t_r > t_\alpha(n-r)$  (де  $t_r$  – розрахункове значення критерію Стьюдента  $\left( t_r = r_{yx} \cdot \sqrt{\frac{n-2}{1-r_{yx}^2}} \right)$ ,  $t_\alpha(n-r)$  – критичне значення статистики Стьюдента, визначене за спеціальними таблицями залежно від рівня значущості  $\alpha$  та числа ступенів свободи  $n-r$ ,  $n$  – кількість спостережень,  $r$  – число параметрів моделі), то лінійний коефіцієнт кореляції  $r_{yx}$  визнається значимим.

Таблиця 3.1 – Шкала Чеддока [2, с. 145]

Значення $R,  r $	0,1–0,3	0,3–0,5	0,5–0,7	0,7–0,9	0,9–0,99
Сила зв'язку	слабкий зв'язок	помітний	помірний	тісний	вельми тісний

Якщо факторна ознака  $x$  та результативна  $y$  мають різні одиниці вимірювання, то для безпосередньої оцінки впливу фактору на результативну

ознаку доцільно використовувати не коефіцієнт регресії  $b_1$ , а коефіцієнт еластичності  $E_{\hat{y}x}$ , що показує на скільки відсотків зміниться результативна ознака  $y$  при зміні факторної ознаки  $x$  на 1%, та бета-коефіцієнт  $\beta_{\hat{y}x}$ , що показує, на яку частину величини свого стандартного відхилення зміниться у середньому значення результативної ознаки при зміні факторної ознаки на величину її середньоквадратичного відхилення.

$$E_{\hat{y}x} = \frac{b_1 \cdot \bar{x}}{y}, \quad (3.7)$$

$$\beta_{\hat{y}x} = \frac{b_1 \cdot \sigma_x}{\sigma_y}. \quad (3.8)$$

Формула розрахунку коефіцієнта еластичності за, наприклад, моделлю полінома 2-го степеня  $\hat{y} = b_0 + b_1 \cdot x_j + b_2 \cdot x_j^2, j = \overline{1; n}$  наступна, а за рівняннями парної залежності деяких інших видів – див. [3, с. 130-131].

$$E_{\hat{y}x} = (b_1 + 2 \cdot b_2 \cdot x) \frac{x}{y}.$$

У разі використання лінійної моделі множинної регресії, оцінити тісноту зв'язку між кожним із факторів і результативною ознакою при фіксованих значеннях усіх інших факторних ознак можна за допомогою часткових коефіцієнтів кореляції. Так, для двофакторної лінійної моделі  $\hat{y}_j = b_0 + b_1 \cdot x_{1j} + b_2 \cdot x_{2j}, j = \overline{1; n}$  частковий коефіцієнт кореляції між результативною ознакою  $y$  і факторною ознакою  $x_1$  при незмінних значеннях факторної ознаки  $x_2$  розраховується за формулою:

$$r_{\hat{y}x_1(x_2)} = \frac{r_{yx_1} - r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_2}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}},$$

де використовуються попарні коефіцієнти кореляції  $r_{yx_1}, r_{x_1x_2}, r_{yx_2}$ , що визначаються за формулами, аналогічними (3.6) і відображають напрям та тісноту зв'язку між відповідними ознаками.

Частковий коефіцієнт кореляції між результативною ознакою  $y$  і факторною ознакою  $x_2$  при фіксованій  $x_1$ :

$$r_{\hat{y}x_2}(x_1) = \frac{r_{yx_2} - r_{yx_1} \cdot r_{x_1x_2}}{\sqrt{(1 - r_{yx_1}^2) \cdot (1 - r_{x_1x_2}^2)}}$$

Піднесені до квадрату часткові коефіцієнти кореляції є частковими коефіцієнтами детермінації  $(r_{\hat{y}x_1(x_2)}^2; r_{\hat{y}x_2(x_1)}^2)$ , що характеризують частку варіації результативної ознаки у під дією одного із факторів при фіксованому значенні іншого фактору.

У багатофакторних регресійних моделях тіснота зв'язку між результативною ознакою у і всіма врахованими в моделі факторними ознаками оцінюється за допомогою коефіцієнта множинної кореляції, який, наприклад, у випадку двохфакторної регресійної моделі має наступний вигляд:

$$R_{\hat{y}x_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2 \cdot r_{yx_1} \cdot r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}}$$

$0 \leq R_{\hat{y}x_1x_2} \leq 1$  і чим ближче його значення до одиниці, тим більшою мірою у моделі враховані фактори, що здійснюють вплив на результативну ознаку.

$R_{\hat{y}x_1x_2}^2$  – сукупний коефіцієнт детермінації, що показує питому вагу варіації результативної ознаки під дією досліджуваних факторних ознак.

Вплив окремих факторів у багатофакторних моделях може бути охарактеризований за допомогою часткових коефіцієнтів еластичності, які у випадку лінійної моделі розраховуються за формулами аналогічними (3.7), та часткових бета-коефіцієнтів, що визначаються по аналогії з (3.8).

Четвертий етап – перевірка істотності зв'язку – в кореляційно-регресійному аналізі здійснюється за допомогою тих самих критеріїв ( $R^2$  або  $F$ -критерій) і за тими процедурами (порівняння обчисленого значення з табличним – див., наприклад, додаток 5 [4, с. 435-436]), що і в аналітичному групуванні. Але ступені свободи факторної та залишкової дисперсій залежать від числа параметрів рівняння регресії ( $r$ ) і, відповідно, дорівнюють  $k_1 = r - 1$ ,  $k_2 = n - r$ , де  $n$  – число спостережень.

$$F = \frac{R^2}{1 - R^2} \cdot \frac{k_2}{k_1}$$

або

$$F = \frac{\sigma_{\hat{y}}^2}{\sigma_e^2} \cdot \frac{k_2}{k_1}$$

Перевищення розрахункового значення над критичним ( $F > F_P(k_1; k_2)$  або  $R^2 > R_P^2(k_1; k_2)$ ) підтверджує істотність кореляційного зв'язку між ознаками, що вивчаються.

### 3.2 Вибір виду кривої зростання для конкретного ряду динаміки

Головна мета створення трендових моделей динаміки – на їх основі виконати прогноз щодо розвитку досліджуваного процесу або явища на майбутній проміжок часу. Прогнозування на основі ряду динаміки відноситься до одновимірних методів прогнозування, які базуються на екстраполяції, тобто продовженні на майбутнє тенденції, що спостерігалась у минулому. При цьому припускається, що, по-перше, прогнозований показник формується під впливом великої кількості факторів, виокремити які або неможливо, або стосовно яких відсутня інформація, відповідно, зміна даного показника пов'язується не з факторами, а з плином часу, що виявляється у появі одновимірних рядів динаміки. По-друге, що ряд динаміки дійсно має переважаючу тенденцію (тренд) і, по-третє, загальні умови, що визначали розвиток показника у минулому, залишатимуться без суттєвих змін упродовж періоду упередження.

При короткостроковому прогнозуванні, а також при прогнозуванні у ситуації зміни зовнішніх умов, коли важливими є останні реалізації досліджуваного процесу, свою ефективність довели адаптивні моделі прогнозування – моделі дисконтованих даних, здатні швидко пристосовувати свою структуру і параметри до зміни умов [5]. При встановленні їх параметрів рівням ряду динаміки присвоюються різні ваги залежно від того, наскільки сильним вважається їх вплив на поточний рівень, що дозволяє враховувати зміни у тенденції, а також будь-які коливання, у яких прослідковується закономірність. Усі адаптивні моделі побудовані за двома схемами: ковзної середньої (СС-моделі, наприклад, Брауна і Хольта) – оцінкою поточного рівня є зважена середня усіх попередніх рівнів, причому ваги зменшуються по мірі віддалення від останнього рівня, і авторегресії (АР-моделі) – оцінкою поточного рівня служить зважена сума не усіх, а кількох попередніх рівнів, при цьому вагові коефіцієнти не ранжовані, т.б. інформаційна цінність рівнів ряду динаміки визначається не їх близькістю до модельованого рівня, а тісністю зв'язку між ними.

При екстраполяційному прогнозуванні динаміки на основі часових рядів з використанням трендових моделей виконуються наступні основні етапи:

- 1) попередній аналіз даних;
- 2) формування набору моделей, наприклад, набору кривих зростання, які називаються функціями-кандидатами;
- 3) кількісне оцінювання параметрів моделей;
- 4) визначення адекватності моделей;
- 5) оцінювання точності адекватних моделей;
- 6) вибір найкращої моделі;



- 7) отриманні точкового та інтервального прогнозів;
- 8) верифікація прогнозу.

Для моделювання і прогнозування економічних процесів найчастіше використовуються поліноміальні, експонентні та S-подібні криві зростання. Так, найпростіші – поліноміальні криві зростання можна використовувати для апроксимації (наближення) і прогнозування процесів, подальший розвиток яких не залежить від досягнутого рівня. У загальному вигляді:

$\hat{y}_t = b_0 + b_1 \cdot t$  – поліном першого степеня,

$\hat{y}_t = b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2$  – поліном другого степеня,

$\hat{y}_t = b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2 + b_3 \cdot t^3$  – поліном третього степеня і т.д.

Параметр  $b_1$  називається лінійним приростом, параметр  $b_2$  – прискоренням зростання, параметр  $b_3$  – зміною прискорення зростання.

Для полінома першого степеня характерний постійний закон зростання: якщо обчислити перші прирости за формулою  $\Delta y_t = y_t - y_{t-1}, t = \overline{2; n}$ , то вони будуть постійної величини дорівнювати  $b_1$ .

Якщо перші прирости розрахувати для полінома другого степеня, то вони будуть лінійно залежними у часі і ряд з перших абсолютних приростів  $\Delta y_2, \Delta y_3, \dots, \Delta y_n$  на графіку буде представлений прямою лінією. Другі абсолютні прирости  $\Delta y_t^{(2)} = \Delta y_t - \Delta y_{t-1}$  для полінома другого степеня будуть постійними (рівними між собою).

Для полінома третього степеня перші прирости утворюватимуть поліном другого степеня, другі прирости – лінійну функцію часу, а треті прирости  $\Delta y_t^{(3)} = \Delta y_t^{(2)} - \Delta y_{t-1}^{(2)}$  будуть величиною постійною.

На відміну від поліноміальних використання експонентних кривих зростання передбачає, що подальший розвиток залежатиме від досягнутого рівня, наприклад, приріст залежний від значення функції  $\hat{y}_t$ .

Проста експонента може бути представлена функцією

$$\hat{y}_t = a \cdot b^t,$$

де  $a, b$  – додатні числа, причому, коли  $b > 1$ , функція зростає з плином часу  $t$ , а коли  $b < 1$  – функція спадає.

Ордината простої експоненти змінюється з постійним темпом приросту,

$$\frac{\Delta y_t}{y_t} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_t} = 1 - \frac{1}{b}$$

відношення абсолютного приросту до самої ординати є величиною постійною і, крім того, логарифми ординат лінійно залежні від фактору часу  $t$ .

$$(\log \hat{y}_t = \log a + t \cdot \log b)$$

Один з варіантів модифікованої експоненти має вигляд:

$$\hat{y}_t = k + a \cdot b^t,$$

тут  $a, b$  – сталі:  $a < 0, 0 < b < 1$ ;

$k$  – асимптота цієї функції, тобто значення функції необмежено наближаються (знизу) до величини  $k$ .

Якщо прологарифмувати перші абсолютні прирости останньої функції, вийде лінійно залежна від часу функція. Відношення двох останніх приростів

$$\frac{\Delta y_t}{\Delta y_{t-1}} = \frac{y_t - y_{t-1}}{y_{t-1} - y_{t-2}} = b$$

– є величиною постійною.

В економіці досить поширеними є процеси, які спочатку розвиваються повільно, потім прискорюються, потім знову уповільнюються зростання, наближаючись до певної межі (наприклад, зміна попиту на товари, що мають здатність досягати певного рівня насичення), для моделювання яких використовуються так звані S-подібні криві, серед яких крива Гомперца (3.9), що використовується, наприклад, для моделювання показників смертності у демографії або опису динаміки показників рівня життя, і крива Перла-Ріда (логістична крива) (3.10) – зростаюча функція, швидкість зростання якої у кожний момент часу пропорційна досягнутому рівню функції та різниці між граничним значенням  $k$  і досягнутим рівнем.

$$\hat{y}_t = k \cdot a^{b^t}, \quad (3.9)$$

де  $a, b$  – додатні параметри, причому  $b < 1$ ;

$k$  – асимптота функції.

$$\hat{y}_t = \frac{k}{1 + a \cdot e^{-b \cdot t}} \quad \text{або} \quad \hat{y}_t = \frac{k}{1 + a \cdot b^{-t}}, \quad \text{або} \quad \hat{y}_t = \frac{k}{1 + 10^{a-b \cdot t}}, \quad (3.10)$$

тут  $a, b$  – також додатні параметри;

$k$  – граничне значення функції при нескінченному зростанні часу.

Крива Гомперца має чотири ділянки: на першій приріст функції незначний, на другій – приріст збільшується, на третій ділянці приріст майже сталий, на четвертій – відбувається уповільнення темпів приросту і функція невпинно наближається до значення  $k$ . У результаті конфігурація кривої нагадує латинську букву  $S$ .

Логарифм функції (3.9) є експонентною кривою, логарифм відношення першого приросту до самої ординати функції – лінійною функцією часу.

Логарифм відношення першого приросту функції (3.10) до квадрату її значення (ординати) є лінійною функцією часу. Конфігурація графіка логістичної кривої приблизно така ж як і кривої Гомперца, але має точку симетрії, що співпадає з точкою перегину.

Для попереднього вибору для конкретного ряду динаміки  $y_1, y_2, \dots, y_n$  поліноміальної кривої, коли, по-перше, рівні ряду складаються лише з двох компонент: тренд і випадкова компонента, і, по-друге, тренд є достатньо гладким, щоб його можна було апроксимувати поліномом певного степеня, найбільшого поширення набув метод Тінтнера (метод скінченних різниць). На першому етапі реалізації даного методу обчислюються різниці (абсолютні прирости) до  $k$ -го порядку включно (для апроксимації економічних процесів, зазвичай, до четвертого порядку):

$$\begin{aligned} \Delta y_t &= y_t - y_{t-1}, \\ \Delta y_t^{(2)} &= \Delta y_t - \Delta y_{t-1}, \\ \Delta y_t^{(3)} &= \Delta y_t^{(2)} - \Delta y_{t-1}^{(2)}, \\ &\dots \\ \Delta y_t^{(k)} &= \Delta y_t^{(k-1)} - \Delta y_{t-1}^{(k-1)}. \end{aligned}$$

Далі для початкового ряду динаміки і для кожного різницевого ряду ( $k \in \{1; 2; \dots\}$ ) розраховуються дисперсії:

$$\sigma_0^2 = \frac{\sum_{t=1}^n y_t^2 - \frac{1}{n} \cdot \left( \sum_{t=1}^n y_t \right)^2}{n-1} \quad \text{– для початкового ряду,}$$

$$\sigma_k^2 = \frac{\sum_{t=k+1}^n \left( \Delta y_t^{(k)} \right)^2}{(n-k) \cdot C_{2k}^k} \quad \text{– для ряду різниць } k\text{-го порядку (} C_{2k}^k \text{ – біноміальний коефіцієнт).}$$

Виконується порівняння відхилень  $\left| \sigma_k^2 - \sigma_{k-1}^2 \right|$  кожної наступної дисперсії від попередньої і, якщо для певного  $k$  ця величина не перевищує деяку наперед задану додатну величину (дисперсію одного порядку), то степінь апроксимуючого поліному повинна дорівнювати  $k-1$ .

Більш універсальним методом попереднього вибору кривих зростання з широкого їх різноманіття є метод характеристик приросту, що базується на використанні окремих характерних властивостей вищезгаданих кривих. При застосуванні даного методу початковий ряд динаміки попередньо згладжується методом простої ковзної середньої. Наприклад, для інтервалу згладжування  $m = 3$  вирівняні рівні обчислюються за формулою

$$\bar{y}_t = \frac{y_{t-1} + y_t + y_{t+1}}{3},$$

причому, щоб не втратити початковий і кінцевий рівні, їх вирівнюють за формулами

$$\bar{y}_1 = \frac{5 \cdot y_1 + 2 \cdot y_2 - y_3}{6},$$

$$\bar{y}_n = \frac{-y_{n-2} + 2 \cdot y_{n-1} + 5 \cdot y_n}{6}.$$

Далі обраховуються перші середні прирости

$$\overline{\Delta y}_t = \frac{\bar{y}_{t+1} - \bar{y}_{t-1}}{2}, t = 2; n-1,$$

другі середні прирости

$$\overline{\Delta y}_t^{(2)} = \frac{\overline{\Delta y}_{t+1} - \overline{\Delta y}_{t-1}}{2},$$

а також ряд похідних величин, пов'язаних з обчисленими середніми приростами і згладженими рівнями ряду:

$$\frac{\overline{\Delta y}_t}{\bar{y}_t}; \log \bar{\Delta y}_t; \log \frac{\overline{\Delta y}_t}{\bar{y}_t}; \log \frac{\overline{\Delta y}_t}{\bar{y}_t^2}.$$

Відповідно до характеру зміни середніх приростів та похідних характеристик визначається вигляд кривої зростання для початкового ряду динаміки (див. таблицю 3.2).

Таблиця 3.2 – Допоміжні матеріали для попереднього підбору найкращої кривої зростання для моделювання і прогнозування динаміки

Найменування показника, його умовне позначення	Характер зміни показника у часі	Вид кривої зростання
Перший середній приріст $\overline{\Delta y_t}$	Приблизно однакові	Поліном першого степеня (пряма)
Перший середній приріст $\overline{\Delta y_t}$	Змінюються лінійно	Поліном другого степеня (парабола)
Другий середній приріст $\overline{\Delta y_t^{(2)}}$	Змінюються лінійно	Поліном третього степеня (кубічна парабола)
$\frac{\overline{\Delta y_t}}{y_t}$	Приблизно однакові	Проста експонента
$\log \overline{\Delta y_t}$	Змінюються лінійно	Модифікована експонента
$\log \frac{\overline{\Delta y_t}}{y_t}$	Змінюються лінійно	Крива Гомперца
$\log \frac{\overline{\Delta y_t}}{y_t - 2}$	Змінюються лінійно	Крива Перла-Ріда

На практиці, як правило, попередньо відбираються 2-3 криві зростання для подальшого дослідження та побудови трендової моделі досліджуваного ряду динаміки.

Параметри поліноміальних кривих оцінюються методом найменших квадратів, що приводить до системи нормальних рівнянь для визначення невідомих параметрів відібраних кривих (див. п. 3.1 навчального посібника; тільки у якості факторної ознаки  $x$  виступає фактор часу  $t$ ).

Параметри експонентних та S-подібних кривих визначаються за допомогою більш складних методів. Так, для простої експоненти попередньо виконується логарифмування функції (береться логарифм десятковий, натуральний або ін.), у результаті чого виходить лінійний вираз:

$$\hat{y}_t = a \cdot b^t \Rightarrow \log \hat{y}_t = \log a + t \cdot \log b,$$

після чого для невідомих параметрів  $\log a$  і  $\log b$  складається на основі методу найменших квадратів система нормальних рівнянь, аналогічна системі для визначення параметрів прямої. У результаті розв'язування цієї системи визначаються логарифми параметрів, а тоді й самі параметри моделі  $a$  та  $b$ .

У випадку визначення параметрів кривих зростання, що мають асимптоти (модифікована експонента, крива Гомперца, логістична крива), розрізняють два випадки:

1) коли значення асимптоти  $k$  відоме, то шляхом нескладної модифікації функції з наступним логарифмуванням встановлення параметрів зводиться до розв'язування системи нормальних рівнянь, невідомими якої є логарифми параметрів кривої;

2) коли значення асимптоти наперед невідоме, для знаходження параметрів кривих зростання використовуються наближені методи – метод трьох точок, метод трьох сум та інші.

Кількісну оцінку параметрів ряду трендових моделей, як і екстраполяцію на їх основі, дозволяють здійснити можливості MS Excel (рис. 3.2).

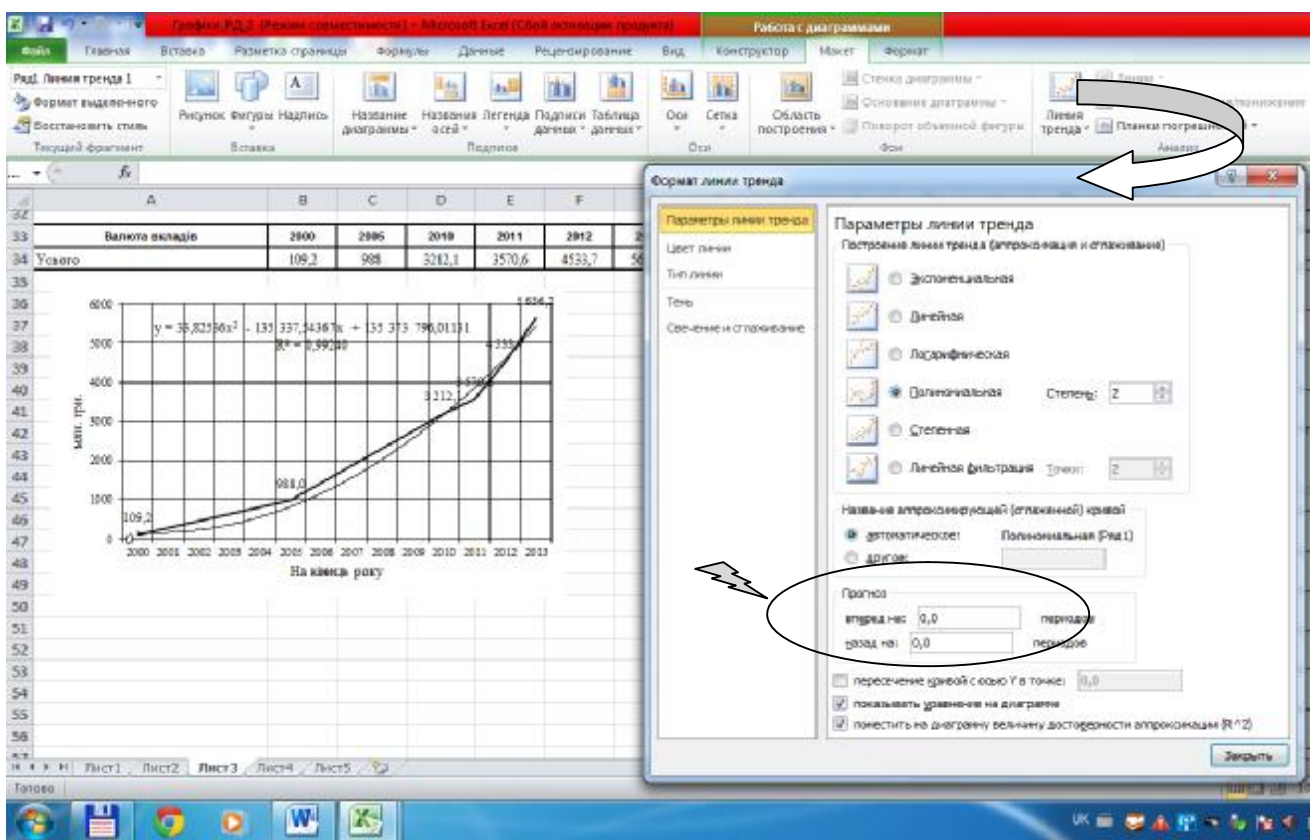


Рисунок 3.2 – Побудова трендових моделей в MS Excel

Для з'ясування того, наскільки побудовані моделі відповідають реальності, відображеній рядом динаміки, наскільки обґрунтованим є застосування цих моделей для аналізу і прогнозування досліджуваного явища, кожна з них оцінюється на адекватність реальному стану речей, після чого з числа адекватних моделей обирається найточніша. На сьогодні єдиного підходу щодо перевірки моделей на адекватність не вироблено, але розроблені ряд методів, що підтвердили свою ефективність на практиці, один з яких, що передбачає послідовну перевірку чотирьох властивостей залишкової компоненти  $\varepsilon_t = y_t - \hat{y}_t$  ( $t = \bar{l}; n$ ): випадкового характеру коливань рівнів

залишкової послідовності  $\varepsilon_t$ , відповідності розподілу випадкової компоненти нормальному закону, рівності математичного очікування випадкової компоненти нулю та незалежності рівнів випадкової компоненти, наведений у додатку А навчального посібника у контексті застосування для перевірки регресійних моделей на адекватність.

### 3.3 Прогнозування динаміки на основі трендових моделей та верифікація прогнозу

Пристаючи до вирівнювання рядів динаміки з використанням кривих зростання доводиться вирішувати питання щодо того, яку довжину повинен мати ряд – база прогнозування. Очевидно, коли період ряду динаміки надто короткий, можна не виявити тенденцію його розвитку. З другого боку, задовгий ряд динаміки може охоплювати періоди з різними трендами і його опис за допомогою однієї кривої зростання не даватиме позитивного результату. Тому доцільно брати якомога триваліший період часу. У випадку, якщо розвиток виявляє циклічний характер, необхідно брати період від середини першого до середини останнього періоду циклу. Якщо ряд охоплює періоди з різними трендами, краще скоротити ряд, вилучивши з розгляду найбільш ранні рівні, що відносяться до періоду з іншою закономірністю розвитку.

Для наближеної оцінки прогнозних властивостей моделі доцільно використовувати, так звані, ретроспективний прогноз – підхід, що базується на виокремленні ділянки з числа рівнів заданого ряду динаміки у кількості  $n_2$  рівнів у якості перевіркової, а саму модель у такому разі необхідно будувати за першими точками, число яких становитиме  $n_1 = n - n_2$ . Тоді для розрахунку показників точності моделі за ретроспективним прогнозом застосовуються ті ж формули, проте підсумовування у них здійснюється не по всіх спостереженнях, а лише по останніх  $n_2$  спостереженнях. Зокрема, формула для середнього квадратичного відхилення матиме наступний вигляд:

$$\sigma_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=n_1+1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{n_2 - r'}}$$

де  $\hat{y}_t$  – значення рівнів ряду за моделлю побудованою для перших рівнів;  
 $r'$  – число параметрів моделі без урахування вільного члена.

Прогноз на основі трендових моделей (кривих зростання) складається з двох елементів: точкового та інтервального прогнозів. Точковий прогноз  $\hat{y}_{n+L}$  на  $L$  кроків (часових проміжків, дат) вперед отримують шляхом підстановки у найточнішу з адекватних моделей  $t = n + 1$ ,  $t = n + 2$  і т. д. (період упередження обмежується базою прогнозування). Для прогнозування залежної

змінної (результативної ознаки) на  $L$  кроків уперед необхідно знати прогнозні значення усіх факторів врахованих у даній моделі. Ці значення можуть бути одержані на основі екстраполяційних методів, наприклад, з використанням середніх абсолютних приростів факторних ознак або методами експертних оцінок, або безпосередньо заданими дослідником процесу. Прогнозні значення факторів підставляють у модель і одержують точкові прогнозні оцінки показника, що вивчається.

Множина можливих значень результативної ознаки при відомих значеннях факторів, тобто довірчий інтервал прогнозу, що гарантується з імовірністю  $1 - \alpha$ , встановлюється наступним чином:

$$\hat{y}_{n+L} \pm \sigma_{\hat{y}} \cdot K,$$

де коефіцієнт  $K$  – це добуток табличного значення критерію Стьюдента  $t_{\alpha}$  на корінь квадратний з виразу, що має різний вигляд для різних моделей і відображає динамічний аспект прогнозування, тобто зростання невизначеності прогнозованого процесу зі збільшенням періоду упередження виявляється у постійному розширенні довірчого інтервалу ( $K$  забезпечує розширення довірчого „коридору” по мірі віддалення від бази прогнозування). Так, наприклад, для лінійної моделі

$$K = t_{\alpha} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{3 \cdot (n + 2 \cdot L - 1)^2}{n \cdot (n^2 - 1)}}$$

або у дещо перетвореному вигляді

$$K = t_{\alpha} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(t_L - \bar{t})^2}{\sum (t - \bar{t})^2}},$$

де  $t$  – порядковий номер рівня ряду,  $t = \bar{1}; n$ ;

$t_L$  – час, на який виконується прогноз ( $t_L = n + L$ );

$\bar{t}$  – час, що відповідає середині періоду спостережень для початкового ряду,

$$\bar{t} = \frac{n + 1}{2}$$

наприклад,  $\frac{n + 1}{2}$  при непарній кількості спостережень;

додавання ( $\sum$ ) виконується по усіх спостереженнях.

Для полінома другого або третього степеня, а також кривих зростання, що мають асимптоту (модифікована експонента, криві Гомперца та Перла-Ріда), якщо її значення наперед відоме,



$$K = t_{\alpha} \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{t_L^2}{\sum t^2} + \frac{\sum t^4 - 2 \cdot t_L^2 \cdot \sum t^2 + n \cdot t_L^4}{n \cdot \sum t^4 - (\sum t^2)^2}}$$

У зв'язку з тим, що у навчальних завданнях, як правило, є заданою невелика кількість спостережень і, як наслідок, рекомендується визначити прогностні значення на 1-2 часові проміжки (дати) вперед, то допускається не урахування виразу під коренем при встановленні довірчого інтервалу прогнозу, тобто інтервальний прогноз визначається як

$$\hat{y}_{n+L} \pm \sigma_{\hat{y}} \cdot t_{\alpha},$$

де  $\hat{y}_{n+L}$  – точковий прогноз за моделлю на  $(n+L)$ -ий момент або період часу;  
 $L$  – період упередження;

$n$  – кількість рівнів ряду динаміки (число спостережень);

$\sigma_{\hat{y}}$  – середнє квадратичного відхилення між фактичними  $y_t$  і теоретичними  $\hat{y}_t$  рівнями ряду динаміки:

$$\sigma_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2}{n - r'}}$$

$t_{\alpha}$  – критичне значення статистики Стьюдента, що визначається за спеціальними таблицями залежно від рівня значущості  $\alpha$  та числа ступенів свободи  $n - r'$  ( $r'$  – число параметрів моделі).

Довжина періоду упередження  $L$  встановлюється окремо для кожного явища з урахуванням варіації досліджуваних даних на основі логічного осмислення його стабільності. Ця довжина як правило не перевищує для рядів

річних спостережень  $\frac{1}{3}$  обсягу даних, а для квартальних та помісячних рядів – двох років.

Верифікація прогнозу дозволяє оцінити його якість і зводиться до співставлення результатів розрахунків за моделлю з відповідними реальними даними – масовими фактами і закономірностями розвитку. Але у дійсності на етапі верифікації більшою мірою відбувається оцінювання методу прогнозування, за допомогою якого було отримано результат, а не оцінка якості самого результату, через те, що досі не винайдено ефективного підходу щодо оцінки якості прогнозу до його реалізації.

Показником цінності прогнозу є не лише його достовірність, а і корисність. Навіть у випадках, коли прогноз не підтвердився, користувач може принаймні частково контролювати хід подій, впливати на процес, використовувати прогнозну інформацію бажаним для себе чином. Так, отримавши прогноз подій, що мають небажаний напрям перспективного розвитку, користувач може взяти заходів, щоб прогноз не справдився; такий прогноз називається самодеструктивним. Якщо прогноз передбачив хід подій, що влаштовує користувача, він може використати свої можливості для збільшення ймовірності правильного прогнозу; подібний прогноз називається саморегулюючим.

Про точність прогнозу прийнято судити за величиною помилки прогнозу – різниця між фактичним значенням досліджуваного показника і його прогнозним значенням. Її визначення можливе тільки у двох випадках: або коли період упередження завершився і стало відомим фактичне значення прогнозованого показника, або коли прогнозування здійснюється для певного моменту (періоду) часу у минулому, для якого відомі фактичні дані. В останньому випадку інформація поділяється на дві частини. Частина, що охоплює більш ранні дані, служить для оцінювання параметрів прогнозної кривої зростання, друга – більш пізня, розглядається як реалізація прогнозу. Одержані таким чином похибки прогнозу певною мірою характеризують точність методики прогнозування, що використовується.

Найпростішою мірою якості прогнозів за умови наявності даних про їх реалізацію є відношення кількості випадків, коли фактична реалізація охоплюється інтервальним прогнозом, до загальної кількості прогнозів.

На практиці з проблемами якості прогнозів доводиться стикатися, коли період прогнозування ще не завершився і фактичне значення прогнозованого показника ще не стало відомим. Тоді більш точною вважається модель, яка дає вужчі межі довірчого інтервалу прогнозу. Щоб отримати таку модель, етапи побудови трендових моделей динаміки доводиться пройти неодноразово.

### Перелік посилань до теми 3

1. *Ющенко Н. Л.* Статистика : навч. посіб. [для студ. вищ. навч. закл.] / Н. Л. Ющенко, Т. Л. Ющенко. – Чернігів : Десна Поліграф, 2015. – 344 с.
2. *Уманець Т. В.* Статистика : навч. посіб. / Т. В. Уманець, Ю. Б. Пігарев. – К. : Вікар, 2003. – 623 с.
3. *Головач А. В.* Статистичне забезпечення управління економікою: прикладна статистика : навч. посіб. / Головач А. В., Захожай В. Б., Головач Н. А. – К. : КНЕУ, 2005. – 333 с.
4. *Статистика* : збірник задач / [за ред. А. В. Головача]. – К. : Вища шк., 1994.
5. *Экономико-математические методы и прикладные модели* : учебн. пос. / [Федосеев В. В., Гармаш А. Н., Дайитбегов Д. М. и др.] ; под ред. В. В. Федосеева. – М. : ЮНИТИ, 2001. – 391 с.



### Питання для самоперевірки до теми 3

1. Дайте перелік основних видів взаємозв'язків між явищами.

2. Охарактеризуйте функціональні, стохастичні та статистичні зв'язки.
3. Висвітліть послідовність дослідження взаємозв'язків між явищами.
4. Поняття економетричної моделі, їх види.
5. Як визначаються параметри моделі взаємозв'язків між явищами.
6. Чим може бути викликане явище мультиколінеарності у багатofакторних регресійних моделях? Як воно позначається на якості моделей і як воно усувається?
7. Яким чином може бути оцінена якість моделей регресії?
8. Задачі економічного аналізу, що вирішуються на основі регресійних економетричних моделей.
9. Методика оцінки тісноти зв'язку між явищами.
10. Економічна інтерпретація коефіцієнтів парної і множинної кореляції та детермінації.
11. Зміст коефіцієнта еластичності та  $\beta$ -коефіцієнта.
12. На основі яких коефіцієнтів можна проаналізувати вплив окремих факторів у лінійних моделях множинної регресії?
13. Критерії перевірки істотності зв'язку між ознаками.
14. У чому суть інтерполяції та екстрополяції?
15. Як визначається тип аналітичної функції для опису тенденції розвитку?
16. Методи визначення параметрів кривих зростання.
17. Перевірка трендових моделей на адекватність.
18. Показники оцінки точності трендових моделей.
19. Точковий прогноз та визначення довірчого інтервалу прогнозу.
20. Проблеми верифікації прогнозів.

## Тема 4

# БАЛАНСОВІ МОДЕЛІ ВИВЧЕННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ ЕЛЕМЕНТІВ СУСПІЛЬНОГО ВІДТВОРЕННЯ

---

**Мета вивчення теми** – систематизація економіко-статистичних моделей обґрунтування управлінських рішень на основі зіставлення системи показників, що відображають стан взаємопов'язаних елементів відтворення, зокрема, співвідношення ресурсів та їх використання, виробництва і споживання виробництва, розподілу тощо.

**Ключові слова:** *балансовий метод, математичні моделі міжгалузевого балансу, балансу міжрегіональних зв'язків, модель балансу на рівні підприємства.*

Балансові моделі, як статичні, так і динамічні, широко застосовуються при математичному моделюванні економічних систем і процесів [1, с. 231-261]. В основі створення цих моделей – *балансовий метод* – метод взаємного співставлення наявних матеріальних, трудових і фінансових ресурсів та потреб у них. Балансовий метод – це метод оброблення масових (статистичних) даних, що передбачає рівність цілого сумі частин.

Ефективний розвиток економіки передбачає багатоаспектну збалансованість, наприклад, ринків (товарного, фондового, ін.); між споживанням і виробництвом; між експортом та імпортом; між інвестиціями та ризиком; чинників розвитку (науково-технічних, інформаційних, фінансових та ін.); між працівниками складних і простих професій і т. ін. У процесі економіко-статистичного аналізу господарської діяльності за допомогою балансового методу виявляються та вимірюються взаємозв'язки, викриваються резерви у використанні ресурсів. Цей метод є інструментом вимірювання, установлення та додержання пропорцій, виявлення та усунення диспропорцій.

Балансові зіставлення провадяться у вартісній і натуральній формах. Основою кожного балансу є математична модель, що носить назву „балансове рівняння”.

Балансовий метод використовується під час складання національних рахунків і вивчення на цій основі пропорцій між ресурсами (доходами) і використанням ресурсів (витратами).

У соціально-економічній практиці будується система балансів грошових доходів і витрат населення, баланси матеріальні та ін.

Цей метод дає змогу оцінити вплив окремих чинників на результати фінансово-господарської діяльності.

#### **4.1 Міжгалузевий баланс**

*Міжгалузевий баланс* (МГБ) – це статистична таблиця, яка характеризує процеси відтворення в економіці за матеріально-речовим складом та вартісним складом. МГБ базується на даних національних рахунків, користується ідентичними з ними показниками та методологією їх обчислення. У балансі розкриті виробничі зв'язки галузей матеріального виробництва і нематеріальних послуг, вартісний склад валового внутрішнього продукту (ВВП) та його використання на кінцеве споживання та валове нагромадження. Показники МГБ можуть бути оцінені у цінах споживачів, цінах виробників, основних цінах, змішаних цінах. В Україні МГБ складається в основних цінах і в цінах споживачів [2].

Валовий випуск галузей – ринкова вартість всіх продуктів і послуг (товарів), вироблених протягом звітного періоду, з урахуванням незавершеного виробництва і продукції, що виробляється для власних потреб.

Проміжне споживання галузей – продукти короткострокового користування і послуги (товари), що використані виробництвом, з урахуванням ремонту і технічного обслуговування основних засобів, дослідження, розробок і прогнозування, побічних витрат на фінансування капіталоутворення (поточні витрати, пов'язані з купівлею і продажем землі, нематеріальних активів та фінансових вимог).

Кінцеве використання товарів і послуг – використання на кінцеве споживання, валове накопичення основного капіталу, приріст запасів матеріальних оборотних коштів та експорт.

Кінцеве споживання товарів і послуг складається з витрат домашніх господарств на власне кінцеве споживання, витрат державних закладів для задоволення індивідуальних та колективних потреб суспільства, а також витрат на індивідуальне кінцеве споживання некомерційних організацій, що обслуговують домашні господарства.

Валове накопичення – сума валового капіталоутворення, а також нематеріальних активів, за винятком фінансових вимог і перевищення придбання фінансових активів над сумою взятих зобов'язань.

За періодом аналізу МГБ можуть бути динамічними та статичними; за обсягом використаної інформації – національними, регіональними, галузевими; за характером використаних вимірників – натуральними і вартісними; за

характером відбиття міжгалузевих зв'язків МГБ поділяють на два типи: за схемою „Витрати-випуск” і баланс пропозиції та використання ресурсів.

Схема МГБ за методологією СНР складається з трьох основних частин – квадрантів. *I квадрант* (верхній лівий) – проміжне споживання – це шахова таблиця, що відображає виробничі зв'язки між галузями економіки. У стовпцях цього квадранта за кожною галуззю відбиваються витрати на виробництво продукції, виконання робіт і послуг, а у рядках – використання товарів, робіт і послуг на проміжне споживання галузей економіки.

Колонки *II квадранта* (верхнього правого) – кінцеве використання – подають категорії кінцевого використання: кінцеві споживчі витрати домашніх господарств, сектору загального державного управління, некомерційних організацій, що обслуговують домашні господарства, валове нагромадження основного капіталу, зміну запасів матеріальних оборотних активів, чисте придбання цінностей, а також експорт товарів та послуг.

*III квадрант* (нижній лівий) – валова додана вартість (ВДВ) – характеризує вартісну структуру ВВП, як суми ВДВ галузей економіки плюс податки на продукти за винятком субсидій на продукти. Стовпці цього квадранта відповідають галузям економіки, а рядки – основним вартісним компонентам ВВП (оплата праці найманих працівників, валовий прибуток (змішаний дохід, що визначається у випадку коли оплату праці і прибуток неможливо відокремити одне від одного), податки за виключенням субсидій на виробництво та імпорт (чисті податки на виробництво та імпорт).

ВДВ – різниця між випуском і проміжним споживанням. Вона містить у собі первинні доходи, що створюються учасниками виробництва і розподіляються між ними. У національних рахунках використовуються два різні показники і два методи оцінки: для економіки в цілому результати вимірюються випуском товарів і послуг та ВВП у ринкових цінах; для секторів і галузей – випуском і ВДВ у, так званих, основних цінах (за виключенням з ринкових цін чистих податків на продукти).

Податки на продукти включають податки, величина яких безпосередньо залежить від кількості чи вартості товарів та послуг, вироблених, реалізованих або імпортованих виробничою одиницею-резидентом.

Субсидії на продукти – це відшкодування з державного бюджету підприємствам у порядку державного регулювання цін на сільськогосподарську та ін. продукцію для покриття поточних збитків підприємств, поліпшення їх фінансового становища шляхом поповнення оборотних коштів або компенсації окремих витрат.

Стадія утворення доходу характеризується показниками: оплата праці найманих працівників, інші податки, пов'язані з виробництвом, інші субсидії, пов'язані з виробництвом та валовий (чистий) прибуток.

Оплата праці найманих працівників – це винагорода у грошовій або натуральній формі, яку має виплатити роботодавець найманому працівникові за роботу, виконану ним у звітному періоді, незалежно від того, є цей працівник резидентом чи нерезидентом. Оплата праці враховується на підставі

нарахованих сум і містить фактичні та умовні внески на соціальне страхування [3, с. 329].

Інші податки, пов'язані з виробництвом, включають платежі підприємств і організацій до Державного та місцевих бюджетів, державних цільових та позабюджетних фондів у зв'язку з використанням ресурсів та одержанням дозволів на специфічні види діяльності.

До інших субсидій, пов'язаних з виробництвом, належать ті, що надаються для здійснення певної економічної та соціальної політики щодо використання ресурсів.

Валовий (чистий) прибуток – перевищення доходів над витратами, які підприємства мають у результаті діяльності. Чистий прибуток визначається шляхом виключення з валового прибутку споживання основного капіталу.

Таким чином, у кожному стовпці МГБ відображається вартісний склад валового випуску галузей економіки за елементами проміжного споживання (I квадрант) та доданої вартості (III квадрант). Сума валового випуску та імпорту дає вартісну оцінку наявних ресурсів товарів та послуг кожної галузі. У рядках відбиваються напрямки використання ресурсів товарів і послуг, випущених галузями економіки та одержаних за імпортом, на проміжне споживання (I квадрант) і на кінцеве використання (II квадрант). Для кожної галузі економіки загальний обсяг наявних ресурсів дорівнює обсягу використаних ресурсів.

Економічні зв'язки кожної галузі з іншими галузями описується наступною математичною моделлю (модель Леонт'єва, модель „витрати-випуск”), див. рисунок 4.1. Так, розглядаючи МГБ по рядках, кожному галузь можна описати лінійними рівняннями, що подає використання її продукції на проміжне і кінцеве споживання, нагромадження та інші кінцеві потреби:

$$x_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + y_i, \quad i = \overline{1; n}, \quad (4.1)$$

де  $x_i$  – продукція  $i$ -ї галузі;

$a_{ij}$  – коефіцієнти прямих витрат продукції  $i$ -ї галузі на одиницю продукції  $j$ -ї галузі;

$x_j$  – продукція  $j$ -ї галузі;

$y_i$  – кінцеве використання  $i$ -ї галузі.

Розглядаючи МГБ по стовпцях, можна записати рівняння виду (4.2), що характеризують вартісну структуру випуску продукції кожної галузі.

$$x_j = \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i + z_j, \quad j = \overline{1; n},$$

де  $z_j$  – ВДВ  $j$ -ї галузі.

Витрати		Випуск		Проміжне споживання			Кінцеве використання	Усього використано
		1	...	$j$	...	$n$		
Проміжне споживання галузей	1	$a_{11}x_1$	...	$a_{1j}x_j$	...	$a_{1n}x_n$	$y_1$	$x_1$
	...	...	...	...	...	...	...	...
	$i$	$a_{i1}x_1$	...	$a_{ij}x_j$	...	$a_{in}x_n$	$y_i$	$x_i$
	...	...	...	...	...	...	...	...
	$n$	$a_{n1}x_1$	...	$a_{nj}$	...	$a_{nn}x_n$	$y_n$	$x_n$
ВДВ		$z_1$	...	$z_j$	...	$z_n$		
Усього ресурсів		$x_1$	...	$x_j$	...	$x_n$	$\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{j=1}^n x_j$	

Рисунок 4.1 – Схема міжгалузевого балансу

У матричній формі рівняння (4.1) має вигляд:

$$X = AX + Y,$$

де  $X$  – вектор випуску продукції;

$A$  – матриця коефіцієнтів прямих витрат, на основі якої обчислюється матриця

коефіцієнтів повних витрат  $(B = (b_{ij})_{n \times n})$ , що відбивають прямі і непрямі витрати на виробництво одиниці кінцевої продукції ( $B = (E - A)^{-1}$ );

$Y$  – вектор кінцевого використання.

Помноживши коефіцієнти повних витрат на вектор кінцевого використання можна знайти випуск продукції кожної галузі:

$$BY = X. \quad (4.2)$$

Рівняння (4.2) є основним рівнянням МГБ, яке насамперед може бути використане з метою прогнозування вектора випуску продукції  $X$ .

## 4.2 Баланс міжрегіональних зв'язків

Характеристику взаємозв'язків, що виникають у процесі міжрегіонального розподілу та надходження засобів виробництва, предметів споживання, грошових потоків тощо, можна одержати на підставі балансу міжрегіональних зв'язків (рисунок 4.2).

Кожен рядок балансу відображає розподіл ресурсів відповідного регіону, призначених для реалізації як у цьому регіоні, так і в інших регіонах країни, а також за її межами. Кожен стовпець балансу характеризує регіональні джерела формування ресурсів певної області. Ці ресурси складаються з виробництва відповідного регіону та завезення з інших регіонів країни й інших країн.



Регіони-постачальники	Розподіл ресурсів у межах регіонів країни, регіони-одержувачі				Обсяг вивезення за межі країни ( $b_i$ )	Обсяг ресурсів, розподілених як усередині регіону так і за його межами ( $w_i$ )
	1	2	...	$m$		
1	$a_{11}$	$a_{12}$	...	$a_{1m}$	$b_1$	$w_1$
2	$a_{21}$	$a_{22}$	...	$a_{2m}$	$b_2$	$w_2$
...	...	...	...	...	...	...
$n$	$a_{n1}$	$a_{n2}$	...	$a_{nm}$	$b_n$	$w_n$
Завезення в регіони країни з інших країн ( $c_j$ )	$c_1$	$c_2$	...	$c_m$		
Загальний обсяг місцевих ресурсів та надходжень у регіон ( $v_j$ )	$v_1$	$v_2$	...	$v_m$		

Рисунок 4.2 – Узагальнення балансу міжрегіональних зв'язків

Міжрегіональні переміщення, як видно з рисунку 4.2, описуються матрицею  $A = (a_{ij})_{n \times m}$ , кожний елемент  $a_{ij}$  якої по горизонталі характеризує напрями потоку товарів (з регіону  $i$  в регіон  $j$ ), а по вертикалі – джерела постачання в  $j$ -тий регіон. Елементи  $a_{ii}$  та  $a_{jj}$ , розміщені по діагоналі, характеризують обсяги місцевих ресурсів.

Основне рівняння балансу міжрегіональних зв'язків має вигляд:

$$\sum_{j=1}^m v_j + \sum_{i=1}^n b_i = \sum_{i=1}^n w_i + \sum_{j=1}^m c_j.$$

Крім того, з урахуванням рисунку 4.2 можна записати інші співвідношення, необхідні для аналізу формування ресурсів окремих регіонів

$$v_j = a_{jj} + \sum a_{ij} + c_j,$$

а також аналізу розподілу ресурсів

$$w_i = a_{ii} + \sum a_{ij} + b_i.$$

Міжрегіональні зв'язки можуть бути проаналізовані за допомогою відносних величин структури, зведених у таблицю 4.1.

Наведений баланс дає характеристику міжрегіональних зв'язків у статичі. Для встановлення відповідних тенденцій на підставі даних балансу за окремими періодами визначають внутрішньорічні коливання, зокрема на основі індексів сезонності, коефіцієнтів рівномірності внутрішньорічних коливань, а також основну тенденцію за рівняннями тренду тощо. Наявність цієї інформації є

базою обґрунтування відповідних управлінських рішень, підтримки їх виконання, прогнозування міжрегіональних зв'язків.

Таблиця 4.1 – Деякі коефіцієнти, що характеризують межрегіональні зв'язки

Розрахунок показника	Зміст показника
$\frac{a_{ij}}{w_i}$	Участь $j$ -го регіону у використанні ресурсів $i$ -того регіону
$\frac{a_{ij}}{v_j}$	Участь $i$ -того регіону у формуванні ресурсів $j$ -того регіону
$\frac{v_j - a_{jj}}{v_j}$	Коефіцієнти завезення
$\frac{w_i - a_{ii}}{w_i}$	Коефіцієнти вивезення
$\frac{a_{jj}}{v_j}$	Забезпечення регіонів власними ресурсами
$\frac{a_{ii}}{w_i}$	Використання місцевих ресурсів

Розвиток балансового методу обґрунтування рішень тісно пов'язаний із застосуванням методу нормативного аналізу, тобто використання системи прогресивних критеріїв, нормативів, використання яких дає змогу виробити управлінські рішення, що послідовно наближають фактичний стан до рівня прогресивного стану.

На принципах балансових моделей будуються структурно-функціональні моделі, зокрема моделі попиту на товари і послуги, що складаються з матриць, де в розподілі за сегментами ринку відображена структура витрат [4, с. 90-95].

### 4.3 Баланс підприємства

Балансовий метод використовується також для характеристики закономірностей і тенденцій фінансового стану підприємств, стабільності їхнього функціонування.

Баланс підприємства відображає наявність активів, зобов'язань і капіталу на певну дату. За різницею в показниках балансу на початок і кінець звітного періоду характеризують зміну фінансового стану підприємства.

Форма № 1 „Баланс (Звіт про фінансовий стан) на \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.” – це двостороння таблиця (додаток Б). Її ліва сторона „Актив” відображає все, що підприємство має, тобто ресурси, контрольовані підприємством. Права сторона „Пасив” – містить інформацію щодо джерел утворення активів (які канали фінансування було залучено для отримання активів).

Основна балансова математична модель (балансове рівняння) полягає у тому, що підсумок активів балансу повинен дорівнювати сумі зобов'язань та власного капіталу, і має вигляд:

$$\text{Активи} = \text{Власний капітал} + \text{Зобов'язання}, \quad (4.3)$$

де *Активи* – ресурси, контрольовані підприємством у результаті минулих подій, використання яких, як очікується, призведе до отримання економічних вигод у майбутньому;

*Власний капітал* – частина в активах підприємства, що залишається після вирахування його зобов'язань;

*Зобов'язання* – заборгованість підприємства, яка виникла внаслідок минулих подій і погашення якої в майбутньому, як очікується, призведе до зменшення ресурсів підприємства, що втілюють у собі економічні вигоди.

Актив відображається в балансі за умови, що його оцінка може бути достовірно визначена і очікується отримання в майбутньому економічних вигод, пов'язаних з його використанням. Витрати на придбання та створення активу, який не може бути відображений в балансі, включаються до складу витрат звітного періоду.

Зобов'язання відображається у балансі, якщо його оцінка може бути достовірно визначена та існує ймовірність зменшення економічних вигод у майбутньому внаслідок його погашення. Власний капітал відображається в балансі одночасно з відображенням активів або зобов'язань, які призводять до його зміни [5], [6].

Деталізує модель (4.3) зміст статей балансу (додаток В).

Удосконалення управління фінансами підприємств спрямовується на підтримання (відновлення) фінансової стійкості – рівноваги між генеруванням і споживанням фінансових ресурсів, і ґрунтується на результатах аналізу за такими напрямками [3, с. 336-337]:

- усунення неплатоспроможності за рахунок скорочення зовнішніх і внутрішніх зобов'язань та збільшення обсягу грошових ресурсів;
- удосконалення організаційної структури і скорочення постійних витрат;
- скорочення змінних витрат за рахунок автоматизації виробничого процесу і скорочення персоналу основних та допоміжних підрозділів;
- відстрочення і реструктуризація кредиторської заборгованості;
- прискорення оборотності дебіторської заборгованості;
- нормалізація обсягу запасів товарно-матеріальних цінностей та ін.

Важливим показником, який характеризує фінансовий стан підприємства і його стійкість, є забезпеченість запасів (матеріальних оборотних активів) стійкими джерелами фінансування, до яких відноситься не тільки власні оборотні активи, т. б. частина власного капіталу підприємства, що є джерелом покриття його поточних активів, але й короткострокові кредити банку під товарно-матеріальні цінності.

Забезпеченість запасів стійкими джерелами фінансування встановлюється

порівнянням їх сум на відповідну дату [7, с. 338-339].

Надлишок або нестача планових джерел засобів для формування запасів (постійної частини поточних активів) є одним з критеріїв оцінки фінансової стійкості підприємства, у відповідності до якого виокремлюють чотири її типи.

1. Абсолютна короткострокова фінансова стійкість, коли запаси ( $З$ ) менші за суму власного оборотного капіталу ( $ВOK$ ):

$$З < ВOK, \frac{ВOK}{З} > 1$$

2. Нормальна короткострокова фінансова стійкість, при якій запаси перевищують власний оборотний капітал, але менші за планові джерела їх покриття ( $Д_{нл}$ ):

$$ВOK < З < Д_{нл}, \frac{Д_{нл}}{З} > 1$$

3. Нестійкий (передкризовий) фінансовий стан, при якому порушується платіжний баланс, але зберігається можливість відновлення рівноваги платіжних засобів і платіжних зобов'язань за рахунок залучення в обіг тимчасово вільних джерел засобів ( $Д_{тв}$ ): непростроченої заборгованості персоналу з оплати праці, бюджету з податкових платежів, позабюджетних фондів, постачальникам і т. д. Але оскільки капітал в запасах перебуває достатньо тривалий час, а терміни погашення даних зобов'язань настануть дуже швидко, то вкладення коротких грошей в довгі активи може викликати значні фінансові труднощі для підприємства:

$$З = Д_{нл} + Д_{тв}, \frac{Д_{нл}}{З} < 1$$

4. Кризовий фінансовий стан (підприємство знаходиться на межі банкрутства), при якому

$$З > Д_{нл} + Д_{тв}, \frac{Д_{нл}}{З} < 1$$

Рівновага платіжного балансу у даному випадку забезпечується за рахунок прострочених платежів з оплати праці, банківським позикам, постачальникам, бюджету і т. д. А це означає, що підприємство перебуває у кризовій ситуації.

#### Перелік посилань до теми 4

1. *Экономико-математические методы и прикладные модели* : учебн. пос. / [Федосеев В. В., Гармаш А. Н., Дайитбегов Д. М. и др.] ; под ред. В. В. Федосеева. – М. : ЮНИТИ, 2001. – 391

с. 2. План державних статистичних спостережень на 2016 рік [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [www.ukrstat.gov.ua](http://www.ukrstat.gov.ua) 3. Економічна статистика : навч. посіб. / [Моторин Р. М., Головач А. В., Сідорова А. В. та ін.]; за ред. Р. М. Моторина. – К. : КНЕУ, 2005. – 362 с. 4. Головач А. В. Статистичне забезпечення управління економікою: прикладна статистика : навч. посіб. / Головач А. В., Захожай В. Б., Головач Н. А. – К. : КНЕУ, 2005. – 333 с. 5. Методичні рекомендації щодо заповнення форм фінансової звітності : Наказ Міністерства фінансів України від 28.03.2013 р. № 433. 6. Національне положення (стандарт) бухгалтерського обліку 1 „Загальні вимоги до фінансової звітності” : Наказ Міністерства фінансів України від 07.02.2013 р. № 73. 7. Савицкая Г. В. Анализ хозяйственной деятельности : учебн. / Савицкая Г. В. – 2-е изд., испр. и доп. – Минск : РИГТО, 2012. – 367 с.



#### Питання для самоперевірки до теми 4

1. Застосування статичних і динамічних балансових моделей.
2. У чому полягає балансовий метод, що є основою створення балансових моделей?
3. У яких одиницях вимірювання проводяться балансові зіставлення?
4. Охарактеризуйте міжгалузевий баланс.
5. Опишіть модель Леонт'єва (модель „витрати-випуск”) лінійним рівнянням та у матричній формі.
6. Математична модель балансу міжрегіональних зв'язків.
7. Основна балансова математична модель (балансове рівняння) підприємства.
8. Зміст статей балансу підприємства.
9. Напрями аналізу рівноваги між продукуванням і використанням фінансових ресурсів на базі економіко-математичних моделей з метою удосконалення управління фінансами підприємства.

## Тема 5

# ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ВИРОБНИЧИХ І ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

---

**Мета вивчення теми** – ознайомлення з математичними моделями управління виробництвом в умовах неповної інформації з урахуванням випадкових факторів.

**Ключові слова:** промисловість, види діяльності, види продукції, технологічні способи виробництва, ресурси, процеси, витрати, ціни, прибуток.

### **5.1 Сучасний стан промисловості України та загальна характеристика класів математичних моделей виробничої діяльності**

Промисловість як провідна ланка господарства України визначає рівень її економічного розвитку, спеціалізацією економіки, масштаби участі в територіальному поділі праці й інтенсивності територіально-економічних зв'язків [1]. Рівень розвитку промисловості держави – одна з найважливіших ознак її технічного прогресу і цивілізованості. Потреба у високорозвиненій промисловості посилюється при інтеграції в європейську і світову економіку. Промисловість є базисом для ефективного входження України в світове співтовариство і посідання в ньому місця, що відповідає рівню високорозвиненої держави. Об'єктивні умови розвитку України обумовлюють її спрямованість на входження у світову економічну систему і, насамперед, на економічну інтеграцію із західноєвропейськими державами. Цей процес обумовлює зростання товарообмінних операцій між країнами. Крім того, геостратегічне розташування України дозволяє їй бути вигідною ланкою транзитних перевезень між державами Європи, Азії і Близького Сходу.

В Україні впродовж останніх місяців спостерігається зростання промислового виробництва після розвороту тренду в лютому 2016 р. вперше за останні три роки. Збільшення промислового виробництва у травні 2016 р. в порівнянні з травнем 2015 р., сповільнилося до 0,2% з 3,5%, зафіксованих в

квітні 2016 р. до квітня 2015 р. За даними Державної служби статистики України [2], у порівнянні з квітнем 2016 р., падіння промвиробництва в травні прискорилося до 3,7% після падіння на 3,4% у квітні до березня. З початку року, за січень-травень, у порівнянні з аналогічним періодом попереднього року, зафіксоване зростання промислового виробництва на рівні 3,1%.

Найбільше зростання виробництва в травні 2016 р. в порівнянні з травнем 2015 р. зафіксовано у виробництві коксу і продуктів нафтопереробки – на 13%, виробництві гумових і пластмасових виробів – на 8,5%, хімічної промисловості – на 8,4%, виробництві меблів та іншої продукції – на 7,7%, металургії – на 7,4%. Найбільше зростання виробництва в травні в порівнянні з квітнем 2016 р. зафіксовано у видобутку металевих руд – на 3,5%, виробництві коксу і продуктів нафтопереробки – на 1,3%, видобутку сирої нафти і природного газу – на 1,2%.

Найбільше падіння виробництва в травні 2016 р. в порівнянні з аналогічним періодом 2015 р. зафіксовано у видобутку кам'яного та бурого вугілля – на 9,5%, виробництві електричного обладнання – 6,1%, текстильному виробництві – 4,4%. Найбільше падіння виробництва в травні в порівнянні з квітнем цього року зафіксовано у видобутку кам'яного та бурого вугілля – на 16%, виробництві інших машин та устаткування – на 15%, фармацевтиці – на 14%<sup>2</sup> [3].

У промисловості вирішуються задачі економічного аналізу й управління трудовими, матеріальними, фінансовими ресурсами, відповідні економіко-математичні моделі вирішення яких розкриті в інших розділах цього навчального посібника.

Серед притаманних виробничій сфері економіко-математичних моделей можуть бути виокремлені моделі планування розвитку і розміщення підприємств, послідовності запуску продукції у виробництво [4], [5, с. 253-289], розподілу ресурсів, приготування сумішей, розкрою матеріалів, завантаження устаткування [6, с. 24-36.], [7], моделі технологічних операцій та оптимізації технологічних процесів, оптимізації проектних рішень [8, с. 608-639] та ін.

Крім того, свою специфіку мають математичні моделі добувної промисловості і розроблення кар'єрів (код В) [9], переробної промисловості (код С), у тому числі моделі виробництва харчових продуктів (код 10) [10], ткацького виробництва (код. 13.2) [4], виробництва автотранспортних засобів (код 29.1) та ін. видів промислового виробництва.

За урахуванням невідомих факторів математичні моделі поділяються на детерміновані, стохастичні та моделі з елементами невизначеності [11]. У *стохастичних* моделях невідомі фактори – це випадкові величини, для яких відомі функції розподілу і різні статистичні характеристики (математичне очікування, дисперсія, середньоквадратичне відхилення і т.п.). Серед стохастичних можна виділити:

---

<sup>2</sup> Дані наводяться без урахування тимчасово окупованій території Автономної республіки Крим та Севастополя, а також частини зони проведення антитерористичної операції

- моделі теорії випадкових процесів, призначені для вивчення процесів, стан яких в кожен момент часу є випадковою величиною;
- моделі теорії масового обслуговування, в якій вивчаються багатокритеріальні системи, зайняті обслуговуванням вимог;
- моделі теорії корисності, пошуку і прийняття рішення.

Для моделювання ситуацій, що залежать від факторів, для яких неможливо зібрати статистичні дані і значення яких невизначені, використовуються моделі з елементами невизначеності.

У детермінованих моделях невідомі фактори не враховуються. Не дивлячись на простоту цих моделей, до них зводяться багато практичних задач, в тому числі більшість економічних задач.

## 5.2 Оптимізація виробничої програми підприємства у детермінованих умовах та за умов недетермінованих цін на продукцію і виробничі ресурси

Текстова постановка задачі полягає у визначенні, виходячи з особливостей технологічних процесів фірми та наявних виробничих ресурсів, виробничої програми, яка забезпечувала б отримання максимального прибутку від реалізації виготовленої продукції.

Для побудови економіко-математичні моделі, вводяться наступні позначення [12, с. 95-99].

Відомі величини:

$n$  – кількість видів продукції (товарів або послуг), які можуть виготовлятися (або надаватися) фірмою;

$j$  – номер окремого виду продукції,  $j = \overline{1; n}$ ;

$m$  – кількість видів виробничих ресурсів;

$i$  – номер окремого виду виробничих ресурсів,  $i = \overline{1; m}$ ;

$a_{ij}$  – нормативні витрати  $i$ -го виробничого ресурсу на виготовлення одиниці  $j$ -ї продукції;

$b_i$  – наявні обсяги виробничих ресурсів  $i$ -го виду;

$C_j$  – змінна частина собівартості виготовлення та реалізації одиниці  $j$ -ї продукції, без урахування вартості спожитих виробничих ресурсів;

$x_j^{\min}$ ,  $x_j^{\max}$  – відповідно, нижня та верхня межі обсягу виробництва  $j$ -ї продукції;

$y_i^{\min}$ ,  $y_i^{\max}$  – відповідно, нижня та верхня межі обсягу виробничого використання  $i$ -го ресурсу;

$v_i^{\min}$ ,  $v_i^{\max}$  – відповідно, нижня та верхня межі обсягу придбання додаткових виробничих ресурсів  $i$ -го виду;



$W_i^{\min}$ ,  $W_i^{\max}$  – відповідно, нижня та верхня межі обсягу реалізації надлишку виробничих ресурсів  $i$ -го виду.

Невідомі величини (керовані змінні):

$x_j$  – обсяг виробництва та реалізації  $j$ -ї продукції;

$y_i$  – обсяг виробничого споживання  $i$ -го ресурсу;

$v_i$  – обсяг закупівлі додаткових виробничих ресурсів  $i$ -го виду;

$w_i$  – обсяг реалізації надлишку виробничих ресурсів  $i$ -го виду;

$z$  – загальний прибуток фірми у його змінній частині (далі – прибуток).

Некеровані параметри:

$p_j$  – ринкова ціна одиниці  $j$ -ї продукції;

$q_i$  – ринкова ціна одиниці  $i$ -го виробничого ресурсу.

У детермінованих умовах значення некерованих параметрів у момент прийняття рішення вважаються відомими. У випадку ризику вони розглядаються як випадкові величини з відомими їх певними статистичними характеристиками. Нарешті, у випадку невизначеності некеровані параметри вважаються невизначеними у межах певних діапазонів їх можливих майбутніх значень.

Залежності між відомими, невідомими величинами та некерованими параметрами:

– обсяги виробництва продукції, а також обсяги виробничого використання, придбання додаткових або реалізації надлишкових виробничих ресурсів повинні відповідати наперед визначеним межам:

$$\begin{aligned} x_j^{\min} \leq x_j \leq x_j^{\max}, j = \overline{1; n}, y_i^{\min} \leq y_i \leq y_i^{\max}, i = \overline{1; m}, \\ v_i^{\min} \leq v_i \leq v_i^{\max}, i = \overline{1; m}, w_i^{\min} \leq w_i \leq w_i^{\max}, i = \overline{1; m}, \end{aligned}$$

– виробниче споживання ресурсів визначається особливостями технологічного процесу (нормами питомих витрат та обсягами виробництва продукції):

$$y_i = \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j, i = \overline{1; m};$$

– повинен виконуватись баланс надходження та відпливу виробничих ресурсів:

$$b_i + v_i = y_i + w_i, i = \overline{1; m};$$

– прибуток фірми (у його змінній частині) визначається різницею між доходами фірми (від реалізації виготовленої продукції та надлишку виробничих ресурсів) та вартістю використаних виробничих ресурсів:

5.2 Оптимізація виробничої програми підприємства у детермінованих умовах та за умов недетермінованих цін на продукцію і виробничі ресурси

$$z = \sum_{j=1}^n p_j x_j + \sum_{i=1}^m q_i w_i - \sum_{j=1}^n c_j x_j - \sum_{i=1}^m q_i y_i$$

З урахуванням наведених співвідношень економіко-математична модель задачі визначення виробничої програми фірми у детермінованому випадку записується так:

$$z = \sum_{j=1}^n (p_j - c_j) x_j - \sum_{i=1}^m q_i y_i + \sum_{i=1}^m q_i w_i \rightarrow \max,$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - y_i = 0, & i = \overline{1; m}, \\ y_i - v_i + w_i = b_i, & i = \overline{1; m}, \\ x_j^{\min} \leq x_j \leq x_j^{\max}, & j = \overline{1; n}, \\ y_i^{\min} \leq y_i \leq y_i^{\max}, & i = \overline{1; m}, \\ v_i^{\min} \leq v_i \leq v_i^{\max}, & i = \overline{1; m}, \\ w_i^{\min} \leq w_i \leq w_i^{\max}, & i = \overline{1; m}. \end{cases}$$

За виглядом математичної моделі дану задачу можна віднести до задач лінійного програмування, отже, для пошуку її розв'язку можна використати MS Excel (рис. 5.1).

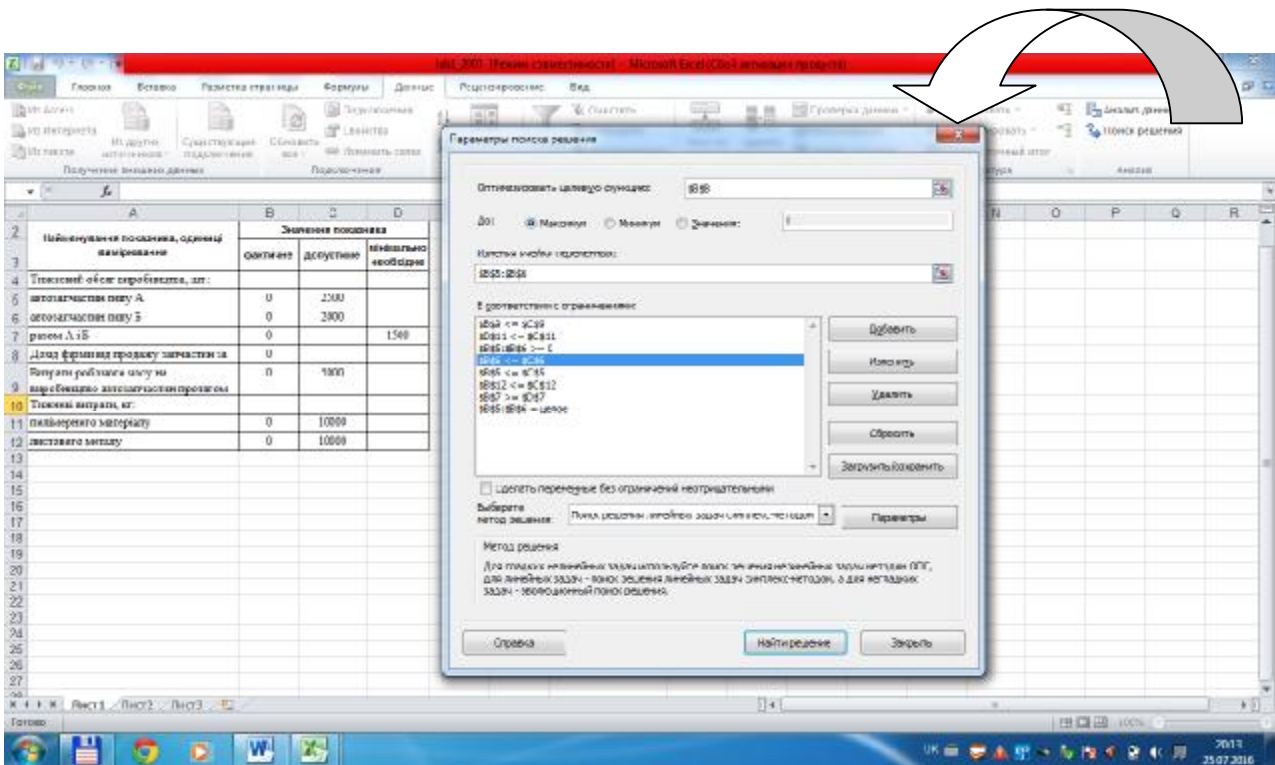


Рисунок 5.1 – Використання надбудови „Поиск решения” MS Excel для реалізації детермінованих моделей

Стан невизначеності можливий у кожній суспільно-економічній ситуації, якщо наперед не можна виявити причинно-наслідкового зв'язку між основними елементами процесу господарської діяльності чи суспільного буття. Невизначеність породжується непередбачуваністю кінцевого результату, який може або збігатися з очікуваним, або бути кращим чи гіршим за нього. В умовах невизначеності кінцевий результат можна передбачити лише наближено, узявши одне з потенційно можливих значень. Така невизначеність зумовлюється, як правило, суб'єктивним сприйняттям реальних явищ.

Поняття ризику, на протизагу поняттю невизначеності, має практичне застосування, а тому його зміст потребує об'єктивного визначення. Отже, потрібний перехід від суб'єктивно сприйнятої непевності, випадковості до об'єктивного поняття ризику, що на ній базується. Єдиний спосіб такого переходу – оцінити непевність (випадковість) кількісними методами, надавши їй реальних числових значень. Звідси випливає: ризиком буде визнано лише таку невизначеність, яку можна оцінити кількісно [13, с. 62-63].

У випадку прийняття рішень щодо виробничої програми в умовах ризику, некеровані параметри є випадковими величинами з відомими їх очікуваними значеннями (відповідно,  $\bar{p}_j$ ,  $j = \overline{1;n}$ , та  $\bar{q}_i$ ,  $i = \overline{1;m}$ ) та стандартними відхиленнями (відповідно,  $\sigma_j$ ,  $j = \overline{1;n}$ , та  $\delta_i$ ,  $i = \overline{1;m}$ ). Якщо припустити, що ці випадкові величини незалежні (у реальній ситуації від припущення про незалежність можна відмовитись), то прибуток  $z$  являтиме собою випадкову величину, статистичні характеристики якої визначатимуться статистичними характеристиками некерованих параметрів. А саме, очікуване значення

$$\bar{z} = \sum_{j=1}^n (\bar{p}_j - c_j) x_j - \sum_{i=1}^m (y_i - w_i) \bar{q}_i ;$$

дисперсія

$$\sigma^2(z) = \sum_{j=1}^n \sigma_j^2 x_j^2 + \sum_{i=1}^m \delta_i^2 (y_i - w_i)^2 .$$

За умов ризику вибір економіко-математичного інструментарію визначається ставленням до ризику конкретного підприємця.

Якщо підприємець є нейтральним до ризику, то оптимальна виробнича програма визначається за критерієм максимізації очікуваного прибутку і модель, фактично, є аналогічною до попередньої:

$$\bar{z} = \sum_{j=1}^n (\bar{p}_j - c_j) x_j - \sum_{i=1}^m \bar{q}_i y_i + \sum_{i=1}^m \bar{q}_i w_i \rightarrow \max ,$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - y_i = 0, & i = \overline{1; m}, \\ y_i - v_i + w_i = b_i, & i = \overline{1; m}, \\ x_j^{\min} \leq x_j \leq x_j^{\max}, & j = \overline{1; n}, \\ y_i^{\min} \leq y_i \leq y_i^{\max}, & i = \overline{1; m}, \\ v_i^{\min} \leq v_i \leq v_i^{\max}, & i = \overline{1; m}, \\ w_i^{\min} \leq w_i \leq w_i^{\max}, & i = \overline{1; m}. \end{cases}$$

Якщо ставлення підприємства до ризику відрізняється від нейтрального, то тоді найкращу виробничу програму слід шукати серед ефективних планів двокритеріальної задачі:

$$\bar{z} = \sum_{j=1}^n (\bar{p}_j - c_j) x_j - \sum_{i=1}^m \bar{q}_i y_i + \sum_{i=1}^m \bar{q}_i w_i \rightarrow \max,$$

$$\sigma^2(z) = \sum_{j=1}^n \sigma_j^2 x_j^2 + \sum_{i=1}^m \delta_i^2 (y_i - w_i)^2 \rightarrow \min (\max),$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - y_i = 0, & i = \overline{1; m}, \\ y_i - v_i + w_i = b_i, & i = \overline{1; m}, \\ x_j^{\min} \leq x_j \leq x_j^{\max}, & j = \overline{1; n}, \\ y_i^{\min} \leq y_i \leq y_i^{\max}, & i = \overline{1; m}, \\ v_i^{\min} \leq v_i \leq v_i^{\max}, & i = \overline{1; m}, \\ w_i^{\min} \leq w_i \leq w_i^{\max}, & i = \overline{1; m}. \end{cases}$$

Ця задача відрізняється від попередніх наявністю додаткової цільової функції, відповідно, використовуються методи розв'язання багатокритеріальних задач [14, с. 152-186]. Причому оптимізаційна спрямованість показника дисперсії прибутку  $\sigma^2(z)$  залежить від ставлення підприємця до ризику: до мінімуму – у випадку несхильності, до максимуму – у випадку схильності.

Коли знаходження виробничої програми здійснюється за умов невизначеності, вважається, що майбутні ціни на продукцію фірми та виробничі ресурси можна визначити лише з точністю до певних діапазонів:

$$p_j^{\min} \leq p_j \leq p_j^{\max}, j = \overline{1; n}, \quad q_i^{\min} \leq q_i \leq q_i^{\max}, i = \overline{1; m}$$

Якщо буде використовуватися критерій Вальда, котрий забезпечує найкращий результат при найгіршій з ситуацій щодо некерованих параметрів [15, с. 25-29], то задача підприємця набуде вигляду:

$$\min_{(p,q) \in E} z(x, y, v, w, p, q) \xrightarrow{(x,y,v,w) \in D} \max,$$

де  $x = (x_1, \dots, x_n)$ ,  $y = (y_1, \dots, y_m)$ ,  $v = (v_1, \dots, v_m)$ ,  $w = (w_1, \dots, w_m)$ ;

$D$  – множина допустимих планів;

$E$  – множина, що відповідає діапазонам можливої варіації некерованих параметрів  $p = (p_1, \dots, p_n)$ ,  $q = (q_1, \dots, q_m)$ .

Розв'язування цієї задачі часто доцільно здійснювати з використанням теорії про сідлові точки – переходом від максимінної до мінімаксної задачі. Такий підхід є особливо актуальним у випадках, коли щодо майбутніх значень некерованих параметрів потрібно додатково ввести співвідношення, які відбиватимуть певні прогнозні тенденції у динаміці цих показників.

### 5.3 Визначення оптимальних інтенсивностей використання технологічних способів виробництва

Підприємство може:

1) задіяти  $n$  різних технологічних способів виробництва і при використанні окремого  $i$ -го технологічного способу ( $i = \overline{1; n}$ ) з одиничною інтенсивністю (наприклад, протягом одного повного робочого дня) буде спожито  $m$  видів різних виробничих ресурсів у кількості  $a_{ij}$  одиниць кожного виду ( $j = \overline{1; m}$ ); якщо  $a_{ij} = 0$ , то  $j$ -й виробничий ресурс у  $i$ -му технологічному способі не використовується;

2) виготовляти  $p$  видів кінцевої продукції у кількості  $b_{ki}$  одиниць продукції кожного виду ( $k = \overline{1; p}$ ) при одиничному використанні  $i$ -го способу; якщо  $b_{ki} = 0$ ,  $k$ -та продукція за  $i$ -м технологічним способом не виготовляється [16, с. 50-54].

Економічною оцінкою використання  $i$ -го технологічного способу з одиничною інтенсивністю є прибуток  $c_i$ , очікуваний від реалізації відповідних обсягів усієї виготовленої за цим способом кінцевої продукції, що визначається як різниця між ринковою вартістю цієї продукції та витратами на її виробництво; величина  $c_i$  може мати довільне значення, оскільки вироблятися може не лише прибуткова продукція, а й безприбуткова або навіть збиткова.

Потрібно виходячи з обмежень щодо обсягів виробничих ресурсів та мінімально необхідних обсягів виробництва продукції  $b_k$  ( $k = \overline{1; p}$ ) знайти такі інтенсивності  $x_i$  використання кожного з технологічних способів ( $i = \overline{1; n}$ ), при яких сукупний прибуток від виробничої діяльності буде максимальним.

Математична модель задачі визначення оптимальних технологічних способів виробництва матиме наступний вигляд.

Знайти  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ , що

$$\max: f = \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

за умов

$$\begin{cases} d_i^0 \leq x_i \leq d_i^*, & i = \overline{1; n}, \\ a_j^0 \leq \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \leq a_j^*, & j = \overline{1; m}, \\ \sum_{i=1}^n b_{ki} x_i \leq b_k, & k = \overline{1; p}, \end{cases}$$

де  $[a_j^0; a_j^*]$  – проміжок можливих обсягів використання  $j$  виробничих ресурсів ( $j = \overline{1; m}$ );  
 $[d_i^0; d_i^*]$  – обмеження щодо припустимих інтенсивностей використання кожного  $i$ -го технологічного способу виробництва ( $i = \overline{1; n}$ ).

#### 5.4 Теоретико-ігрові моделі прийняття рішень в умовах активної ринкової конкуренції

Теорія матричних ігор, з якою у деталях можна ознайомитися, наприклад, у [17, с. 178-253], може використовуватися у випадках, коли кожний учасник ринку, не володіючи важелями повного впливу на інших, повинен діяти так, щоб досягти для себе найкращих результатів.

Поведінка гравця називається його *стратегією*. Кожний гравець має скінченну або нескінченну кількість власних стратегій. Виграш гравця (дохід, прибуток) визначається стратегіями, котрі обрали всі учасники гри, причому у момент прийняття гравцем рішення вибір інших гравців йому може бути невідомим.

Вибір одним з гравців своєї стратегії називається *ходом*. Ігри бувають одноходові (кожний учасник робить по одному ходу і вибір гравцями стратегій відразу ж визначає результат гри) та багатходові.

Коли у грі беруть участь дві особи А і Б, природно вважати їх інтереси прямо протилежними. Тоді виграш одного гравця дорівнює програшу іншого, сума виграшів дорівнює нулю, звідси назва – *гра з нульовою сумою*. Така гра може бути описана за допомогою так званої *платіжної матриці*  $C = (c_{ij})_{m \times n}$ , номери рядків якої називають *чистими стратегіями* гравця А, номери стовпців – чистими стратегіями гравця Б; елемент  $c_{ij}$  визначає результат гри (*виграш* гравця А) при виборі гравцями А і Б стратегій  $i$  та  $j$ , відповідно ( $i = \overline{1; m}, j = \overline{1; n}$ ).

В іграх не завжди присутня інша сторона, зацікавлена у збільшенні свого виграшу та зменшенні виграшу супротивника. Натомість розглядається середовище байдуже як до рішень першого гравця, так і до його виграшів. Така

гра з байдужим партнером носить назву *гри з природою*<sup>3</sup>. Це можуть бути ситуації прийняття рішень, наслідки яких залежать не лише від ОПР, а й від інших непередбачуваних випадкових обставин. Стратегії природи (гравця Б) називають станами природи.

Одноходова гра відбувається наступним чином. Гравець А обирає один з  $m$  рядків (наприклад,  $i$ -тий) платіжної матриці. Не знаючи результату його вибору, гравець Б обирає один зі стовпців (припустимо,  $j$ -тий) тієї ж матриці. Елемент  $c_{ij}$  – це величина виграшу гравця А і програшу гравця Б. Гравець А, вочевидь, прагне максимізувати свій виграш, а гравець Б – мінімізувати свій програш.

Отже, *грою* називається модель конфліктної ситуації, у якій визначені набір стратегій кожного з її учасників та платіжна матриця. У будь-якій грі потрібно визначити оптимальні стратегії її учасників, вважаючи, що кожен з них діє якнайкраще для себе. Тобто основне питання математичної теорії ігор полягає у тому, як найбільш раціонально повинні діяти у конфліктній ситуації гравці А та Б і яким буде середній результат гри за умови, що кожний гравець вважає свого супротивника настільки ж розумним, як і він сам, і не припускає помилок з його боку. Таке припущення носить назву *принципу розумності супротивника*.

З огляду на це доцільно у якості найкращої обирати ту стратегію, котра забезпечує найбільший гарантований виграш, тобто виграш незалежний від дій противника, який противник ніяким чином не може зменшити. Так, якщо гравець А використовує стратегію  $i$ , то він отримає, принаймні,  $\min_j c_{ij}$ , де мінімум береться по всіх стратегіях гравця Б. І оскільки гравець А може вільно обирати свою стратегію, то для нього є природним намагатися зробити  $\min_j c_{ij}$  якомога більшим, тобто обрати таку стратегію  $i_0$ , щоб отримати платіж не менший за

$$v_1 = \max_i \min_j c_{ij}$$

де максимум береться по всіх стратегіях гравця А.

Стратегія  $i_0$  називається *максимінною стратегією* гравця А. Це його найобережніша стратегія, застосування якої за будь-якої поведінки гравця Б гарантує гравцеві А виграш  $c_{ij}$  не менше  $v_1$ . Величина  $v_1$  називається *нижньою ціною гри* або *максиміном*.

Гравець Б, з тих же міркувань, може обрати стратегію  $j_0$ , при якій гравець А отримає не більше ніж

$$v_2 = \min_j \max_i c_{ij}.$$

<sup>3</sup> Гра з природою розглядається як гра з нульовою сумою. Як правило, кращими у таких випадках виявляються змішані стратегії

Стратегія  $j_0$  називається *мінімаксною стратегією* гравця Б. Це його найбільш обережна стратегія, використання якої дає гравцеві Б гарантію того, що гравець А за будь-якої своєї поведінки отримає суму, що не перевищуватиме  $v_2$ . Величина  $v_2$  називається *верхньою ціною гри* або *мінімаксом*.

Узагальнено принцип обережності називають принципом мінімаксу, а обидві стратегії – мінімаксними.

Нижня ціна гри ніколи не перевищує верхню ( $v_1 \leq v_2$ ).

Якщо нижня ціна гри  $v_1$  дорівнює верхній ціні  $v_2$ , тобто якщо

$$\max_i \min_j c_{ij} = c_{i_0 j_0} = \min_j \max_i c_{ij} = v,$$

то ті значення  $i_0$  і  $j_0$ , при яких ця рівність виконується, вказують оптимальні стратегії гравців. У такому випадку гравець А, дотримуючись своєї максимінної стратегії  $i_0$ , отримає не менше  $v$ , а гравець Б, дотримуючись своєї мінімаксної стратегії  $j_0$ , завадить отримати гравцеві А більше ніж  $v$ . Відхилення гравців від оптимальних стратегій не вигідне для них обох, бо для довільних стратегій  $i$  та  $j$  вірні нерівності

$$c_{ij_0} \leq c_{i_0 j_0} \leq c_{i_0 j}.$$

Пара стратегій  $(i_0; j_0)$ , для яких виконуються ці нерівності, називається *сідловою точкою* матриці  $C$ ; елемент  $c_{i_0 j_0}$  матриці  $C$  одночасно є мінімальним у своєму рядку і максимальним у своєму стовпці. Елемент  $c_{i_0 j_0} = v$  називається *ціною гри*, а сама гра – грою з сідловою точкою.

Але не всі платіжні матриці мають сідлову точку. Якщо  $v_1 < v_2$ , тобто між верхньою і нижньою цінами гри залишається певна область невизначеності, у межах якої гравці можуть намагатися збільшити свій виграш (зменшити програш), і застосування будь-якої чистої стратегії вже не надає такої можливості, потрібно застосовувати більш складну змішану стратегію, елементами якої є чисті стратегії. У кожній одноходовій грі гравець може використовувати лише одну стратегію, тому змішана стратегія має сенс лише за умови багаторазового повторювання гри. У змішану стратегію можуть входити не всі можливі чисті стратегії. Чисті стратегії, що ввійшли у змішану називаються активними стратегіями.

Змішана стратегія може бути записана наступним чином:  $X = (x_1; x_2; \dots; x_m)$  для гравця А і  $Y = (y_1; y_2; \dots; y_n)$  для гравця Б, де  $x_i$  і  $y_j$  – відносні частоти, з якими застосовуються у змішаних стратегіях  $X$  та  $Y$  чисті стратегії  $i$  та  $j$ ; при цьому



$$x_i \geq 0, y_j \geq 0, \sum_{i=1}^m x_i = 1, \sum_{j=1}^n y_j = 1.$$

Основна теорема теорії матричних ігор, доведена Нейманом у 1928 р., стверджує, що для будь-якої матричної гри двох гравців з нульовою сумою у кожного з гравців існують оптимальні змішані стратегії. Оптимальна змішана стратегія забезпечує гравцеві при кількаразовому повторенні гри найсприятливіший результат (максимальний середній виграш або мінімальний середній програш) за будь-якої поведінки супротивника.

Один з методів розв'язання матричних ігор з нульовою сумою побудований на тому, що з довільною грою можна співставити пару двоїстих задач лінійного програмування, і навпаки – кожній парі двоїстих задач лінійного програмування, що мають розв'язки, відповідає еквівалентна ним гра.

Перехід від гри до задачі лінійного програмування (ЗЛП) здійснюється так. Нехай задана гра двох осіб з невід'ємною платіжною матрицею  $C = (c_{ij})_{m \times n}$ . У протилежному випадку до всіх елементів  $c_{ij}$  додається одне і те ж достатньо велике число  $c$ , виходить невід'ємна матриця, при цьому ціна гри збільшується на  $c$ , але оптимальні стратегії не зміняться.

Необхідно знайти дві оптимальні змішані стратегії гравців

$$X = (x_1; x_2; \dots; x_m) \text{ та } Y = (y_1; y_2; \dots; y_n), \text{ де } \sum_{i=1}^m x_i = 1, \sum_{j=1}^n y_j = 1, x_i \geq 0, y_j \geq 0.$$

Оптимальна стратегія забезпечує гравцеві А за будь-якої поведінки гравця Б виграш не менший за ціну гри  $v$ . Зокрема, при довільній чистій стратегії  $j$  гравця Б виграш гравця А буде

$$\sum_{i=1}^m c_{ij} x_i \geq v, \quad j = \overline{1; n}.$$

Поділивши обидві частини цієї нерівності на додатне число  $v$ , матимемо

$$\sum_{i=1}^m c_{ij} x'_i \geq 1, \quad j = \overline{1; n},$$

де  $x'_i = \frac{x_i}{v}$ .

Але  $x_i$  задовольняє ще умову  $\sum_{i=1}^m x_i = 1$ , яка при переході до змінних  $x'_i$

набуває вигляду  $\sum_{i=1}^m x'_i = \frac{1}{v}$ .

Гравець А намагається зробити свій виграш максимальним, відповідно

він повинен мінімізувати величину  $\frac{1}{v}$ . Враховуючи це, маємо наступну ЗЛП.

Знайти  $X' = (x'_1; x'_2; \dots; x'_m)$ , що

$$\min : f = \sum_{i=1}^m x'_i$$

при обмеженнях

$$\sum_{i=1}^m c_{ij} x'_i \geq 1, \quad j = \overline{1; n},$$

$$x'_i \geq 0, \quad i = \overline{1; m}.$$

$$v = \frac{1}{\sum_{i=1}^m x'_i} = \frac{1}{f}$$

Визначивши  $x'_i$ , можна знайти та відносні частоти  $x_i$

оптимальної стратегії гравця А:  $x_i = x'_i \cdot v, \quad i = \overline{1; m}$ .

Аналогічні міркування свідчать, що гравець Б, визначаючи оптимальну стратегію, також має розв'язати ЗЛП, але вже не на мінімум, а на максимум.

Оптимальна стратегія гравця Б гарантує йому програш не більший за  $v$  за будь-якої поведінки гравця А:

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} y_j \leq v, \quad i = \overline{1; m}.$$

Введенням нових змінних  $y'_j = \frac{y_j}{v}$  в останні нерівності та в умову

$\sum_{j=1}^n y_j = 1$ , отримують ЗЛП, двоїсту до попередньої.

Знайти  $Y' = (y'_1; y'_2; \dots; y'_n)$ , що

$$\max : f = \sum_{j=1}^n y'_j$$

за умов

$$\sum_{j=1}^n c_{ij} y'_j \leq 1, \quad i = \overline{1; m},$$

$$y'_j \geq 0, \quad j = \overline{1; n}.$$

За результатами розв'язання цієї задачі визначається ціна гри

$$v = \frac{1}{\sum_{j=1}^n y'_j} = \frac{1}{f}$$

та відносні частоти оптимальної стратегії гравця Б:  
 $y_j = y'_j \cdot v, \quad j = \overline{1;n}.$

Виробнича задача як приклад гри з природою: При обточуванні валів на механічній дільниці можна використовувати чотири типи різців, що відрізняються між собою матеріалом ріжучої частини. Відомо, що загальна потреба у різцях для виконання програми чергового місяця складає 200 штук.

На обробку можуть надходити заготовки чотирьох груп твердості, причому кількість заготовок кожної групи попередньо невідома. У таблиці 5.1 наведені дані про витрати (грош. од.) на знос і експлуатацію інструменту в собівартості однієї деталі залежно від типу інструменту та групи твердості.

Необхідно визначити зміст заявки на інструмент дільниці на склад, при якому витрати на знос і експлуатацію різців будуть мінімальними.

Таблиця 5.1 – Витрати на знос і експлуатацію інструменту в собівартості одиниці продукції, грош. од. / деталь

Тип різця	Група твердості заготовок				$\min_j c_{ij}$
	1	2	3	4	
1	- 0,14	- 0,20	- 0,33	- 0,38	- 0,38
2	- 0,26	- 0,18	- 0,30	- 0,35	- 0,35
3	- 0,29	- 0,35	- 0,24	- 0,30	- 0,35
4	- 0,37	- 0,41	- 0,29	- 0,26	- 0,41

Поставлену задачу можна розглядати як гру людини з природою. Людина має чотири стратегії: замовити інструмент першого, другого, третього або четвертого типу. Природа також має чотири чистих стратегії: заготовки будуть першої, другої, третьої або четвертої групи твердості. Конфліктність ситуації у тому, що кількість заготовок тієї чи іншої групи попередньо невідома.

Щоб позбавитися від від'ємних чисел у таблиці 5.1, які, як правило, представляють виграш гравця А, а вданому випадку витрати, додаємо до кожного елемента число 0,41. Ця операція рівнозначна припущенню, що частина витрат на інструмент у собівартості однієї деталі прийнята за 0,41 грош. од. Тепер елементи перетвореної матриці (таблиця 5.2) означають економію коштів і виграші гравця А будуть додатними.

Безпосередній аналіз таблиці 5.1 (або таблиці 5.2) вказує на те, що якщо людина використовує лише чисті стратегії, то найменші гарантовані витрати для неї становлять 0,35 грош. од. / деталь і мають місце у разі використання другої та третьої стратегії (відповідно, гарантована економія – нижня ціна гри  $v_1 = \max_i \min_j c_{ij}$  – складає 0,06 грош. од. / деталь). Верхня ціна гри дорівнює

0,15 грош. од. / деталь ( $v_2 = \min_j \max_i c_{ij}$ ), отже платіжна матриця без сідлової точки.

Таблиця 5.2 – Економія коштів (грош. од. / деталь) за умови, що витрати на знос та експлуатацію інструменту у собівартості однієї деталі становлять 0,41 грош.од.

Тип різця	Група твердості заготовок				$\min_j c_{ij}$
	1	2	3	4	
1	0,27	0,21	0,08	0,03	0,03
2	0,15	0,23	0,11	0,06	0,06
3	0,12	0,06	0,17	0,11	0,06
4	0,04	0,00	0,12	0,15	0,00
$\max_i c_{ij}$	0,27	0,23	0,17	0,15	x

Разом з тим, зміст поставленої задачі допускає існування розв'язку у змішаних стратегіях. Дійсно, елементи стратегії  $X = (x_1; x_2; x_3; x_4)$  гравця А можна тлумачити як відносні частоти використання різців типу 1, 2, 3, 4. Відповідно, їх визначення дозволить вказати у загальній заявці на 200 різців кількість різців кожного типу. Отже, для визначення рішення гри у змішаних стратегіях, будемо модель ЗЛП.

Знайти  $X' = (x'_1; x'_2; x'_3; x'_4)$ , що

$$F = x'_1 + x'_2 + x'_3 + x'_4 \rightarrow \min$$

за умов:

$$\begin{cases} 0,27x'_1 + 0,15x'_2 + 0,12x'_3 + 0,04x'_4 \geq 1, \\ 0,21x'_1 + 0,23x'_2 + 0,06x'_3 \geq 1, \\ 0,08x'_1 + 0,11x'_2 + 0,17x'_3 + 0,12x'_4 \geq 1, \\ 0,03x'_1 + 0,06x'_2 + 0,11x'_3 + 0,15x'_4 \geq 1, \\ x'_1 \geq 0, \quad x'_2 \geq 0, \quad x'_3 \geq 0, \quad x'_4 \geq 0. \end{cases}$$

Скориставшись симплекс-методом або надбудовою „Поиск решения” MS Excel можна прийти до розв'язку  $f_{\min}(1; 3,5; 0; 5) = 9,5$ . Тоді,  $v = \frac{1}{9,5} = 0,105$ ,  $x_1 = 1 \cdot 0,105 = 0,105$ ,  $x_2 = 3,5 \cdot 0,105 = 0,368$ ,  $x_3 = 0 \cdot 0,105 = 0$ ,  $x_4 = 5 \cdot 0,105 = 0,527$ .

Таким чином, загальною заявкою на 200 різців, що направляється склад, необхідно передбачити 10,5% або 21 шт. різців першого типу, 36,8% або 74 шт. – другого та 52,7% (105 шт.) – четвертого типу. При цьому очікувана економія становитиме 0,105 грош. од. / деталь або витрати будуть не вищими за 0,305

грош. од. / деталь (0,41-0,105).

Перехід до змішаних стратегій істотно покращує результат гри.

## Перелік посилань до теми 5

1. *Остапчук М. В.* Система технологій (за видами діяльності) : навч. посіб. / М. В. Остапчук, А. І. Рибак. – К. : Центр навчальної літератури, 2003. – 888 с.
2. *Офіційний сайт Державної служби статистики України* [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.ukrstat.gov.ua/>
3. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://zik.ua/news/2016/06/22/promyslove\\_vyrobnytstvo\\_v\\_ukraini\\_zrostaie\\_chetvertyu\\_misyats\\_pospil\\_710491](http://zik.ua/news/2016/06/22/promyslove_vyrobnytstvo_v_ukraini_zrostaie_chetvertyu_misyats_pospil_710491)
4. *Испирян Г. П.* Математические методы и модели в планировании и управлении в лёгкой промышленности / Испирян Г. П., Рожок В. Д., Романюк Т. П. – К. : Вища шк., 1978. – 280 с.
5. *Крушевский А. В.* Математическое программирование и моделирование в экономике / А. В. Крушевский, К. И. Швецов. – К. : Вища шк., 1979. – 456 с.
6. *Сакович В. А.* Исследование операций (детерминированные методы и модели) : Справочное пособ. / Сакович В. А. – Мн. : Выш. шк., 1984. – 256 с.
7. *Ситник В. Ф.* Математические модели в планировании и управлениях предприятиями / В. Ф. Ситник, Е. А. Карагодова. – К. : Вища школа, 1985. – 214 с.
8. *Исследование операций* : [в 2 т.]. Пер. с англ. / под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби. – М. : Мир, 1981. – Т. 2. – 712 с.
9. *Класифікація видів економічної діяльності ДК 009:2010* : Національний класифікатор України : Наказ Держспоживстандарту України № 457 від 11.10.2010 р.
10. *Воронин В. Г.* Математические методы планирования и управления в пищевой промышленности / Воронин В. Г. – М. : Пищевая промышленность, 1977. – 320 с.
11. *Мирзоахмедов Ф.* Математические модели и методы управления производством с учетом случайных факторов / Ф. Мирзоахмедов. – К. : Наук. думка, 1991. – 224 с.
12. *Кігель В. Р.* Математичні методи ринкової економіки : навч. посіб. / Кігель В. Р. – К. : Кондор, 2003. – 158 с.
13. *Страховання* : підруч. / [керівник авт. колективу і наук. ред. С. С. Осадець]. – К. : КНЕУ, 2002. – 599 с.
14. *Катренко А. В.* Теорія прийняття рішень / Катренко А. В., Пасічник В. В., Пасько В. П. – К. : Видавнича група ВНУ, 2009. – 448 с.
15. *Зайченко Ю. П.* Исследование операций : учеб. пособ. [для студ. вузов] / Зайченко Ю. П. – К. : Вища школа. Головное изд-во, 1979. – 392 с.
16. *Карагодова О. О.* Дослідження операцій : навч. посіб. / Карагодова О. О., Кігель В. Р., Рожок В. Д. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 256 с.
17. *Фомин Г. П.* Математические методы и модели в коммерческой деятельности : учебн. / Фомин Г. П. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 544 с.



### Питання для самоперевірки до теми 5

1. Перерахуйте основні задачі економічного аналізу й управління, що вирішуються в промисловості.
2. Класифікація математичних моделей виробничої діяльності.
3. Види і зміст математичних моделей з урахуванням невідомих факторів.
4. Економічний зміст виробничої функції. Загальна характеристика та етапи побудови виробничих функцій.
5. Текстова і математична постановки задачі планування виробництва у детермінованих умовах та в умовах невизначеності.
6. Економіко-математична модель визначення інтенсивностей використання

технологічних способів виробництва.

7. Динамічні моделі аналізу, планування і управління розподілом ресурсів на промисловому підприємстві.

8. Моделі оптимального завантаження виробничого устаткування.

9. Моделі розкрою матеріалів.

10. Моделі на складання сумішей і з'єднань.

11. Основна теорема теорії ігор. Що називається рішенням гри?

12. Рішення матричної гри з нульовою сумою методом лінійного програмування.

## Тема 6

# ОГЛЯД І АСПЕКТИ КЛАСИФІКАЦІЇ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ АГРАРНОЇ СФЕРИ

---

**Мета вивчення теми** – систематизація і класифікація економіко-математичних моделей розміщення, спеціалізації і розвитку виробництва, використання обмежених ресурсів, визначення раціональної структури земельних площ для їх використання у необхідному технологічному режимі, співвідношення галузей, підвищення біопродуктивності земельних ресурсів, ефективності природоохоронних заходів та інших як інструментів прийняття рішень спрямованих на забезпечення сталого землекористування в Україні.

**Ключові слова:** землекористування, деградація, відтворення родючості ґрунтів, оптимізація сівозмін, математична модель.

### **6.1 Системний аналіз факторів впливу на якість земель сільськогосподарського призначення і публікацій з питань дослідження раціонального землекористування, відтворення земельно-ресурсного потенціалу**

Найбільшу територію України займають землі сільськогосподарського призначення (71%), 78% з яких є ріллею. 97,2% земель сільськогосподарського призначення систематично використовуються у господарських цілях, є основою ресурсного потенціалу сільськогосподарського виробництва та забезпечення населення необхідними продуктами харчування і лише 2,8% на даний момент виконують інші функції. На всій території поширені процеси деградації земель, серед яких найбільш масштабними є ерозія (близько 57,5% території), забруднення (приблизно 20%), підтоплення (12%). За даними Державного агентства земельних ресурсів України, щорічні втрати ґрунту становлять близько 600 млн. тонн, у тому числі понад 20 млн. тонн гумусу, 0,5 млн. тонн

азоту, 0,4 млн. тонн фосфору і 0,7 млн. тонн калію, що спричинено застосуванням хімічних засобів захисту рослин та мінеральних добрив [1].

Така ситуація в системі землекористування пов'язана із тривалим виснаженням українських земель через вирощування технічних культур, що експортуються у Європу для виробництва біопалива, у той час як продукти харчування для українців закупаються на світовому ринку [2], а також не запровадженням сівозмін. Станом на 01.01.2014 р. із 18650 господарств, які використовують земельні ділянки площею понад 100 га мали проекти землеустрою з еколого-економічного обґрунтування сівозмін тільки 649 або 3,5%, у тому числі освоїли сівозміни лише 60 [3].

Існуючий в Україні ліберально-ринковий механізм використання сільськогосподарських земель сформовано у такий спосіб, що відносно земельних ресурсів він працює здебільшого з негативним екологічним результатом, оскільки містить економічні регулятори, які не завжди обмежують руйнівне землекористування. Зокрема, фіскальні платежі є такими, що суб'єктам землекористування вигідніше їх сплатити, ніж витратити кошти на охорону землі чи впровадження екологічнобезпечних методів господарювання [4, с. 90].

Проблеми у сфері охорони земель значною мірою зумовлені також незавершеністю процесу інвентаризації і автоматизації системи ведення державного земельного кадастру, недостатністю нормативно-правового забезпечення, проведення освітньої та просвітницької роботи, низькою інституціональною спроможністю відповідних органів виконавчої влади [5].

Зберегти існуючий земельний потенціал України можливо лише завдяки формуванню системи сталого землекористування, переходу від економічно спрямованих форм до парадигми розвитку, в основу якої покладено необхідність забезпечення умов виживання людства у середовищі, зміненому його ж діяльністю, що передбачає використання землі за таких умов, які гарантували б недопущення незворотних екологічних наслідків і не підірвали здатність ефективного функціонування екосистем [6].

Теоретичні питання управління земельними відносинами набули розвитку у працях таких зарубіжних учених як Д. Беккер, Н. Берг, Т. Бургесс, Т. Вебер, Р. Вебстер, Д. Маргхим, Р. Парке, Д. Хелмс. Питанням ноосферного антикризового управління економікою, метою якого є збереження народу, збереження довкілля і поліпшення якості життя людей, приділяється увага у працях учених-економістів В. Гейця, П. Нікитенка, А. Осіпова, В. Оскольського, І. Синякевичем та ін. Обґрунтуванню принципів і методів управління земельними ресурсами присвячені роботи таких вчених країн СНД й українських як Д. І. Бабміндра, Ю. Д. Білик, І. К. Бистряков, С. Ю. Булигін, С. М. Волков, В. Г. В'юн, В. В. Горлачук, Г. І. Горохов, А. С. Даниленко, Д. С. Добряк, С. І. Дорогунцов, В. В. Дорофієнко, М. В. Калінчик, О. П. Канащ, С. М. Кваша, М. А. Лендел, О. Г. Мордвінов, Л. Я. Новаковський, С. О. Осипчук, І. В. Петенко, С. Ф. Поважний, І. А. Розумний, А. Я. Сохнич, М. М. Трегобчук, А. М. Третяк, В. М. Федоров. Серед робіт, присвячених правовій охороні природи,



у тому числі й ґрунтів, слід відмітити наступних українських вчених: В. І. Андрейцева, П. Ф. Кулинич, Ю. С. Шемшученко, Т. Г. Ковальчук, М. А. Фролова і ін. Питанню дослідження раціонального землекористування, відтворенню земельно-ресурсного потенціалу у вітчизняній літературі приділили увагу Я. Білоусько, П. Коренюк, О. Кучер, В. Паштецький, В. Товстопят, Г. Чорний, М. Яструб. Свої статті щодо визначення впливу на стан ґрунту багаторічного вирощування однойменних культур на ділянках сільськогосподарських угідь присвятили О. В. Рома, А. І. Сененко, Н. Б. Сененко. Питаннями відтворення родючості ґрунтів шляхом ведення органічного виробництва та дослідженнями ринків органічного виробництва займалися С. С. Антонець, В. І. Артиш, Н. В. Бородачева, М. В. Капштик, М. І. Кобець, Є. В. Милованов, М. К. Шикуча та ін. Проте ряд проблем відтворення, користування та охорони земель, питання розвитку системи екологобезпечного землекористування, забезпечення заходів для постійного відновлення родючості ґрунту, захисту земель від деградації залишаються невирішеними. У зв'язку з чим дослідження спрямовані на відновлення ефективного землеволодіння і землекористування є актуальними, у т. ч. й з огляду на те, що 17.09.2013 р. 68 сесією Генеральної Асамблеї ООН, визнаючи ключову роль ґрунтів у забезпеченні продовольчої безпеки і сталого розвитку, виконанні найважливіших екологічних послуг, 2015 рік був проголошений Міжнародним роком ґрунтів (резолюція A/RES/68/232).

Верховною Радою України прийнятий Земельний Кодекс України, закони України „Про охорону земель” №962-IV та „Про державний контроль за використанням та охороною земель” №963-IV від 19.06.2003 р. та ряд інших нормативних документів, спрямованих на захист земельних ресурсів. Та, як засвідчує практика, це не вирішує головної проблеми – знищення 41,6 млн. га родючих українських чорноземів, що не мають аналогів у світі та становлять 62% [7] основного фонду орних земель України і близько 8% світових запасів чорноземів та інших родючих ґрунтів.

У статті 14 Конституції України [8] записано: „земля є основним національним багатством, що перебуває під особливою охороною держави”. Земельний фонд України є стратегічно важливим сектором вітчизняної економіки, особливо з огляду на перспективи світової продовольчої кризи, адже за прогнозами демографів до 2030 року кількість голодуючих на планеті сягне 1 млн. осіб.

Сьогодні більше 805 млн. осіб у світі голодують або недоїдають. Зростання чисельності населення потребує збільшення виробництва продуктів харчування приблизно на 60%. Оскільки виробництво продовольства істотно залежить від стану ґрунтів, важливо зберегти їх здоров'я і продуктивність. За оцінками Продовольчої і сільськогосподарської організації Об'єднаних Націй (ФАО) [9], 33% глобальних земельних ресурсів уже деградували, у той час як вплив людини на ґрунт зростає і нерідко досягає критичних масштабів. Деградація земель відбувається у різних формах, включаючи ерозію, ущільнення, герметизацію і засолення ґрунту, вимивання з нього органічних і поживних речовин, підкислення, забруднення та інших процесів, пов'язаних із

нестабільною практикою управління земельними ресурсами. Формування одного сантиметру ґрунту може зайняти до 1000 років. У ФАО попереджають, якщо не запроваджувати нові підходи, то у 2050 році загальна площа орних і родючих земель на душу населення становитиме лише четверту частину рівня 1960 року.

Україна – один із світових лідерів у забезпеченості продуктивними земельними ресурсами: площа земель в обробітку (рілля і багаторічні насадження) у розрахунку на душу населення втричі більша за відповідний середньосвітовий показник [10, с. 38].

За земельною площею Україна після європейської частини Росії є найбільшою країною Європи, а за якісним складом ґрунтів та біопродуктивністю угідь – одна з найбагатших держав світу. За різними даними науковців Україна вже втратила від 10% до 30% чорноземів завдяки неефективному їх використанню під виснажливі культури, а саме порушенню сівозмін при вирощуванні технічних культур, зокрема, ріпаку, соняшнику, кукурудзи, тобто „важких” культур та, не зважаючи на це, площі під ці культури безконтрольно збільшуються.

В аграрній економіці України спостерігаються процеси надконцентрації земельного капіталу. За різними джерелами, 106 трансрегіональних високоінтегрованих формувань, так званих агрохолдингів, із середніми розмірами землекористування 99,5 тис. га ведуть сільськогосподарське виробництво на розосереджених по сільських територіях орендованих землях, організовують діяльність на майже 10550 тис. га сільськогосподарських угідь країни. Кількість і розміри таких об'єднань рік у рік збільшуються. Це виробничі формування, продукція яких є конкурентоспроможною за рахунок використання ефекту масштабу і, частково, замкнутого циклу виробництва продуктів харчування [11, с. 10]. Виникли диспропорції між рослинництвом і тваринництвом, у тому числі у рослинництві – між вирощуванням експорторієнтованих культур ( у [10, с. 41] це олійні та зернові культури) і продукції, необхідної для задоволення повсякденних потреб населення країни, а у тваринництві – між виробництвом молока, яловичини і свинини та продукцією промислового птахівництва. Наслідками цього є низький загальний рівень споживання вітчизняних продуктів харчування, незбалансованість раціону та вживання у їжу імпортованих продовольчих товарів сумнівної якості [12, с. 5]. Розвиток агропромислового виробництва за умови обрання такого шляху його організації веде не лише до посилення соціального напруження, активізацію процесів перерозподілу власності та зменшення різноманіття форм господарювання на селі тощо, а і нераціонального використання землі: порушуються сівозміни, деградують ґрунти. Крім того, Україна належить до країн з найнижчим рівнем державної підтримки відтворення у сільському господарстві з розрахунку на 1 га орних земель [11, с. 7] у той час як у міжнародній практиці застосовують понад 150 економічних інструментів вирішення екологічних проблем у землекористуванні, з яких близько 80 – це податки і платежі [4, с. 91].

## **6.2 Напрями застосування сучасних інформаційних технологій та економіко-математичного інструментарію в аграрному секторі**

В сучасному суспільстві докільця і здоров'я людини за пріоритетністю поступаються економічному розвитку. Стратегією державної екологічної політики України на період до 2020 року [5] визнана необхідність забезпечення збалансованості екологічних, економічних та соціальних інтересів суспільного розвитку держави. Одним із засобів вирішення проблеми раціонального використання земель наряду із запровадженням контролю за дотриманням екологічних систем обробітку ґрунту та виробництва сільськогосподарської продукції, превентивних заходів та посиленням відповідальності за екологічну безпеку землекористування, поетапним скороченням площ земель сільськогосподарського користування (насамперед, еродованої ріллі) з одночасним розширенням площі природоохоронних територій (лісу, лісосмуг, зон рекреації) з метою посилення стійкості агроландшафтів [13] й ін. може бути використання економіко-математичного інструментарію і комп'ютерної техніки для аналізу альтернатив і вибору оптимальних з точки зору встановлених критеріїв (критерію), адже з метою реалізації Закону України „Про Основні засади розвитку інформаційного суспільства в Україні на 2007-2015 роки” [14] суб'єктами господарювання прискорено запроваджуються нові сучасні інформаційно-комунікаційні технології та рішення щодо створення інформаційних ресурсів і запровадження електронних технологій для підвищення їх конкурентних переваг. В аграрному секторі існують можливості застосування сучасних інформаційних технологій за такими напрямами як вибір агротехнології та розв'язування технічних проблем, експертиза інвестиційних проектів, розробка бізнес-планів господарств, контроль якості продукції та природного середовища, економічний аналіз і прогнозування розвитку аграрної сфери, сприяння розвитку кооперації та інтеграції товаровиробників, маркетингові послуги й ін. Методи математичного моделювання забезпечують розробку моделей таких задач як розвиток, розміщення і спеціалізація виробництва, використання дефіцитних ресурсів, оптимізацію посівних площ, оптимальне співвідношення галузей тощо. Застосування економіко-математичних методів і ЕОМ при вирішенні задач взаємоузгодження і оптимізації функціонування системи сільського господарства у цілому і її елементів є досить ефективним, оскільки дозволяє одночасно врахувати усі економічні та фізичні умови і знаходити найкращий варіант.

Класифікація економіко-математичних моделей аграрної сфери виконана, зокрема, в [15, с. 47-48.].

З огляду на ознаки *загальної класифікації математичних моделей* [16, с. 59-62] (або табл. 2.2) за цільовим призначенням їх можна поділити на теоретико-аналітичні – моделі для вивчення загальних властивостей і

закономірностей перебігу економічних процесів як, наприклад, наведені в [17], [18, с. 101-106] – розглядаються два типи моделей: лінійні відносно оцінюваних параметрів та нелінійні відносно оцінюваних параметрів як і для парного регресійного аналізу, так і для багатофакторного регресійного аналізу, [19, с. 65-67], і прикладні, що застосовуються для оцінювання функціонування економічних об'єктів в конкретних умовах та прийняття відповідних рішень, як економіко-математична модель оптимізації посівних площ сільськогосподарських культур на прикладі СФГ „Мічуріна” Васильківського району Дніпропетровської області з метою максимізації прибутку від реалізації продукції сільського господарства, яку планують вирощувати [20], або оптимізації виробничої структури на прикладі ТОВ „АБТ” Білокуракинського району Луганської області в [21] чи прогнозування урожайності сільськогосподарських культур за допомогою методу Брандона за даними п'ятнадцяти підприємств [15, с. 47-49].

За масштабом економічного об'єкту розроблений науковцями і практиками арсенал економіко-математичних моделей прийняття раціональних рішень у сільському господарстві можна розподілити на макроекономічні – див. [22], мезомоделі – діють на рівні галузі [17] або [23], [24] – на рівні регіону і мікроекономічні моделі – [25].

За характером кінцевої мети слід розрізняти моделі описові (дескриптивні), що лише пояснюють факти, які спостерігались, або дають прогноз, тобто це моделі без критерію оцінки досліджуваного об'єкта – див., наприклад, [18, с. 101-106], використання нелінійної регресійної залежності у вигляді виробничої функції Кобба-Дугласа для опису певного процесу [18, с. 75-77.] чи рівняння регресії виду  $y = af_1(x_1)f_2(x_2) \times \dots \times f_t(x_t) \times \dots \times f_k(x_k)$  [19, с. 65-67] і оптимізаційні (нормативні) моделі – передбачають раціональну цілеспрямовану діяльність, формалізують мету економічного розвитку, можливість та засоби її досягнення – [21], [25], [26], [27], [28].

За характером відображення причинно-наслідкових аспектів розрізняють моделі жорстко детерміновані, як [21], [29], і моделі, що враховують випадковість і невизначеність, наприклад, економіко-математична модель оптимізації галузевої структури виробництва високотоварних сільськогосподарських підприємств, побудована на базі поетапної задачі стохастичного програмування з імовірнісними обмеженнями, що є більш адекватною конкретним виробничим умовам та відображає особливості виробництва, пов'язані з коливанням випадкових величин [30] або [31], або [23] – економіко-математична модель оцінки регіонального інвестиційного клімату сільського господарства з використанням теорії нечіткої логіки використовує поряд з кількісними змінними й лінгвістичні, що визначені нечітко, що дозволяє включити до моделі ряд макроекономічних показників (рівень тіньової економіки, рівень інфляції, ймовірність виникнення обставин непереборної сили, природні умови, внутрішньополітична ситуація, законодавча ситуація), які впливають на формування інвестиційного клімату, дає змогу оцінити зміну умов інвестування, а у випадку несприятливих оціночних результатів забезпечує інформацію про напрямки та межі зміни

вхідних параметрів, які приведуть до покращення інвестиційної ситуації в регіональному АПК.

За способом відображення чинника часу економіко-математичні моделі поділяються на статичні [32, с. 174-175], [24] і динамічні [17] або [34], де наводиться комплекс економіко-математичних моделей оцінки економічних та страхових ризиків в агросфері України, причому моделювання наслідків від сільськогосподарського страхування здійснюється за умов максимізації прибутку та його корисності з боку агровиробника по кожному виробничому періоду.

Час в економіко-математичних моделях може змінюватися неперервно або дискретно як, наприклад, у моделі встановлення послідовності виконання технологічних операцій із захисту рослин від шкідливих організмів кожним агрегатом чи машиною у необхідній послідовності з метою мінімізації часу простою механізмів (задача нелінійного математичного програмування з булевими змінними, характер виробничих процесів – дискретний), наведеної у [35].

З урахуванням запропонованих у [36] ознак загальної класифікації математичних моделей, застосовувані у АПК моделі за характером вирішуваних економічних задач можна поділити на виробничі, наприклад, [26], [21], [31], [37, с. 234-236], [38], транспортні [33], управління матеріальними запасами [39], моделі економічного аналізу [24], [40], ціноутворення [27], прогнозування [15, с. 47-49], [41], [42, с.123-126] та інші.

Залежно від рівня формалізації зв'язків між величинами існують моделі алгоритмічні – описуються послідовністю дій, які необхідно виконати, щоб розв'язати поставлену задачу моделювання (до алгоритмічних моделей належать, зокрема, так звані імітаційні моделі – моделюючі алгоритми, що імітують поведінку досліджуваного об'єкта), наприклад, наведена в [17], та аналітичні моделі, що описуються функціональними і логічними співвідношеннями, зокрема, про які йдеться в [18, с. 75-77], [24], [41], [43, с. 123-127].

За формою математичних залежностей [44] економіко-математичні моделі обґрунтування управлінських рішень у аграрній сфері логічно розподілити на лінійні, наприклад, множинна лінійна регресія розглядається в [43, с. 123-127.] або задача лінійного програмування з [45] і нелінійні – див. модель динамічного програмування для формування оптимальної сівозміни великого сільськогосподарського підприємства в [25] або функцію Кобба-Дугласа в [18, с. 75-77].

Залежно від особливостей методології і техніки моделювання виокремленню підлягають функціональні моделі, які широко використовуються у економічному регулюванні, коли на поведінку об'єкта („вихід”) впливають шляхом зміни „входу”, та структурні моделі, у яких велике значення мають внутрішні залежності між елементами систем. Так, ефективність сільськогосподарського виробництва у регіоні залежить від спільної взаємодії суб'єкта господарювання та державних органів, тому у [40] йдеться про використання апарату математичного моделювання для аналізу умов

виробничої діяльності, що передбачає розгляд зовнішнього середовища навколо суб'єкта діяльності – умов господарювання, факторів виробництва, регіональних особливостей тощо. Побудову математичної моделі можливо проводити за будь-яким чинником, що визначається як істотний для відповідного виду аграрного виробництва, а також за кількома чинниками водночас. Як чинник зовнішнього середовища, що стає предметом моделювання, пропонується розглянути процедуру оподаткування доходів від сільськогосподарського виробництва. При цьому модель впливу зовнішніх чинників будується на явищі корупції в податкових органах, яке присутнє в будь-якій економіці, що розвивається.

Типовими структурними моделями є моделі міжгалузевих зв'язків, зокрема, робота [38] присвячена економіко-математичним моделям встановлення приросту доходу (або прибутку) сільськогосподарського підприємства під впливом зміни матеріаломісткості виробництва.

Сільськогосподарське виробництво як об'єкт управління на основі системи моделей є складною системою, що охоплює множину певним чином взаємопов'язаних складових, які виконують функції використання виробничих і природних ресурсів з метою отримання сільськогосподарської продукції у середовищі постійних збурень. Необхідно враховувати вплив випадкових, нерегульованих людиною, стохастичних факторів природного походження (кількості опадів, їх розподілу, температури повітря тощо), що суттєво впливають на урожайність сільськогосподарських культур, витрати праці й ресурсів на одиницю продукції. Моделювання структури виробництва підприємств аграрної сфери у ринкових умовах охоплює земельні ресурси ( $W_1^3$ ), трудові ресурси ( $W_2^T$ ), основні матеріальні засоби ( $W_3^K$ ), оборотні матеріальні засоби ( $W_4^O$ ), фінансові ресурси ( $W_5^\Phi$ ), інформаційні ресурси ( $W_6^I$ ). Сукупність цих показників у їх взаємозв'язку обумовлює виробництво відтворювальних процесів (PRP), які можна представити функціональною залежністю виду [38]:

$$PRP = f(W_1^3, W_2^T, W_3^K, W_4^O, W_5^\Phi, W_6^I).$$

Системний підхід до оцінки розміщення природних ресурсів та ефективності розподілу і використання інших ресурсів припускає одночасне врахування територіальних і галузевих зв'язків та пропорцій, їх поєднання в єдиний комплекс, дозволяє застосовувати економіко-математичні методи при обґрунтуванні та розробці основних напрямів підвищення ефективності розподілу й використання усіх видів ресурсів.

### **6.3 Економіко-математичні моделі формування раціональної структури сільськогосподарських угідь**

Великий загальний розмір земельних ресурсів, багатоваріантний характер їх використання у різних природнокліматичних умовах вимагають застосування

методів математичного моделювання для розв'язання задачі оптимізації структури земельних ресурсів з урахуванням таких особливостей як сезонність виробництва, обов'язковість застосування мінеральних добрив, насіння, засобів захисту сільськогосподарських рослин, спеціальної техніки, трудових ресурсів, паливно-енергетичних ресурсів і т. ін., екологічний стан земельних ресурсів тощо. Залучення математичних методів дозволить цілеспрямовано впливати на навколишнє середовище, тобто керувати процесами, об'єктами, явищами, підпорядковуючи їх необмеженим постійно зростаючим потребам суспільства та економічним інтересам з метою одержання необхідних кінцевих результатів, підвищення біопродуктивності земельних ресурсів та ефективності природоохоронних заходів.

Раціональна структура сільськогосподарських угідь як чинник екологічно збалансованого землеробства передбачає наукове обґрунтування (оптимізацію) співвідношення набору й обсягів культур, що чергуються у визначеному порядку і в часі, яке дасть змогу створити агротехнічну безпеку землекористування, сприятиме взаємному поповненню елементів, забезпечить сприятливий стан посівів, дозволить запобігти руйнуванню фізичних властивостей ґрунту і забезпечить стійкість до ерозійних процесів.

З метою підвищення ефективності виробництва сільськогосподарських культур доцільно виконати раціональний розподіл земельних угідь під вирощувані культури. Якщо для побудови економіко-математичної моделі

використати наступні умовні позначення:  $x_{ij}$  – невідома площа, що відводиться на  $i$ -тій ділянці під вирощування  $j$ -ї культури, га;  $i$  – номер ділянки землі;  $n$  – кількість усіх земельних ділянок;  $j$  – вид сільськогосподарської культури;  $m$  – кількість усіх потенційних видів культур;  $b_i$  – величини  $i$ -тої земельної ділянки, га;  $a_j$  – площа у гектарах, що відводиться під  $j$ -ту культуру;  $c_{ij}$  – собівартість обробки одиниці площі  $i$ -тої ділянки під  $j$ -тою культурою, то задача зводиться до визначення плану розподілу земельних ділянок під вирощування різних видів сільськогосподарських культур  $X = (x_{ij})_{n \times m}$ , що забезпечуватиме мінімум витрат

$$f = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

і виконання обмежень

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^m x_{ij} = b_i, i = \overline{1; n}, \\ \sum_{i=1}^n x_{ij} = a_j, j = \overline{1; m}, \\ \sum_{j=1}^m a_j = \sum_{i=1}^n b_i, \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1; n}, j = \overline{1; m}.$$

Перші  $n$  умов у системі обмежень стосуються розмірів земельних ділянок, наступні  $m$  обмежень щодо величини площ, що відводитимуться для вирощування виду сільськогосподарської культури, а останнє – відображає вимогу дотримання балансу площ.

За виглядом економіко-математичної моделі поставлена задача може бути віднесена до спеціальних задач лінійного програмування транспортного типу [46, с. 104-120] і легко розв'язана за допомогою надбудови „Поиск решения” MS Excel.

Якщо враховувати урожайність сільськогосподарських культур  $i$ , відповідно, ввести додаткові позначення:  $y_{ij}$  – врожайність  $j$ -тої культури на  $i$ -тій ділянці землі;  $u_j$  – очікуваний валовий збір (урожай)  $j$ -тої культури, то економіко-математична модель набуватиме наступного вигляду.

Визначити план  $X = (x_{ij})_{n \times m}$ , що

$$f = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

за умов отримання бажаного врожаю сільськогосподарських культур різних видів (перші  $m$  обмежень системи) та використання наявних земельних площ (останні  $n$  умов):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n y_{ij} x_{ij} \geq u_j, j = \overline{1; m}, \\ \sum_{j=1}^m x_{ij} \leq b_i, i = \overline{1; n}, \end{cases}$$

$$x_{ij} \geq 0, i = \overline{1; n}, j = \overline{1; m}.$$

Що також є задачею лінійного програмування [46, с. 14-17], а саме задачею розподілу, і розв'язується симплекс-метод [46, с. 64-70] з реалізацією вищезазначеного засобу („Поиск решения” Excel).



Питанням визначення структури угідь, яка б підтримувала формування з основних у певному регіоні сільськогосподарських культур таких посівних площ, які б забезпечували бездефіцитний баланс гумусу; диференційовані сівозміни; широкого впровадження агроеліоративних, гідротехнічних, лісомеліоративних та інших заходів; оптимізації просторової структури земель під час організації виробництва; врахування природнокліматичних умов під час землекористування; дотримання екологічних норм навантаження; застосування нових ґрунтозахисних і ресурсозберігаючих технологій присвячена достатня кількість наукових робіт. В [21] розроблена модель оптимізації виробничо-галузевої структури сільськогосподарського підприємства; модель оптимізації галузевої структури виробництва у високотоварних сільськогосподарських підприємствах методами лінійного програмування наведена в [30]; інтегральна модель територіального АПК – див. [22] та ін.

Від критичної маси інтелекту, нагромадженої у народі, і насамперед у представників державної влади, управлінців, керівників системи науки і освіти, церковних діячів, залежить втілення в життя чимдалі актуальнішої ноосферної соціально-економічної теорії, започаткованої на початку ХХ ст. видатним українським вченим В.І. Вернадським, який стверджував, що від людини залежить доля планети і що людству потрібно виробити єдину стратегію взаємодії з природою, для чого вкрай важливо не тільки створювати нові технології для виробництва, але й формувати екологічне мислення у суспільстві. При цьому головними критеріями ефективності економіки мають бути не прибуток і навіть не зростання ВВП (хоча це важливо), а здоров'я народу, поліпшення його трудової життєдіяльності, збереження та відтворення природи.

Раціональною основою формування економічного механізму екологобезпечного землекористування в Україні можуть бути [47]:

– стимулювання екологобезпечного землекористування, що включатиме як заохочувальні (передбачені статтею 27 Закону України [48]), так і примусові механізми;

– встановлення структури регіональних угідь, яка б підтримувала баланс агро- та екосистем на безпечному для природи рівні;

– запровадження контролю за дотриманням екологічних систем обробітку ґрунту та виробництва сільськогосподарської продукції;

– впровадження механізмів державної підтримки самозайнятості сільських жителів у сільськогосподарській та несільськогосподарській діяльності, у сфері розвитку сільських видів туризму, переробки місцевої сировини, відродження національних ремесел тощо. на засадах сімейного господарювання;

– спрямування дошкільної і шкільної освіти на екологічно безпечне використання і збереження природних ресурсів, у тому числі й землі.

Безумовно, здійснена систематизація економіко-математичних моделей у жодному разі не претендує на повноту чи абсолютність. Метою було продемонструвати широке різноманіття концептуальних підходів, моделей і методів, застосування яких на практиці дало б змогу знизити ступінь впливу

чинників суб'єктивності стосовно економічного аналізу та підвищити обґрунтованість рішень.

### Перелік посилань до теми 6

1. Чудовська В. Дослідження ринку органічної продукції в Україні / Чудовська В. // Наукові засади сталого розвитку економіки : матеріали міжнар. наук.-практ. інтернет-конф. (16-17 червн. 2011 р.). – Тернопіль : Крок, 2011. – С. 331-333.
2. Бородіна О. М., Геєць В. М., Гуторов А. О. та ін. Українська модель аграрного розвитку та її соціоекономічна переорієнтація : наук. доп.; [за ред. В. М. Гейця, О. М. Бородіної, І. В. Прокопи]. – К. : Ін-т екон. та прогнозів. НАН України, 2012. – 56 с.
3. Концептуальні засади розвитку сільськогосподарського землекористування сільських територій. Проект Національної академії аграрних наук України, Київ, 2014 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://naas.gov.ua>
4. Добряк Д. С. Ефективність екологобезпечного землекористування в Україні в ринкових умовах / Добряк Д. С., Будзьяк В. М., Будзьяк О. С. // Економіка України. – 2013. – № 7(620). – С. 83-93.
5. Основні засади (стратегія) державної екологічної політики України на період до 2020 року : Закон України № 2818-VI від 21.12.2010 р. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/2818-17>
6. Устойчивое развитие : теория, методология, практика : учебн. / [под. ред. Л. Г. Мельника]. – Сумы : Университетская книга, 2009. – С. 1142.
7. Міністерство аграрної політики. Економіка. Панорама аграрного сектору України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.minagro.gov.ua/page/?6351>
8. Конституція України, прийнята на п'ятій сесії Верховної Ради України 28.06.1996 р., із змінами і доповненнями : Постанова Верховної Ради України № 750-VII від 22.02.2014 р.) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon1.rada.gov.ua/laws/show/254%D0%BA/96-%D0%B2%D1%80>
9. Природа России : 2015 год – Международный год почв [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.priroda.ru/news/detail.php?ID=10966>
10. Пасхавер Б. Сценарії розвитку агросфери / Пасхавер Б. // Економіка України. – 2011. – № 11. – С. 38-44.
11. Присяжнюк М. Про необхідність і напрями поглиблення аграрної реформи / Присяжнюк М., Саблук П., Кропивко М. // Економіка України. – 2011. – № 6. – С. 4-16.
12. Геєць В., Юрчишин В., Бородіна О., Прокопа І. Соціоекономічна модернізація аграрного сектору України (концептуальні положення) // Економіка України. – 2011. – № 12. – С. 4-14.
13. Бурлака Н. І. Напрями державного регулювання малопродуктивних та деградованих земельних ресурсів в умовах проведення земельної реформи / Бурлака Н. І. // Збірник наукових праць Вінницького національного аграрного університету. Серія : Економічні науки. – 2012. – № 1(56), том 2. – С. 122-128.
14. Про Основні засади розвитку інформаційного суспільства в Україні на 2007-2015 роки : Закон України № 537-V від 9.01.2007 р. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/537-16>
15. Наконечний С. І. Математичне моделювання техніко-економічних процесів АПК / Наконечний С. І., Савіна С. С., Наконечний Т. С. – К., 1996. – 240 с.
16. Вітлінський В. В., Наконечний С. І., Шарапов О. Д. та ін. Економіко-математичне моделювання : навч. посіб. / За заг. ред. В. В. Вітлінського. – К. : КНЕУ, 2008. – 536 с.
17. Стратегия и тактика антикризисного управления фирмой / [под общ. ред. проф. А. П. Градова]. – СПб. : Спец. лит., 1996. – С. 43-55.
18. Наконечный С. И. Математическое моделирование экономических процессов сельскохозяйственного производства : учебн. пос. / С. И. Наконечный, В. Г. Андрийчук. – К. : КИНХ, 1982. – 106 с.
19. Моделювання та методи системного аналізу в економіці. – К. : , 1999. – 120 с.
20. Кісіль М. Ю. Особливості використання методів економіко-математичного моделювання в стратегічному менеджменті сільськогосподарських підприємств / Кісіль М. Ю. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.economy.nauka.com.ua/?op=1&z=377>
21. Экономико-математические методы в планировании сельскохозяйственного производства: учебн. пос. / [Гатаулин А. М., Гаврилов Г. В., Харитонов Л. А. и др.]; под ред. А. М. Гатаулина. – М. : Агропромиздат, 1986. – С.

- 272-276. **22.** Жубржицька О. В. Вивчення основ економічного моделювання розвитку АПК у вищих закладах освіти / Жубржицька О. В. // Географічна наука та освіта в Україні. – К. : Фітосоціоцентр, 2000. – С. 63-66. **23.** Глонь О. В. Моделювання систем керування в умовах невизначеності / О. В. Глонь, В. М. Дубовий. – Вінниця : Універсум, 2005. – С. 17-24. **24.** Зульфугарова С. О. Моделі управління економічним розвитком регіону : автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. екон. наук : спец. 08.00.11 „Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці” / С. О. Зульфугарова. – Запоріжжя, 2010. – 22 с. **25.** Чабан Г. В. Моделювання як метод прогнозування в сільському господарстві / Чабан Г. В. // Зб. наук. пр. Черкаського держ. техн. ун. – Сер. : Економічні науки. – 2003. – Вип. 11. – С. 28-41. **26.** Барський Ю. М. Модель оптимізації виробництва сільськогосподарських та підсобних підприємств / Барський Ю. М. // Українська наука : минуле, сучасне, майбутнє. – Тернопіль : Підручники і посібники, 2003. – № 7. – С. 7-11. **27.** Дем'яненко С. І. Менеджмент виробничих витрат у сільському господарстві / Дем'яненко С. І. – Дніпропетровськ : ДНУ, 2004. – С. 246-252. **28.** Мильнер Б. З. Системный подход к организации управления / Б. З. Мильнер, Л. И. Евенко, В. С. Рапопорт. – М. : Экономика, 1983. – С. 224-227. **29.** Могильна Л. М. Теоретично-методологічні основи інноваційних процесів / Могильна Л. М. // Аграрний форум – 2008 : мат. Міжнар. науково-практичної конф. (15-18 жовтня 2008 р., Суми). – Суми : ВТД „Університетська книга”, 2008. – С. 207-209. **30.** Дем'яненко С. І. Інноваційне зростання – основа стабільності агропромислового комплексу / Дем'яненко С. І. // Наука та інновації. – 2005. – № 1. – С. 87-98. **31.** Светлов Н. М. Обоснование весовых коэффициентов исходов в стохастических моделях сельскохозяйственного производства / Светлов Н. М. // Доклады ТСХА. – М. : Издательство МСХА, 1995, вып. 266. **32.** Акулич И. Л. Математическое программирование в примерах и задачах : учебн. пос. [для студ. экон. спец. вузов] / Акулич И. Л. – М. : Высш. шк., 1986. – 319 с. **33.** Кравченко Р. Г. Математическое моделирование экономических процессов в сельском хозяйстве / Кравченко Р. Г. – М. : Колос, 1978. – С. 367-370. **34.** Скрипниченко В. В. Концептуальна модель страхування аграрних ризиків щодо стимулювання ефективного розвитку АПК України / Скрипниченко В. В. // Актуальні проблеми розвитку АПК : Збірник матеріалів Міжнародної науково-практичної конференції, Луцьк, 2011. – С. 37- 40. **35.** В'юненко О. Б. Економіко-математична модель календарного планування захисту рослин / В'юненко О. Б., Мачуський І. А., Токарева Т. В. // Вісник Сумського державного університету. – 1998. – № 1(9). – С. 148-152. **36.** Григорків В. С. Економічна кібернетика : навч. посіб. / Григорків В. С. – Чернівці : Рута, 2006. – 198 с. **37.** Касьяненко В. О. Моделювання та прогнозування економічних процесів / В. О. Касьяненко, Л. В. Старченко. – Суми : Університетська книга, 2006. – 356 с. **38.** Підлісецький Г. Економічні проблеми технічного забезпечення сільського господарства / Г. Підлісецький, В. Товстопят // Економіка України. – 2008. – № 11. – С. 81-87. **39.** Ющенко Н. Л. До питання управління матеріальними запасами з використанням економіко-математичних моделей / Н. Л. Ющенко, А. О. Мороз // VII Міжнародна наук.-практ. конф. „Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС '2012”. Тези доп. – Чернігів-Жукін, 27-30 черв. 2012 р. – С. 207-210. **40.** Россоха В. В. Оцінка виробничого потенціалу аграрних підприємств / Россоха В. В. – М. : Экономика, 1983. – С. 33-44. **41.** Овсієнко Ю. І. Використання комп'ютерної техніки при побудові математичних моделей методом найменших квадратів / Овсієнко Ю. І. – К., 2010. – С. 294-299. **42.** Цюпко С. В. Економіко-математические модели прогнозирования развития сельского хозяйства Украины : автореф. дис. ... канд. екон. наук: спец. 08.03.02 / Національний аграрний ун-т. – К., 2001. **43.** Математичні методи в економіці та моделювання соціально-економічних процесів в АПК / В. А. Кундіуса, Л. А. Мочалова, В. А. Кегель, Г. С. Сидоров. – 2-е вид., перероб. і доп. – М. : Колос, 2001. – 288 с. **44.** Твердохліб М. І. Класифікація математичних моделей технологічних укладів економіки / Твердохліб М. І. // Актуальні проблеми економіки. – 2010. – № 6. – С. 284-289. **45.** Шипилкина Ю. В. Применение экономико-математических методов для обоснования комплекта машин сельскохозяйственного предприятия / Шипилкина Ю. В. – Труды конференции МОИА-2001. – Россия, РИИ АлтГТУ-2001. – С. 1-2. **46.** Крушевский А.

В. Математическое программирование и моделирование в экономике: учебн. пос. [для вузов] / А. В. Крушевский, К. И. Швецов. – К. : Вища школа. Головное изд-во, 1979. – 456 с. **47.** Ющенко Н. Л. Економіко-математичні моделі формування раціональної структури сільськогосподарських угідь / Ющенко Н. Л. // Проблеми і перспективи економіки та управління : науковий журнал. – Чернігів : Черніг. нац. технол. ун-т, 2015. – № 3 (3). – С. 135-146. **48.** Про охорону земель : Закон України № 962-IV від 19.06.2003 р. із змінами [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/962-15/>



### Питання для самоперевірки до теми 6

1. Планування і управління аграрним підприємством в сучасних умовах розвитку економіки України.
2. Задачі системного аналізу сільського господарства.
3. Класифікація економіко-математичних моделей аграрної сфери.
4. Баланс виробництва і розподілу сільськогосподарської продукції. Основні математичні співвідношення.
5. Матричні моделі обліку витрат на виробництво і калькулювання собівартості продукції.
6. Модель формування і прогнозу прибутку підприємства і його розподілу.
7. Моделі аналізу впливу структурних зрушень у виробництві продукції на фінансовий результат підприємства.
8. Багатоцільові багатокритеріальні моделі аналізу, планування і управління на підприємствах аграрного комплексу.
9. Основні типи лінійних моделей планування і управління, система критеріїв оптимальності.
10. Основні види економіко-математичних моделей і методів ціноутворення.
11. Економіко-математичні моделі формування раціональної структури сільськогосподарських угідь.
12. Бази знань, банки економіко-математичних моделей, їх математичне, інформаційне та програмне забезпечення.

## Тема 7

# ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЗАДАЧ ТОРГОВЕЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

**Мета вивчення теми** – огляд і структурна класифікація економіко-математичних моделей торговельної діяльності, систематизація моделей управління оборотними активами, регулювання витрат, прогнозного балансу та звіту про фінансові результати торговельного підприємства, що дозволяють визначити систему заходів і приймати відповідні управлінські рішення з метою покращення фінансово-економічних результатів його діяльності. Ознайомлення з моделями, що конструюються на основі методів теорії нечіткої логіки, та моделями теорії черг.

**Ключові слова:** торговельне підприємство, модель оптимізації оборотних активів, ефективність фінансової діяльності, функція належності, задачі масового обслуговування, моделі теорії черг.

### **7.1 Види математичних моделей сфери торгівлі. Модель оптимізації оборотних активів торговельного підприємства**

Окрім класичної класифікації (табл. 2.2) та видів моделей, притаманних іншим видам економічної діяльності (див. теми 3, 8, 10, п. 4.3 цього навчального посібника), економіко-математичні моделі торговельної діяльності з урахуванням специфіки галузі можуть розподілятися на моделі розв'язування задач розміщення торговельної мережі, планування господарської діяльності торговельного підприємства, розподілу працівників за розмірами зарплати, розподілу населення за розмірами доходів (купівельною спроможністю), моделі прогнозування попиту на товари та ін. Неповний огляд і аспекти класифікації математичних моделей торговельної діяльності підприємств торгівлі подає таблиця 7.1.

Таблиця 7.1 – Елементи класифікації економіко-математичних моделей задач торговельної діяльності

Класифікаційна ознака	Види моделей	Посилання на першоджерело та характеристика моделей
1 За масштабом економічного об'єкту	1.1 Макроекономічні моделі	В [1] розглядаються моделі внутрішньогалузевої зовнішньої торгівлі України, в [2] – модель поведінки споживача, в [3] – показник цінової еластичності попиту, в [4] – функції попиту на товар і пропозиції. Колемаєв В. А. в [5, с. 167] наводить модель Вальраса, а на [5, с. 195-196] – систему рівнянь (блоки моделі), що демонструють умови існування загальної ринкової рівноваги за Л. Вальрасом. Дослідженню конкурентоздатності товару приділяється увага в роботі [6], зокрема, наводиться модель позиціонування положення товару на ринку. Дослідження Наврозової Ю. О. [7] пов'язане з моделями управління якістю товарів, Литвиненко С. В. [8] – з математичною моделлю, що дозволяє оцінити споживчі властивості товару
	1.2 Моделі, призначені для вирішення завдань на рівні регіону (мезомоделі)	В моделі, спрямованій на виявлення розбіжностей у рівнях забезпеченості регіонів держави об'єктами роздрібно торгівлі, оцінку результативності функціонування роздрібно торгової мережі регіонів та рівня їх інтегрованості у міжнародні торговельні відносини, систематизовані показники оцінки територіальної організації роздрібно торговельної мережі [9]. В [10] визначено методичний інструментарій комплексної оцінки розвитку торгівлі, використані рейтингові системи як основа формування регіональної стратегії розвитку роздрібно торгівлі, змодельовано розвиток торгівлі в окремих регіонах на перспективу
	1.3 Мікроекономічні моделі	В [11] запропонована модель обґрунтованого вибору форми організування зовнішньої реклами підприємств торгівлі, в [12] – економіко-математична модель оптимізації, цільовими функціями якої є максимізація прибутку та доходу від продажу товарів з врахуванням обмеження на умови досягнення максимально можливого обсягу товарообороту, інвестиційні вкладення та на послідовність здійснення варіантів розвитку, з метою вибору найкращої сукупності варіантів розвитку торговельної діяльності підприємства при формування його стратегії, в [13, п. 8.3.2] – модель планування асортименту супермаркету, в [14] – модель вибору раціональної системи складування товарів
2 За виконуваними функціями управління	2.1 Моделі ризик-менеджменту	В [15] представлені економіко-математичні моделі аналізу впливу економічних ризиків на обсяг і структуру товарообороту
	2.2 Моделі прогнозування	Стаття [16] присвячена розробці моделі прогнозування розвитку торговельної мережі, в [17] розроблено багатофакторну економіко-математичну модель прогнозування розвитку торгівлі

Класифікаційна ознака	Види моделей	Посилання на першоджерело та характеристика моделей
3 За характером задач, що вирішуються за допомогою економіко-математичних моделей	3.1 Регресійні моделі вивчення взаємозв'язку між явищами	Метою наукової статті [18] стала розробка багатофакторної регресійної економіко-математичної моделі впливу факторів на загальний річний обсяг товарообігу. В [19] побудована багатофакторна динамічна регресійна модель залежності роздрібного товарообігу продовольчих товарів на рівні регіону від зростання доходів населення (від ВВП) та факторів, що обумовлюють пропозицію, наприклад, зміни розміру торгової площі, що в свою чергу дозволяє розширити асортимент товарів та сприяє більш повному задоволенню потреб населення у товарах, в [20] – регресійна модель впливу внутрішніх чинників економічної діяльності підприємства на рівень його витрат. В [21] здійснене економіко-математичне моделювання фінансових результатів підприємств торгівлі
	3.2 Імітаційні моделі – шляхом імітації поведінки системи дозволяють перевірити її реакцію на ті чи інші варіанти управлінських рішень з тим, щоб обрати найбільш раціональне	В [22] з використанням методів теоретико-множинного представлення, теорії графів та імітаційного моделювання побудована модель формування попиту на споживчі товари в мережевій структурі розповсюдження товарів. В статті [23] досліджувалась залежність між ціною та обсягом продукції на базі динамічної моделі поведінки на ринку товарів одного призначення, було встановлене незалежне від ринкової ситуації співвідношення між чинниками, яким визначається корисність товару у суспільстві
4 Залежно від предметної області застосування економіко-математичних моделей	4.1 Моделі управління товарними запасами (детальніше – див. тему 10)	У даний час в області методології, апарату та розвитку моделей теорії управління запасами можна вказати наступні основні тенденції: – переважний розвиток стохастичних моделей і статистичних методів управління запасами; – поширення адаптивного підходу та методів управління за неповними даними [24]; – дослідження ігрових постановок задач управління запасами [25]; – дослідження багатономенклатурних систем управління запасами з корельованим попитом [26]; – дослідження систем управління запасами з попитом, що частково спостерігається, і замкнута щодо попиту систем [24]; – дослідження ієрархічних систем управління запасами [27]. Поряд з імовірнісними методами та методами лінійного програмування теорія управління

Класифікаційна ознака	Види моделей	Посилання на першоджерело та характеристика моделей
		<p>запасами активно використовує апарат теорії автоматного управління. Пропонуються алгоритми управління запасами, розроблені на основі сучасних методів теорії адаптації, ідентифікації, стохастичної оптимізації, принципу максимуму, динамічного програмування, марківських процесів з доходами і т.д. Таким чином, сучасна теорія дозволяє оптимально (наприклад, з точки зору мінімуму витрат) управляти як детермінованими, так і стохастичними системами управління запасами. Однак, детерміновані моделі не враховують апріорну невизначеність (в попиті, поставках, часі затримок і т.д.), властиву реальним системам управління запасами. Імовірнісні – вимагають точного задання імовірнісних характеристик невизначених параметрів системи (факторів невизначеності). При цьому, у багатьох випадках немає підстави або недостатньо інформації, щоб розглядати фактори невизначеності як випадкові (тобто такими, що адекватно описуються теоретико-ймовірнісними моделями), що робить неефективним застосування таких моделей при вирішенні практичних завдань. Складність отримання числових результатів при роботі з випадковими величинами також знижує практичну цінність стохастичних моделей управління запасами. Це призводить до необхідності урахування невизначеності нестохастичної природи.</p> <p>В [28] побудована математична модель управління запасами на основі збалансованої системи показників діяльності торгового підприємства, що відображає основні напрямки діяльності ієрархічної торгової мережі, враховує нестационарний характер попиту на продукцію і дозволяє оцінити можливі стратегії розвитку компанії, що слугуватиме незамінним інструментом підтримки прийняття рішення в управлінні запасами, в [29] – модель точки замовлення і середнього розміру запасу.</p> <p>Динамічна модель управління запасами з інтервальною невизначеністю попиту розглядається в [303]. На основі моделі однономенклатурної системи управління запасами з періодичним контролем при інтервально заданому попиті, миттєвих поставках, обмеженні на рівень запасу і величину замовлення, і кінцевому періоді планування розроблена календарна програма планування запасів готової продукції та визначена оптимальна стратегія управління для ТОВ „Світлові Технології”.</p> <p>Запропонована в [31] модель містить основні показники, що характеризують інтенсивність і результативність використання товарних запасів підприємствами роздрібною торгівлі: рентабельність товарних запасів, оборотність товарних запасів, рентабельність продажів,</p>



Класифікаційна ознака	Види моделей	Посилання на першоджерело та характеристика моделей
		витрати основної діяльності на 1 грн. товарних запасів, витратовіддачу, витрати на 1 грн. товарообороту, рентабельність витрат. З метою виявлення чинників, що в найбільшому ступеню впливають на організацію товароруку на підприємствах роздрібно́ї торгівлі, застосовано експертний метод та побудовано профіль внутрішнього середовища. За результатами дослідження виявлено, що найбільш значущим фактором внутрішнього середовища підприємств, який впливає на ефективність процесу товароруку, є оборотність товарних запасів. Узгодженість думок експертів підтверджено розрахованим коефіцієнтом конкордації ( $W = 0,64$ )
	4.2 Моделі оцінювання ефективності інвестиційних проектів торговельних підприємств	В [17] розроблено економіко-математичну модель, яка враховує безперервний процес коливань обсягів накопичення коштів, швидкості вкладень та повернення інвестицій, вартість проекту, час окупності вкладених коштів та максимальну віддачу інвестиційного проекту
	4.3 Моделі фінансової діяльності торговельного підприємства	В [32] розроблено комплекс економіко-математичних моделей фінансової діяльності торговельного підприємства, що включає модель управління оборотним капіталом, модель управлінням витратами, а також моделі прогнозного балансу та звіту про фінансові результати торговельного підприємства, в [33] – управління оборотним капіталом торговельних підприємств. В [34] розглядаються математичні моделі операційної системи роздрібних підприємств, що дозволяють правильно сформулювати операційну стратегію й операційну програму, поліпшити рівень організації операційного процесу і, як наслідок, підвищити якість обслуговування покупців та розширити коло потенційних споживачів, в [35] – інтегрована в стратегію логістичного управління система моделей і механізмів оптимізації грошових потоків підприємства торгівлі. Робота [21] присвячена економіко-математичному моделюванню (регресія) фінансових результатів підприємств торгівлі. В [36] розроблено експертно-аналітичну модель діагностики й отримання кількісної оцінки ймовірності (прогнозування) фінансової кризи підприємства роздрібно́ї торгівлі на основі дослідження його грошового потоку

Оборотні активи та капітал належать до головних ресурсів, що забезпечують торговельну діяльність підприємств і отримання прибутку. Центральне місце в методиці обґрунтування стратегії управління оборотним капіталом відведено оптимізації оборотних активів і джерел їх авансування у взаємозв'язку з обсягами товарообороту. Виходячи з таких підходів, в роботі [33] обґрунтовано економіко-математичні моделі: перша модель для оптимізації оборотних активів (А), а друга – для визначення ефективних обсягів і джерел залучення оборотного капіталу (Б). Запропоновані моделі відповідають принципам комплексності, оптимальності, об'єктивності, багатоваріантності розрахунків, цілеспрямованості на базові економічні стратегії та загальні стратегії підвищення ефективності торговельної діяльності підприємств за рахунок мінімізації операційних і альтернативних витрат, пов'язаних з формуванням і використанням оборотних активів. В окремий аспект виділено мінімізацію середньозваженої вартості залучення оборотного капіталу.

Моделі А і Б збалансовані між собою і призначені для розв'язування взаємопов'язаних стратегічних задач управління оборотним капіталом. Мінімальні і максимальні значення обмежень, які використано в запропонованих моделях, визначено з використанням економіко-статистичних і факторно-аналітичних методів, в основу яких покладено допустимі в перспективі значення показників з урахуванням мінімізації операційних та альтернативних витрат, пов'язаних з придбанням і використанням оборотних активів і залученням оборотного капіталу.

До параметрів, які оптимізуються при застосуванні моделі А, віднесено обсяг запасів, дебіторської заборгованості, грошових коштів та інших оборотних активів. Цільова функція моделі А спрямована на мінімізацію логістичних та альтернативних витрат:

$$Z_A = BO_{ТЗ} \cdot ТЗ + B_{ДЗ} \cdot ДЗ + B_{ГК} \cdot ГК + B_I \cdot I \rightarrow \min$$

де  $Z_A$  – цільова функція моделі А;

$BO_{ТЗ}$  – витрати обігу, віднесені на товарні запаси, долі одиниці;

$ТЗ$  – обсяг товарних запасів, тис. грн.;

$ДЗ$  – розмір дебіторської заборгованості, тис. грн.;

$ГК$  – запас грошових коштів, тис. грн.;

$I$  – обсяг інших оборотних активів, тис. грн.;

$B_{ДЗ}, B_{ГК}, B_I$  – альтернативна вартість капіталу, який використовується для авансування відповідно дебіторської заборгованості, грошових коштів та інших оборотних активів, долі одиниці.

Обмеження моделі відображають умови рівності загального обсягу оборотних активів оптимальній сумі окремих елементів; необхідність додержання в оптимальній межі коефіцієнтів поточної і швидкої ліквідності,

інфляційної захищеності оборотних активів, відносно стабільного значення коефіцієнта участі товарних запасів в покритті поточних зобов'язань; умови прискорення оборотності товарно-матеріальних запасів, дебіторської заборгованості і грошових коштів з урахуванням їх достатнього обсягу для нормальної торговельної діяльності; допустимі обсяги товарних запасів, дебіторської заборгованості, грошових коштів та інших оборотних активів, необхідних для нормального функціонування торговельно-технологічного процесу підприємства.

Модель Б призначена для оптимізації структури джерел формування оборотного капіталу на основі мінімізації вартості його залучення до авансування оборотних активів:

$$Z_B = \frac{ВОК}{ОА} \cdot V_{ВОК} + \frac{ДСЗ \cdot (1 - C_{III})}{ОА} \cdot V_{ДСЗ} + \frac{ТК \cdot (1 - C_{ПДВ}) \cdot (1 - C_{III})}{ОА} \cdot V_{ТК} + \\ + \frac{ІКЗ}{ОА} \cdot V_{ІКЗ} + \frac{ККБ \cdot (1 - C_{III})}{ОА} \cdot V_{ККБ} \rightarrow \min ,$$

де  $Z_B$  – цільова функція моделі Б;

$ВОК$  – обсяг власного оборотного капіталу, тис. грн.;

$V_{ВОК}$  – вартість формування власного оборотного капіталу, долі одиниці;

$ОА$  – загальний обсяг оборотних активів, тис. грн.;

$ДСЗ$  – довгострокові зобов'язання, тис. грн.;

$V_{ДСЗ}$  – вартість довгострокових зобов'язань, долі одиниці;

$C_{III}, C_{ПДВ}$  – ставка податку відповідно на прибуток і на додану вартість, долі од.;

$ТК$  – обсяг товарного кредиту, тис. грн.;

$V_{ТК}$  – вартість залучення товарного кредиту, долі одиниці;

$ІКЗ$  – інша короткострокова кредиторська заборгованість, тис. грн.;

$V_{ІКЗ}$  – вартість іншої короткострокової кредиторської заборгованості, долі од.;

$ККБ$  – короткострокові кредити банку, тис. грн.;

$V_{ККБ}$  – вартість залучення короткострокових кредитів банку, долі одиниці.

Обмеження моделі Б відображають необхідність рівності загального обсягу оборотних активів сумі джерел їх авансування, додержання нормальної фінансової стійкості торговельного підприємства, відносної стабільності коефіцієнта співвідношення обсягу власного оборотного капіталу і загального обсягу оборотних активів, дотримання підприємством коефіцієнта маневреності, а також оптимальних обсягів окремих джерел авансування оборотного капіталу.

Процес вирішення задач оптимізації оборотного капіталу, починаючи з підготовки і збору вхідної інформації і закінчуючи узагальненням параметрів оптимізації оборотних активів і джерел їх авансування охоплює сім етапів. На завершальному етапі оптимізації оборотних активів і капіталу збалансованість параметрів на основі моделей А і Б досягається *методом ітерацій*, що означає: після кожного циклу рішення задачі інформація передається від однієї моделі до іншої за розробленою схемою інформаційних потоків.

Запропонована модель оптимізації оборотних активів дає можливість визначати оптимальний їх склад з урахуванням логістичних витрат і рентабельності та виявляти доцільність або недоцільність переходу до менш агресивної стратегії формування оборотних активів.

Оптимізаційні розрахунки оборотних активів і джерел їх авансування дозволяють виявити загальні підходи до підвищення ефективності формування оборотного капіталу. Серед таких підходів слід виділити ліквідацію дефіциту оборотного капіталу найперше за рахунок нарощування власного капіталу шляхом реінвестування не менше 75% прибутку, що залишається в розпорядженні підприємств. Кожне підприємство має обґрунтовувати свій норматив власного оборотного капіталу, аби запобігти ризику банкрутства при накопиченні непокритого збитку.

## **7.2 Економіко-математичні моделі фінансової діяльності торговельних підприємств**

В [32] для оцінки фінансової діяльності торговельного підприємства розглянуто сукупність аналітичних коефіцієнтів, що характеризують його фінансовий стан і є співвідношеннями найважливіших показників фінансової звітності. З цією метою визначено склад показників, які за своїм змістом відображають особливості та закономірності формування *оборотного капіталу* і є основою для побудови *моделі визначення рівнів ефективності його використання*. Запропоновано розглядати п'ять рівнів ефективності: оптимальний, достатній, середній, недостатній, критичний, причому значення кожного показника для оцінки рівня ефективності його використання визначається шляхом порівняння фактичних значень з еталонними. Практичну реалізацію запропонованої моделі здійснено для різних груп підприємств (зі стабільним товарооборотом, з повільними темпами зростання товарообороту, з високим темпами зростання товарообороту, із скороченням товарообороту) (табл. 7.2).

Комплекс економіко-математичних моделей фінансової діяльності торговельного підприємства включає модель управління оборотним капіталом, модель управління витратами, а також моделі прогнозного балансу та звіту про фінансові результати торговельного підприємства.

Таблиця 7.2 – Визначення порогових значень показників ефективності використання оборотного капіталу підприємств

№ з/п	Найменування показника	Рівень ефективності використання оборотного капіталу підприємств					
		Оптимальний	Достатній	Середній	Недостатній	Критичний	
<b>1 Стан та структура оборотних активів</b>							
1	Питома вага товарних запасів в загальному обсязі оборотних активів	1 група	>0,207	0,054-0,207	0,005-0,054	0,001-0,005	<0,001
		2 група	>0,279	0,137-0,279	0,005-0,137	0,001-0,005	<0,001
		3 група	>0,694	0,490-0,694	0,286-0,490	0,082-0,286	<0,082
		4 група	>0,708	0,291-0,708	0,005-0,291	0,001-0,005	<0,001
2	Питома вага дебіторської заборгованості в загальному обсязі оборотних активів	1 група	0,000	0,001-0,164	0,164-0,329	0,329-0,492	>0,493
		2 група	<0,005	0,006-0,147	0,147-0,289	0,289-0,430	>0,431
		3 група	<0,066	0,067-0,289	0,289-0,511	0,511-0,733	>0,734
		4 група	<0,069	0,070-0,365	0,365-0,660	0,660-0,955	>0,956
3	Питома вага грошових коштів в загальному обсязі оборотних активів	1 група	>0,143	0,095-0,142	0,048-0,095	0,001-0,048	0,000
		2 група	>0,133	0,090-0,132	0,048-0,090	0,006-0,048	<0,005
		3 група	>0,207	0,138-0,206	0,070-0,138	0,002-0,070	<0,001
		4 група	>0,077	0,052-0,076	0,027-0,052	0,003-0,027	<0,002
<b>2 Платоспроможність та ліквідність</b>							
4	Коефіцієнт платоспроможності	>2,0	1,6-2,0	1,2-1,6	1,0-1,2	<1,0	
5	Коефіцієнт негайної ліквідності	>1,5	1,0-1,5	1,0	0,5-1,0	<0,5	
6	Коефіцієнт покриття	>2,5	2,0-2,5	1,5-2,0	1,0-1,5	<1,0	
<b>3 Стан та структура капіталу</b>							
7	Коефіцієнт фінансового ливериджу	>1,5	1,1-1,5	1,0	0,5-0,99	<0,5	
8	Співвідношення кредиторської та дебіторської заборгованостей	<0,5	0,5-1,0	1,0-1,5	1,5-2,0	>2,0	
9	Коефіцієнт забезпеченості оборотних активів власним капіталом	>0,4	0,3-0,4	0,3	0,2-0,3	<0,2	
10	Коефіцієнт маневреності власного капіталу	>0,3	0,2-0,3	0,2	0,1-0,2	<0,1	
<b>4 Прибутковість</b>							
11	Рентабельність товарообороту	>0,15	0,14-0,15	0,12-0,14	0,1-0,12	<0,1	
12	Рентабельність оборотного капіталу	>0,1	0,09-0,1	0,06-0,09	0,05-0,06	<0,05	

Модель управління оборотним капіталом торговельного підприємства визначається наступними аналітичними залежностями для показників, що характеризують оборотні активи торговельного підприємства.

### 1. Товарні запаси

$$TZ_t = \alpha_1^1 \cdot OA_{t-1} + \alpha_2^1 \cdot GK_{t-1},$$

де  $TZ_t$  – товарні запаси в момент часу  $t$ ;

$OA_{t-1}$  – оборотні активи в момент часу  $t-1$ ;

$GK_{t-1}$  – грошові кошти в момент часу  $t-1$ ;

$\alpha_1^1, \alpha_2^1$  – параметри моделі, які відображають вплив оборотних активів та грошових коштів відповідно в момент часу  $t-1$  на величину товарних запасів в момент часу  $t$ .

## 2. Грошові кошти

$$GK_t = \alpha_1^2 \cdot VRp_t + \alpha_2^2 \cdot OA_{t-1},$$

де  $GK_t$  – грошові кошти в момент часу  $t$ ;

$VRp_t$  – виручка від реалізації продукції в момент часу  $t$ ;

$\alpha_1^2, \alpha_2^2$  – параметри моделі, які відображають вплив виручки від реалізації продукції в момент часу  $t$  та оборотних активів в момент часу  $t-1$  відповідно на величину грошових коштів в момент часу  $t$ .

## 3. Заборгованість покупців та замовників

$$Zab_t = \alpha_1^3 \cdot VRp_t + \alpha_2^3 \cdot OA_{t-1},$$

де  $Zab_t$  – заборгованість покупців та замовників в момент часу  $t$ ;

$\alpha_1^3, \alpha_2^3$  – параметри моделі, які відображають вплив виручки від реалізації продукції в момент часу  $t$  та оборотних активів в момент часу  $t-1$  відповідно на величину заборгованості покупців та замовників в момент часу  $t$ .

4. Валовий прибуток (в загальному випадку величина прибутку є функцією від величини оборотних коштів, однак зважаючи на специфіку функціонування торговельного підприємства процес формування величини прибутку представлено наступним чином)

$$VP_t = \alpha_1^4 \cdot TZ_{t-1} + \alpha_2^4 \cdot GK_{t-1},$$

де  $VP_t$  – величина валового прибутку в момент часу  $t$ ;

$TZ_{t-1}$  – товарні запаси в момент часу  $t-1$ ;

$\alpha_1^4, \alpha_2^4$  – параметри моделі, які відображають вплив товарних запасів та грошових коштів в момент часу  $t-1$  відповідно на величину валового прибутку в момент часу  $t$ .

## 5. Виручка від реалізації товарів

$$VRp_t = \alpha_1^5 \cdot TZ_{t-1} + \alpha_2^5 \cdot GK_{t-1},$$

де  $\alpha_1^5, \alpha_2^5$  – параметри моделі, які відображають вплив товарних запасів та грошових коштів в момент часу  $t-1$  відповідно на величину виручки від реалізації продукції в момент часу  $t$ .

#### 6. Собівартість реалізованої продукції

$$SRp_t = \alpha_1^6 \cdot TZ_t + \alpha_2^6 \cdot GK_{t-1},$$

де  $SRp_t$  – собівартість реалізованої продукції в момент часу  $t$ ;

$\alpha_1^6, \alpha_2^6$  – параметри моделі, які відображають вплив товарних запасів в момент часу  $t$  та грошових коштів в момент часу  $t-1$  відповідно на величину собівартості реалізованої продукції в момент часу  $t$ .

#### 7. Прибуток (збиток) з продажів продукції

$$P(Z)Pp_t = \alpha_1^7 \cdot VP_t + \alpha_2^7 \cdot VZ_t + \alpha_3^7 \cdot AV_t,$$

де  $P(Z)Pp_t$  – прибуток (збиток) з продажів продукції в момент часу  $t$ ;

$VP_t$  – величина валового прибутку в момент часу  $t$ ;

$VZ_t$  – витрати на збут в момент часу  $t$ ;

$AV_t$  – адміністративні витрати в момент часу  $t$ ;

$\alpha_1^7, \alpha_2^7, \alpha_3^7$  – параметри моделі, які відображають вплив валового прибутку, витрат на збут та адміністративних витрат в момент часу  $t$  відповідно на величину прибутку (збитку) з продажів продукції в момент часу  $t$ .

#### 8. Інші операційні доходи

$$IOD_t = \alpha_1^8 \cdot OA_t + \alpha_2^8 \cdot GK_t,$$

де  $IOD_t$  – інші операційні доходи в момент часу  $t$ ;

$OA_t$  – оборотні активи в момент часу  $t$ ;

$GK_t$  – грошові кошти в момент часу  $t$ ;

$\alpha_1^8, \alpha_2^8$  – параметри моделі, які відображають вплив оборотних активів і грошових коштів в момент часу  $t$  на величину інших операційних доходів в момент часу  $t$ .

#### 9. Позареалізаційні доходи

$$PD_t = \alpha_1^9 \cdot OA_t + \alpha_2^9 \cdot GK_t,$$

де  $PD_t$  – позареалізаційні доходи в момент часу  $t$ ;

$\alpha_1^9, \alpha_2^9$  – параметри моделі, які відображають вплив оборотних активів та грошових коштів в момент часу  $t$  відповідно на величину позареалізаційних доходів в момент часу  $t$ .

#### 10. Прибуток (збиток) до оподаткування

$$P(Z)dO_t = \alpha_1^{10} \cdot P(Z)Pp_t + \alpha_2^{10} \cdot ODV_t + \alpha_3^{10} \cdot VP_t + \alpha_4^{10} \cdot PV_t,$$

де  $P(Z)dO_t$  – прибуток (збиток) до оподаткування в момент часу  $t$ ;

$P(Z)Pp_t$  – прибуток (збиток) з продажів продукції в момент часу  $t$ ;

$ODV_t$  – операційні доходи і витрати;

$VP_t$  – величина валового прибутку в момент часу  $t$ ;

$PV_t$  – позареалізаційні витрати в момент часу  $t$ ;

$\alpha_1^{10}, \alpha_2^{10}, \alpha_3^{10}, \alpha_4^{10}$  – параметри моделі, які відображають вплив прибутку (збитку) з продажів продукції, операційних доходів і витрат, валового прибутку та позареалізаційних витрат в момент часу  $t$  відповідно на величину прибутку (збитку) до оподаткування в момент часу  $t$ .

#### 11. Прибуток (збиток) від звичайної діяльності

$$P(Z)ZD_t = \alpha_1^{11} \cdot P(Z)dO_t + \alpha_2^{11} \cdot PPZD_t,$$

де  $P(Z)ZD_t$  – прибуток (збиток) від звичайної діяльності в момент часу  $t$ ;

$P(Z)dO_t$  – прибуток (збиток) до оподаткування в момент часу  $t$ ;

$PPZD_t$  – податок на прибуток від звичайної діяльності в момент часу  $t$ ;

$\alpha_1^{11}, \alpha_2^{11}$  – параметри моделі, які відображають вплив прибутку (збитку) до оподаткування та податку на прибуток від звичайної діяльності в момент часу  $t$  відповідно на величину прибутку (збитку) від звичайної діяльності в момент часу  $t$ .

#### 12. Чистий прибуток

$$CHP_t = \alpha_1^{12} \cdot P(Z)ZD_t + \alpha_2^{12} \cdot ND_t + \alpha_3^{12} \cdot NV_t,$$



де  $CHP_t$  – чистий прибуток в момент часу  $t$ ;

$P(Z)ZD_t$  – прибуток (збиток) від звичайної діяльності в момент часу  $t$ ;

$ND_t$  – надзвичайні доходи в момент часу  $t$ ;

$NV_t$  – надзвичайні витрати в момент часу  $t$ ;

$\alpha_1^{12}, \alpha_2^{12}, \alpha_3^{12}$  – параметри моделі, які відображають вплив прибутку (збитку)

від звичайної діяльності, надзвичайних доходів та витрат в момент часу  $t$  відповідно на величину чистого прибутку в момент часу  $t$ .

### 13. Оборотні активи

$$OA_t = \alpha_1^{13} \cdot SK_{t-1} + \alpha_2^{13} \cdot DZ_{t-1} + \alpha_3^{13} \cdot DKZ_{t-1},$$

де  $OA_t$  – оборотні активи в момент часу  $t$ ;

$SK_{t-1}$  – статутний капітал в момент часу  $t-1$ ;

$DZ_{t-1}$  – довгострокові зобов'язання в момент часу  $t-1$ ;

$DKZ_{t-1}$  – сумарна величина позик та кредитів в момент часу  $t-1$ ;

$\alpha_1^{13}, \alpha_2^{13}, \alpha_3^{13}$  – параметри моделі, які відображають вплив статутного капіталу, довгострокових та короткострокових зобов'язань в момент часу  $t-1$  відповідно на величину оборотних активів в момент часу  $t$ .

*Модель управління витратами* торговельного підприємства визначається наступними аналітичними залежностями для показників, що характеризують витрати торговельного підприємства.

#### 1. Матеріальні витрати

$$MV_t = \beta_1^1 \cdot OZ_t + \beta_2^1 \cdot TZ_t,$$

де  $MV_t$  – матеріальні витрати в момент часу  $t$ ;

$OZ_t$  – основні засоби в момент часу  $t$ ;

$TZ_t$  – товарні запаси в момент часу  $t$ ;

$\beta_1^1, \beta_2^1$  – параметри моделі, які відображають вплив основних засобів, товарних запасів відповідно в момент часу  $t$  на величину матеріальних витрат в момент часу  $t$ .

#### 2. Оплата праці

$$OP_t = \beta_1^2 \cdot OZ_t + \beta_2^2 \cdot VRp_t,$$

де  $OP_t$  – витрати на оплату праці в момент часу  $t$ ;

$VRp_t$  – виручка від реалізації продукції в момент часу  $t$ ;

$\beta_1^2, \beta_2^2$  – параметри моделі, які відображають вплив основних засобів та виручки від реалізації продукції відповідно в момент часу  $t$  на величину витрат оплати праці в момент часу  $t$ .

### 3. Відрахування на соціальні заходи

$$VSZ_t = \beta_1^3 \cdot OP_t,$$

де  $VSZ_t$  – відрахування на соціальні заходи в момент часу  $t$ ;

$\beta_1^3$  – параметр моделі, який відображає вплив величини оплати праці в момент часу  $t$  на величину відрахувань на соціальні заходи в момент часу  $t$ .

### 4. Амортизація основних засобів

$$VA_t = \beta_1^4 \cdot OZ_t,$$

де  $VA_t$  – витрати на амортизацію в момент часу  $t$ ;

$\beta_1^4$  – параметр моделі, який відображає вплив основних засобів в момент часу  $t$  на величину витрат на амортизацію в момент часу  $t$ .

### 5. Інші операційні витрати

$$IOV_t = \beta_1^5 \cdot TZ_t + \beta_2^5 \cdot PZ_t,$$

де  $IOV_t$  – інші операційні витрати в момент часу  $t$ ;

$TZ_t$  – товарні запаси в момент часу  $t$ ;

$PZ_t$  – величина податків і зборів в момент часу  $t$ ;

$\beta_1^5, \beta_2^5$  – параметри моделі, які відображають вплив товарних запасів, податків і зборів відповідно в момент часу  $t$  на величину інших операційних витрат в момент часу  $t$ .

### 6. Основні засоби

$$OZ_t = \beta_1^6 \cdot NA_t,$$

де  $OZ_t$  – основні засоби в момент часу  $t$ ;

$NA_t$  – необоротні активи в момент часу  $t$ ;

$\beta_1^6$  – параметр моделі, який відображає вплив необоротних активів в момент часу  $t$  на величину основних засобів в момент часу  $t$ .

#### 7. Необоротні активи

$$NA_t = \beta_1^7 \cdot CHP_t + \beta_2^7 \cdot DZ_t,$$

де  $NA_t$  – необоротні активи в момент часу  $t$ ;

$CHP_t$  – чистий прибуток в момент часу  $t$ ;

$DZ_t$  – довгострокові зобов'язання в момент часу  $t$ ;

$\beta_1^7, \beta_2^7$  – параметри моделі, які відображають вплив чистого прибутку та довгострокових зобов'язань в момент часу  $t$  на величину необоротних активів в момент часу  $t$ .

Моделі прогнозного балансу та звіту про фінансові результати торговельного підприємства визначаються наступними аналітичними залежностями:

$$Act_{t+j} = Act_t + Act_{t+j}^+ - Act_{t+j}^-,$$

де  $Act_{t+j}$  – залишок на рахунку статті активу балансу в момент часу  $t + j$ ;

$Act_t$  – залишок на рахунку статті активу балансу в момент часу  $t$ ;

$Act_{t+j}^+$  – оборот по дебету рахунку статті активу балансу за звітний період;

$Act_{t+j}^-$  – оборот по кредиту рахунку статті активу балансу за звітний період;

$$Pas_{t+j} = Pas_t + Pas_{t+j}^+ - Pas_{t+j}^-,$$

де  $Pas_{t+j}$  – залишок на рахунку статті пасиву балансу в момент часу  $t + j$ ;

$Pas_t$  – залишок на рахунку статті пасиву балансу в момент часу  $t$ ;

$Pas_{t+j}^+$  – оборот по кредиту рахунку статті пасиву балансу за звітний період;

$Pas_{t+j}^-$  – оборот по дебету рахунку статті пасиву балансу за звітний період;

$$STFR_{t+j} = \sum_{i=1}^j STFR_{t_i},$$

де  $STFR_{t_i}$  – дебетовий (кредитовий) оборот по рахунку за звітний період, якщо рахунок обліку даної статті звіту є активним (пасивним) рахунком.

Реалізація запропонованих моделей надає інформацію про реальний фінансово-економічний стан підприємства, тенденції і динаміку його зміни в перспективі, а також дозволяє визначити систему заходів і прийняття відповідних управлінських рішень з метою покращення фінансово-економічних результатів його діяльності.

Для оперативно реагувати на зміни фінансового стану, прогнозування показників фінансово-економічного стану торговельного підприємства в [32] із застосуванням теорії нечіткої логіки<sup>4</sup> розроблено *нечітку модель*, що виражає функціональну залежність результуючої величини  $E$  (ефективність фінансової діяльності торговельного підприємства) від параметрів  $x_i$  (аналітичних коефіцієнтів), що відображають причинно-наслідкові залежності між показниками діяльності підприємства, а також характеризують його функціонування з фінансової точки зору. Запропоновано єдину шкалу з п'яти якісних термів, що відповідають рівням  $t_j$  параметрів і рівням  $h_j$  результуючої величини  $E$  (критичний, недостатній, середній, достатній, оптимальний).

Кожний з нечітких термів  $t_i^{jl}, i=1, \dots, n, l=1, \dots, k_j$  представлено відповідною нечіткою підмножиною на множині значень параметрів  $x_i$  і з урахуванням вагових коефіцієнтів  $\omega_{jl}$  визначено систему логічних рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{aligned} \mu_{h_l}(x_1, x_2, \dots, x_n) = & \omega_{1l} (\mu_{11}(x_1) \wedge \mu_{11}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{11}(x_n)) \\ & \vee \omega_{12} (\mu_{12}(x_1) \wedge \mu_{12}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{12}(x_n)) \\ & \dots \\ & \vee \omega_{1k_l} (\mu_{1k_l}(x_1) \wedge \mu_{1k_l}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{1k_l}(x_n)) \end{aligned}$$

<sup>4</sup> З теоретико-методологічними положеннями щодо конструювання економіко-математичних моделей на основі методів теорії нечіткої логіки можна детально ознайомитися в [37, с. 94-134]

$$\begin{aligned} \mu_{h_2}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \omega_{21}(\mu_{21}(x_1) \wedge \mu_{21}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{21}(x_n)) \\ &\vee \omega_{22}(\mu_{22}(x_1) \wedge \mu_{22}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{22}(x_n)) \\ &\dots \\ &\vee \omega_{2k_2}(\mu_{2k_2}(x_1) \wedge \mu_{2k_2}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{2k_2}(x_n)), \\ \mu_{h_5}(x_1, x_2, \dots, x_n) &= \omega_{51}(\mu_{51}(x_1) \wedge \mu_{51}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{51}(x_n)) \\ &\vee \omega_{52}(\mu_{52}(x_1) \wedge \mu_{52}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{52}(x_n)) \\ &\dots \\ &\vee \omega_{5k_5}(\mu_{5k_5}(x_1) \wedge \mu_{5k_5}(x_2) \wedge \dots \wedge \mu_{5k_5}(x_n)), \end{aligned}$$

де  $\mu_{h_j}(x_1, x_2, \dots, x_n)$  – функція належності параметрів  $(x_1, x_2, \dots, x_n)$  значенню результуючої величини  $E = h_j, j = \overline{1;5}$ ;

$$\mu_{jl}(x_i) = \frac{1}{1 + \left( \frac{x_i - b_i^{jl}}{c_i^{jl}} \right)^2}$$

– функція належності параметрів  $x_i$  лінгвістичному терму  $t_i^{jl}$ ;  $b_i^{jl}, c_i^{jl}$  – параметри функцій належності.

Результуючу величину  $E$  переводять у числову форму, поставивши у відповідність кожному нечіткому значенню чітке число з інтервалу  $[0;1]$ . Дефазифікація<sup>5</sup> проводиться за формулою:

$$E = \frac{\sum_{j=1}^5 h'_j \mu_{h_j}(E)}{\sum_{j=1}^5 \mu_{h_j}(E)},$$

де  $h'_j \in [h_{j-1}; h_j]$ ,  $\mu_{h_j}(E) = \max_l \left\{ \omega_{jl} \min_i \left\{ \mu_{jl}(x_i) \right\} \right\}$  – функція належності ефективності  $E$  фінансової діяльності торговельного підприємства до класу  $h_j, j = \overline{1;5}, l = \overline{1; k_j}$ .

Оптимізація розробленої математичної моделі оцінювання ефективності фінансової діяльності торговельного підприємства полягає у пошуку невідомих параметрів функцій належності всіх термів для кожної змінної, що мінімізують визначений критерій якості.

<sup>5</sup> Дефазифікацією (defuzzification) називається операція перетворення нечіткої множини на чітке число

Рівні параметрів ефективності фінансової діяльності торговельного підприємства визначено за допомогою ранжування їхніх середніх абсолютних похибок за шкалою, відображеною на рисунку 7.1.

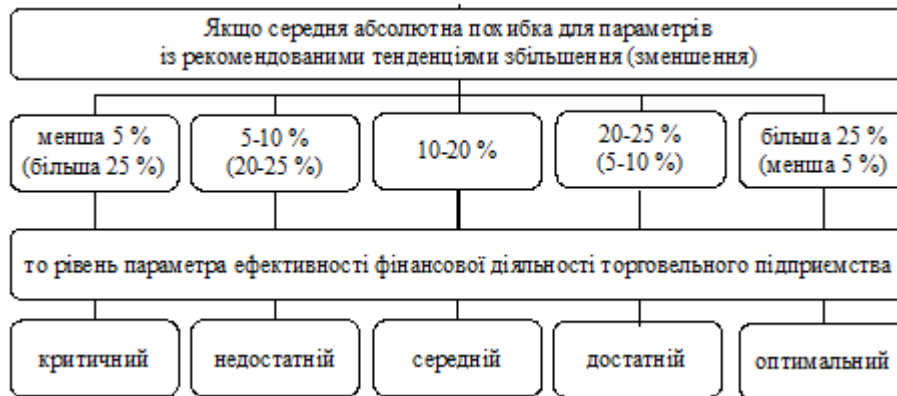


Рисунок 7.1 – Шкала визначення рівнів параметрів ефективності фінансової діяльності торговельного підприємства

### 7.3 Розрахунок раціональної кількості каналів обслуговування покупців на базі економіко-математичних моделей систем масового обслуговування

Предметом теорії масового обслуговування є встановлення взаємозв'язків між характером потоку заявок, числом каналів обслуговування, продуктивністю окремого каналу і ефективним обслуговуванням з метою встановлення найкращих шляхів управління цими процесами. *Задачі теорії масового обслуговування* носять оптимізаційний характер і в кінцевому підсумку включають економічний аспект з визначення такого варіанту системи, за якого забезпечуватиметься мінімум сумарних витрат від очікування обслуговування, витрат часу і ресурсів на обслуговування та від простоїв каналів обслуговування. Початковий розвиток теорії масового обслуговування пов'язане з ім'ям датського вченого А. К. Ерланга (1878-1929 рр.). Теорія масового обслуговування спирається на теорію ймовірностей і математичну статистику.

Моделі систем масового обслуговування (СМО) використовуються, зокрема, для визначення оптимального числа каналів<sup>6</sup> обслуговування відносно потреб у цих каналах. Принципова проблема при цьому полягає в зрівноважуванні витрат на додаткові канали обслуговування й витрат від обслуговування на рівні нижче оптимального. За числом каналів СМО поділяються на *одноканальні* й *багатоканальні*. Крім того, СМО ділять на два основних типи: СМО з відмовами й СМО з очікуванням (чергою). У СМО з відмовами заявка, що надійшла в момент, коли всі канали зайняті, одержує відмову, залишає СМО й надалі в процесі обслуговування участі не бере. У СМО з очікуванням заявка у разі зайнятості каналів не полишає систему, а стає в чергу на обслуговування. Тому теорію масового обслуговування називають

<sup>6</sup> Під каналом тут розуміється об'єкт, що виконує обслуговування

також теорією черг.

Отже моделі систем масового обслуговування в комерційній діяльності поділяють [38, с. 393-510] на наступні види:

- моделі одноканальних СМО з відмовами в обслуговуванні,
- моделі багатоканальних СМО з відмовами в обслуговуванні,
- моделі одноканальних СМО з обмеженою довжиною черги,
- моделі одноканальних СМО з необмеженою чергою,
- моделі багатоканальних СМО з обмеженою довжиною черги,
- моделі багатоканальних СМО з необмеженою чергою.

СМО з очікуванням підрозділяються на підвиди залежно від того, як організована черга: з обмеженою або необмеженою довжиною черги, з обмеженим часом очікування й ін.

Основна причина появи зайвих каналів обслуговування або їхньої нестачі полягає в короткострокових випадкових змінах частоти звертання клієнтів (споживачів) за обслуговуванням, а також тривалості самого обслуговування. У результаті це призводить до надлишкової пропускної здатності у певні моменти часу і появи черг в інший час. Таким чином, процеси масового обслуговування, як правило, є нерегулярними й імовірнісними, а характеристика цих процесів виражається у вигляді функції розподілу потоку заявок на обслуговування й функції розподілу часу обслуговування, через що моделі СМО можуть бути віднесені до розряду моделей прийняття рішення в умовах невизначеності та/або ризику.

В даний час теоретично найбільш розроблені й зручні в практичних додатках при розв'язуванні задач масового обслуговування моделі, в яких діє припущення про те, що потік заявок на обслуговування підпорядковується найпростішому, пуассонівському розподілу, а час обслуговування цих заявок – експонентному розподілу [39, с. 155-171].

Для найпростішого потоку частота надходження заявок у систему підпорядкована закону Пуассона, коли ймовірність надходження за час  $t$  становить  $k$  заявок, задається формулою

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} \cdot e^{-\lambda t}.$$

Найпростіший потік має три основні властивості: ординарність, стаціонарність і відсутність післядії. *Ординарність потоку* означає практичну неможливість одночасного надходження 2-х і більше заявок на обслуговування. *Стаціонарним* називається потік, для якого математичне очікування  $\lambda$  числа заявок, що надходять у систему в одиницю часу, не змінюється в часі. Таким чином, ймовірність надходження в систему певної кількості заявок протягом заданого проміжку часу  $\Delta t$  залежить від його величини й не залежить від початку його відліку на осі часу. *Відсутність післядії* означає, що число заявок, що надійшли в систему до моменту  $t$ , не обумовлює того, скільки заявок надійде в систему за час  $(t + \Delta t)$ .

Час обслуговування заявок у СМО  $\epsilon$ , як правило, також випадковою величиною  $Y$ , отже, може бути описаний законом розподілу. Найбільше поширення в теорії і практиці одержав експонентний закон розподілу:

$$F(t) = 1 - e^{-\mu t}. \quad (7.1)$$

Імовірність того, що час обслуговування не перевищує певної величини  $t$ , визначається формулою (7.1), де  $\mu$  – параметр експонентного закону часу обслуговування заявок у системі, тобто величина, обернена середньому часу обслуговування – так звана *інтенсивність потоку обслуговування*.

Моделі теорії черг забезпечують керівників інструментом визначення оптимального числа каналів обслуговування, при якому довжина черги буде мінімальною, а час проходження обслуговування – оптимальним. При цьому одночасно забезпечується мінімальний час простою приміщень, устаткування й персоналу СМО з максимально можливим її завантаженням.

Основними показниками СМО, що є основою побудови моделей теорії черг, є наступні.

Ймовірність того, що в якийсь момент часу  $i$  каналів обслуговування виявляться зайнятими

$$P_i = P_0 \cdot \frac{a^i}{i!}, \quad i \in [1, s], \quad (7.2)$$

де  $P_0$  – ймовірність того, що в якийсь момент часу всі канали обслуговування виявляться вільними:

$$P_0 = \frac{1}{\sum_{i=0}^s \frac{a^i}{i!}}, \quad (7.3)$$

$s$  – загальна кількість каналів обслуговування;

$a$  – приведена інтенсивність потоку заявок на обслуговування (або інтенсивність навантаження каналу):

$$a = \lambda \sigma = \frac{\lambda}{\mu},$$

де  $\lambda$  – середньоочікувана кількість заявок на обслуговування за одиницю часу (так звана, щільність потоку заявок);

$\sigma$  – середня тривалість обслуговування однієї заявки:

$$\sigma = \frac{1}{\mu},$$



$\mu$  – інтенсивність потоку обслуговування.

Формули (7.2) і (7.3) одержали назву формул Ерланга на честь датського засновника теорії масового обслуговування.

Ймовірність того, що в якийсь момент часу всі  $s$  каналів обслуговування виявляться зайнятими (імовірність відмови СМО), дорівнює

$$P_{\text{відм}} = P_0 \cdot \frac{a^s}{s!}.$$

Ймовірність того, що заявка буде опрацьована (відносна пропускна здатність):

$$Q = 1 - P_{\text{відм}}.$$

Абсолютна пропускна здатність

$$A = \lambda Q.$$

Середньоочікувана кількість вільних каналів

$$N_c = \sum_{i=0}^s (s - i) P_i.$$

Середньоочікувана кількість зайнятих каналів

$$N_z = \sum_{i=1}^s i P_i = \frac{A}{\mu}.$$

Коефіцієнт простою каналів

$$K_n = \frac{N_c}{s}.$$

Коефіцієнт завантаженості каналів

$$K_z = \frac{N_z}{s}.$$

Для СМО з очікуванням (чергою), крім зазначених вище параметрів, додатково вводяться наступні характеристики.

Середнє число заявок у черзі (середня довжина черги)

$$L_q = \frac{P_0 \cdot a^{s+1}}{s \cdot s! \left(1 - \frac{a}{s}\right)^2}.$$

Середнє число заявок у системі обслуговування

$$L = L_q + a.$$

Середній час перебування заявки в черзі

$$W_q = \frac{L_q}{\lambda}.$$

Середній час перебування заявки в системі обслуговування

$$W = \frac{L}{\lambda}.$$

Крім того, для СМО із чергою середньоочікувана кількість зайнятих каналів  $N_3$  розраховується як

$$N_3 = \frac{\lambda}{\mu}.$$

Практично здійснити моделювання й аналіз одно- та багатоканальних систем масового обслуговування з очікуванням (чергою), у т.ч. й методом Монте-Карло з метою штучного відтворення (імітаційного моделювання) випадкових процесів, подібних до реальних, можна в MS Excel за допомогою спеціальної надбудови „Расчет и моделирование СМО” („Queue C&S”), що частково ілюструють рисунки 7.2, 7.3.

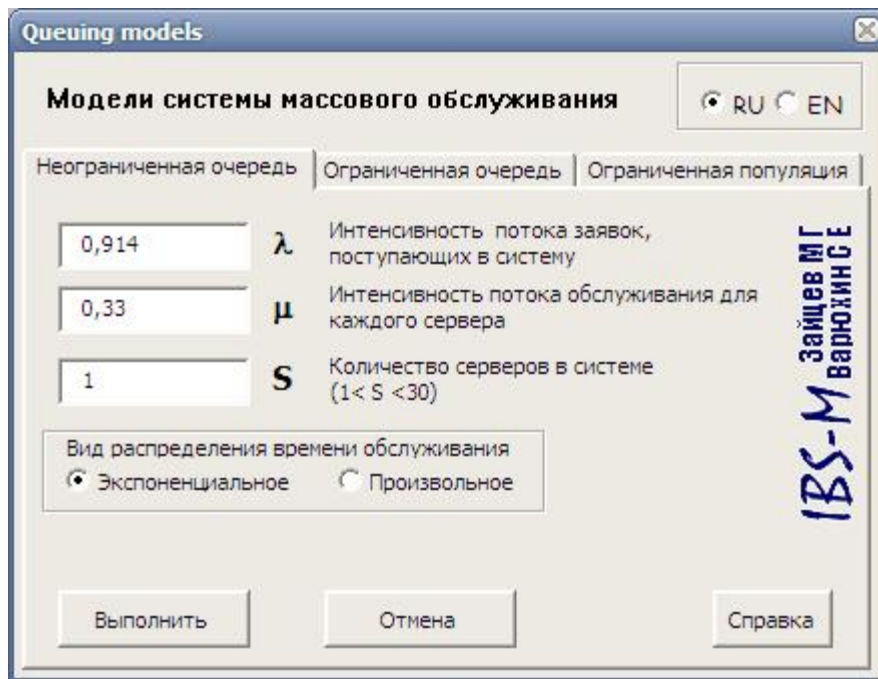


Рисунок 7.2 – Вікно інтерфейсу надбудови „Расчет и моделирование СМО” MS Excel

Модель: Неограниченная очередь		Расчет по формулам теории СМО				
<i>Пуассоновское распределение для потока заявок</i>						
<i>Экспоненциальное распределение времени обслуживания</i>						
		<b>Расчет по формулам теории СМО</b>				
Данные	Результаты:	<b>S =</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
$\lambda = 0,914$	Процент загрузки каждого сервера	$\rho =$	0	0,91	0,61	0,46
$\mu = 0,5$	Среднее число клиентов в системе	$L =$	0	11,1	2,40	1,94
$S = 1 - 4$	Средняя длина очереди	$L_q =$	0	9,28	0,57	0,11
$K = \sim$	Среднее время пребывания в системе	$W =$	0	12,2	2,63	2,12
	Среднее время ожидания в очереди	$W_q =$	0	10,2	0,63	0,12
$\sigma = 2$	% времени, когда все серверы свободны	$P_0 =$	0	0,045	0,14	0,16
Вероятность того, что ровно N клиентов находятся в системе:		$P_{01} =$	0,00%	8,21%	25,73%	28,68%
		$P_{02} =$	0,00%	7,51%	23,52%	26,21%
		$P_{03} =$	0,00%	6,86%	14,33%	15,97%
		$P_{04} =$	0,00%	6,27%	8,73%	7,30%
		$P_{05} =$	0,00%	5,73%	5,32%	3,34%
		$P_{06} =$	0,00%	5,24%	3,24%	1,52%
		$P_{07} =$	0,00%	4,79%	1,98%	0,70%
		$P_{08} =$	0,00%	4,38%	1,20%	0,32%
		$P_{09} =$	0,00%	4,00%	0,73%	0,15%
		$P_{10} =$	0,00%	3,66%	0,45%	0,07%
		$P_{11} =$	0,00%	3,34%	0,27%	0,03%
		$P_{12} =$	0,00%	3,05%	0,17%	0,01%
		$P_{13} =$	0,00%	2,79%	0,10%	0,01%
		$P_{14} =$	0,00%	2,55%	0,06%	0,00%
		$P_{15} =$	0,00%	2,33%	0,04%	0,00%

Рисунок 7.3 – Результати моделювання і розрахунку СМО в MS Excel

## Перелік посилань до теми 7

1. Біловодська О. А. Маркетингова політика розподілу : навч. посіб. / Біловодська О. А. – К. : Знання, 2011. – 495 с.
2. Бойко З. М. Просторовий розвиток внутрішньогалузевої зовнішньої торгівлі України : дис. на здобуття наук. ступеня канд. екон. наук : спец. 08.00.02 – „Світове господарство і міжнародні економічні відносини” / З. М. Бойко. – Тернопіль, 2009. – 190 с.
3. Чирва Ю. Є. Діагностика фінансової кризи підприємств роздрібно торгівлі : автореф. дис... канд. екон. наук: 08.07.05 / Ю. Є. Чирва ; Харк. держ. ун-т харчування та торгівлі. – Х., 2006. – С. 10-16. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
4. Петруня Ю. Є. Маркетинг : навч. посіб. / Петруня Ю. Є. – К. : Знання, 2010. – 351 с.
5. Колемаев В. А. Математическая экономика / Колемаев В. А. – М. : Юнити-Дана, 2002. – С. 167.
6. Гольцев Д. Г. Модель позиционного маркетинга рынка сбыта качественных товаров / Гольцев Д. Г. // Актуальні проблеми економіки. – 2011. – № 2 (116). [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/APE/2011\\_2/APE-2011-02/61-68.pdf](http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/APE/2011_2/APE-2011-02/61-68.pdf)
7. Наврозова Ю. О. Економічні засади управління якістю продукції морських торговельних портів України : автореф. дис... канд. екон. наук / Ю. О. Наврозова ; Одес. нац. мор. ун-т. – О., 2005. – С. 10-18. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
8. Литвиненко С. В. Моделювання гнучкої товарної політики в системі управління маркетингом : автореф. дис... канд. екон. наук / С. В. Литвиненко ; Донец. нац. ун-т. – Донецьк, 2001. – С. 6-12. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
9. Чужкова О. Ю. Методичний підхід до оцінки територіальної організації роздрібно торгівельної мережі / Чужкова О. Ю. // Економічні науки. Серія „Регіональна економіка” : зб. наукових праць / Луцьк. нац. техн. ун-т. – Луцьк : Луцьк. нац. техн. ун-т, 2010. – Вип. 7 (27). – Ч. 5. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/En\\_re/2010\\_7\\_5/32.pdf](http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/En_re/2010_7_5/32.pdf)
10. Михайленко О. М. Адаптація потенціалу торговельних систем до потреб регіонального ринку : автореф. дис... канд. екон. наук: 08.00.05 – „Розвиток продуктивних сил і регіональна економіка” / О. М. Михайленко ; Черн. держ. технол. ун-т. – Чернігів, 2010. – С. 8-10.
11. Крепак А. С. Економічне обґрунтування вибору форми організування зовнішньої реклами підприємств торгівлі / Крепак А. С. // Київський національний торговельно-економічний університет. – 2012. – № 1 (7). [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://archive.nbuv.gov.ua/e-journals/eui/2012\\_1/PDF/12kasrpt.pdf](http://archive.nbuv.gov.ua/e-journals/eui/2012_1/PDF/12kasrpt.pdf)
12. Чайкова О. І. Формування стратегії розвитку торговельної діяльності промислового підприємства : автореф. дис... канд. екон. наук / О. І. Чайкова ; Харк. держ. ун-т харчування та торгівлі. – Х., 2006. – С. 9-13. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
13. История экономических учений : учебн. пос. / [В. Д. Базилевич, Н. И. Гражевська, Т. В. Гайдай и др.]. – К. : Знання, 2004. – 1300 с.
14. Організація торгівлі / [В. В. Апопій, І. П. Міщук, В. М. Ребицький та ін.]. – К. : Центр учбової літератури, 2008.
15. Юсипович О. І. Економічні ризики та їх вплив на товарооборот : автореф. дис... канд. екон. наук / О. І. Юсипович ; Укоопспілка, Львів. комерц. акад. – Л., 2007. – 17 с. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
16. Распопова В. А. Модель прогнозування розвитку роздрібно торгової мережі / Распопова В. А. // Вісник ДонНУЕТ. Серія „Економічні науки”. – 2012. – № 4. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Vdnuet/econ/2010\\_4/Raspopov.pdf](http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Vdnuet/econ/2010_4/Raspopov.pdf)
17. Ольшанський О. В. Управління інвестиційною діяльністю підприємств з формування роздрібно торгівельної мережі : автореф. дис... канд. екон. наук / О. В. Ольшанський ; Харк. держ. ун-т харчування та торгівлі. – Х., 2008. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
18. Корженко К. А. Розробка економіко-математичної моделі ефективності роботи підприємств роздрібно торгівлі / Корженко К. А. // Харківський державний університет харчування і торгівлі. – 2010. – № 1 (24). [Електронний ресурс]. – Режим доступу :

- [http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Eir/2010\\_1/124-128.pdf](http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Eir/2010_1/124-128.pdf) **19.** *Леонова Н. В.* Моделирование и прогнозирование процессов на товарном рынке / Леонова Н. В. // *Економіка і організація управління*. – 2010. – № 1 (7). [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Eiou/2010\\_7/03%20-%20Ek%207-2010.pdf](http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Eiou/2010_7/03%20-%20Ek%207-2010.pdf)
- 20.** *Боднарюк І. Л.* Управління витратами торговельних підприємств споживчої кооперації : автореф. дис. ... канд. екон. наук : 08.00.04 / І. Л. Боднарюк ; Центр. спілка спожив. т-в України, Львів. комерц. акад. – Л., 2011. – С. 8-17. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
- 21.** *Немченко О. Л.* Модель формування асортименту супермаркету з ймовірнісними параметрами / О. Л. Немченко, О. В. Цеслів // *Економічний вісник НГУУ „КПП”*. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://probl-economy.kpi.ua/pdf/2007\\_21.pdf](http://probl-economy.kpi.ua/pdf/2007_21.pdf)
- 22.** *Воронцов В. В.* Модель формування попиту в мережевій структурі розповсюдження товарів / Воронцов В. В. // *Науковий вісник Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка*. – 2009. – № 2 (21). [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Eir/2009\\_2/165-170.pdf](http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Eir/2009_2/165-170.pdf)
- 23.** *Коляда Ю. В.* Динамічна модель поведінки на ринку товарів одного призначення / Коляда Ю. В. // *Економічна кібернетика : міжнародний науковий журнал*. – 2009. – № 5-6 (59-60). [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Ek/2009\\_5-6/6.pdf](http://archive.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Ek/2009_5-6/6.pdf)
- 24.** *Лотоцкий В. А.* Модели и методы управления запасами / В. А. Лотоцкий, А. С. Мандель. – М. : Наука, 2006.
- 25.** *Хэннссмен Ф.* Применение математических методов в управлении производством и запасами / Хэннссмен Ф. – М. : Прогресс, 2001.
- 26.** *Рыжиков Ю. И.* Теория очередей и управление запасами / Рыжиков Ю. И. – СПб. : Питер, 2001. – 181 с.
- 27.** *Вошинин А. П.* Оптимизация в условиях неопределенности / А. П. Вошинин, Г. Р. Сотиров. – М. : Изд-во МЭИ; Техника, 1989. – 416 с.
- 28.** *Пасенченко Ю. А.* Збалансована система показників управління запасами в ієрархічній торговій мережі / Ю. А. Пасенченко, О. І. Назаренко // *Економічний вісник НГУУ „КПП”*. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://economy.kpi.ua/uk/node/332>
- 29.** *Палагута К. О.* Економіко-математичне моделювання фінансових результатів підприємств торгівлі / Палагута К. О. // *Вісник Донецького університету економіки та права : зб. наукових праць*. – 2008. – № 1-2. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc\\_Gum/Vdie/2008\\_1\\_2/files/8.pdf](http://www.nbuv.gov.ua/portal/Soc_Gum/Vdie/2008_1_2/files/8.pdf)
- 30.** *Жуковська О. А.* Динамічна модель управління запасами з інтервальною невизначеністю попиту / О. В. Жуковська, Д. Г. Ткачова // *Вісник Національного технічного університету України „КПП”*. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://economy.kpi.ua/uk/node/333>
- 31.** *Столярчук Г. В.* Оцінка ефективності товароруку на підприємствах роздрібною торгівлі : автореф. дис... канд. екон. наук: 08.00.04 / Г. В. Столярчук ; Харк. держ. ун-т харчування та торгівлі. – Х., 2009. – С. 6-13. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
- 32.** *Синиця С. М.* Моделювання фінансової діяльності торговельних підприємств : автореф. дис... канд. екон. наук / С. М. Синиця ; Хмельниц. нац. ун-т. – Хмельниц., 2009. – С. 8-16. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
- 33.** *Гусева О. Ю.* Стратегія управління оборотним капіталом торговельних підприємств : автореф. дис... канд. екон. наук / О. Ю. Гусева ; Донец. держ. ун-т економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського. – Донецьк, 2004. – С. 12-16. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
- 34.** *Ніколенко О. В.* Аналіз торговельних валютних операцій банків : автореф. дис. ... канд. екон. наук : 08.00.09 / О. В. Ніколенко ; Київ. нац. екон. ун-т ім. В. Гетьмана. – К., 2010. – С. 17-21. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
- 35.** *Микитенко Н. В.* Вдосконалення операційного менеджменту на підприємствах роздрібною торгівлі : автореф. дис... канд. екон. наук: 08.06.02 / Н. В. Микитенко ; Київ. нац. торг.-екон. ун-т. – К., 2002. – С. 11-15. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe)
- 36.** *Хлевицька Т. Б.* Грошові потоки в логістиці торговельних підприємств: сутність та механізми оптимізації : автореф. дис... канд. екон. наук: 08.07.05 / Т.

Б. Хлевицька ; Донец. держ. ун-т економіки і торгівлі ім. М. Туган-Барановського. – Донецьк, 2005. – С. 9-16. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r\\_81/cgiirbis\\_64.exe](http://irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis64r_81/cgiirbis_64.exe) **37.** *Матвійчук А. В.* Штучний інтелект в економіці : нейронні мережі, нечітка логіка : монографія / Матвійчук А. В. – К. : КНЕУ, 2011. – 439 с. **38.** *Фомин Г. П.* Математические методы и модели в коммерческой деятельности : учебн. – 2-е изд., перераб. и доп. / Фомин Г. П. – М. : Финансы и статистика, 2005. – 616 с. **39.** *Лубенець С. В.* Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / С. В. Лубенець. – Львів: ПП „Магнолія 2006”, 2010. – 261 с.



### Питання для самоперевірки до теми 7

1. Перерахуйте показники комерційної діяльності.
2. Класифікація економіко-математичних моделей задач торговельної діяльності.
3. Економіко-математична модель розміщення торговельної мережі.
4. Моделювання і прогнозування купівельної спроможності – однофакторні та багатфакторні моделі регресій.
5. Економіко-математичні моделі оптимізації оборотних активів та визначення ефективних обсягів і джерел залучення оборотного капіталу.
6. Склад комплексу економіко-математичних моделей фінансової діяльності торговельного підприємства.
7. Модель управління витратами підприємства торгівлі.
8. Моделі прогнозного балансу та звіту про фінансові результати торговельного підприємства.
9. Які труднощі в реалізації забезпечення масового обслуговування в комерційній діяльності?
10. Для чого потрібна теорія масового обслуговування? Класифікаційні ознаки систем масового обслуговування (СМО)?
11. Представте комерційне підприємство у вигляді сукупності найпростіших СМО.
12. Для чого потрібні характеристики СМО? Як користуватися математичними моделями СМО у комерційній діяльності?
13. Здійсніть оцінку роботи характеристиками СМО міні-маркету, газетного кіоску або будь-якого іншого торговельного підприємства.

## Тема 8

# ОГЛЯД І АСПЕКТИ КЛАСИФІКАЦІЇ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛІННЯ ТРУДОВИМИ РЕСУРСАМИ

---

**Мета вивчення теми** – систематизація моделей розв’язування задач аналізу, планування і контролю, динаміки та структури кадрових систем на різних рівнях ієрархії управління та ознайомлення з можливостями їх практичного використання.

**Ключові слова:** комплектування штату, розподіл трудових ресурсів, оцінка ефективності працівників, підготовка, перепідготовка і підвищення кваліфікації, кадрові моделі, моделі цільового програмування, потокові моделі.

### **8.1 Види математичних моделей управління трудовими ресурсами. Кадрові моделі лінійного (статичні і динамічні) та цільового програмування**

Підвищена увага до проблем управління кадрами з застосуванням математичного моделювання і засобів обчислювальної техніки сприяла появі значної кількості публікацій як у вітчизняній, так і у зарубіжній літературі з теорії і організації управління, системного аналізу та дослідження операцій. Питанням математичної модернізації кадрових процесів присвячений ряд надрукованих монографій [1], [2], [3], [4]. Особливо слід відмітити бібліографію Д. Бартолом’ю [3], що витримала три видання, виходячи кожного разу у значно поновленому вигляді. Бібліографічні посилання можна знайти у декількох тематичних оглядах літератури [5], [6], [7], [8].

*Класифікація кадрових моделей* може проводитись за рядом ознак [1]. Розподіл математичних моделей відповідно до загальної класифікації наводиться в [9].

Можна також відмітити роботу [5], в якій виділені наступні групи кадрових моделей:

1) моделі комплектування штату організації, тобто набору кандидатів і відбору з їх числа осіб, які задовольняють вимогам, які керівництво висуває до майбутніх працівників;

2) підвищення кваліфікації працівників, тобто загальної і професійної підготовки та вдосконалення;

3) розподілу трудових ресурсів, тобто розстановки кадрів і призначення на посади (передбачається, що задано розклад робіт та список посад, здійснюється раціональне закріплення робочих місць і посад);

4) використання трудових ресурсів, тобто розробка організаційної структури, інформаційних потоків і схем взаємодії між працівниками, стилю управління, інструкцій щодо виконання робіт (передбачається, що штат відомий або може бути прогнозований і здійснений більш раціональний розподіл робіт та посад);

5) оцінки ефективності працівників, тобто оцінки внеску кожного працівника в успішну діяльність підприємства;

6) оплати праці і стимулювання працівників, тобто використання різноманітних (економічних і неекономічних) форм винагороди і заохочення працівників, що має безпосереднє відношення до заробітної плати, прибутків, переміщення по службі, умов праці, професійного і суспільного визнання та соціальних стимулів.

Як було зазначено в п. 2.3 навчального посібника, за функціональним призначенням економіко-математичні моделі поділяються на моделі імітаційного типу, моделі оптимізації та такі, що займають проміжне положення, поєднуючи в собі елементи як імітації, так і оптимізації. До кадрових моделей імітаційного типу відносяться моделі, основне завдання яких полягає у відображенні функціонування кадрової системи для передбачення її майбутньої поведінки і експериментальної перевірки різних варіантів управлінських рішень. При побудові таких моделей використовуються статистичні методи, зокрема методи теорії ланцюгів Маркова і теорії відновлення, а також метод машинної імітації.

Моделі імітаційного типу намагаються, на скільки це можливо, скопіювати поведінку кадрової системи. Їх основною метою є передбачення стану системи через визначений проміжок часу, виходячи із прийнятих гіпотез і деякої заданої сукупності значень параметрів. Але при розв'язанні багатьох кадрових завдань можлива інша ситуація, коли відома сукупність обмежуючих умов, в яких діє система, і контрольних завдань, які вона повинна досягти. Потрібно обрати курс дій, який задовольняє цим вимогам найкращим чином. Формалізація такої постановки задачі приводить до моделей оптимізації.

Найбільшого поширення при побудові оптимізаційних кадрових моделей набули лінійне програмування та його узагальнення [4], [8], [10], [11]. У канонічному вигляді задача лінійного програмування формулюється наступним чином:



$$Ax = b, x \geq 0$$

$$\max(\min) cx$$

Тут  $x$  – вектор-стовпчик змінних управління, значення яких потрібно визначити (компонентами вектора  $x$  можуть виступати змінні призначення працівника на той чи інший вид робіт; обсяги прийому працівників, переміщення з одного стану в інший, скорочення; змінні переукомплектування або недоукомплектування персоналом окремих станів і т.п.);  $A$  – матриця коефіцієнтів обмежень і балансових співвідношень задачі;  $b$  – вектор-стовпчик правих частин обмежень. Критерієм оптимальності рішень може бути максимізація сумарного ефекту або мінімізація витрат. Елементи вектор-рядка  $c$  тоді представляють собою питомі показники ефекту або витрат. Практичні випадки варіюють у межах цієї загальної схеми.

Кадрові моделі лінійного програмування можна поділити на статичні та динамічні. Статичні моделі використовуються, наприклад, у класичній моделі про призначення [10], при проектуванні бажаного кадрового профілю організації [4] і ін. Але у задачах планування кадрів в організації більший практичний інтерес викликають динамічні багатоперіодні моделі. Ядром моделі у цьому випадку є сукупність балансових співвідношень, що характеризують зв'язки між чисельностями персоналу в різних станах і потоками осіб з одного стану в інший. Переходи осіб між різними станами можуть бути представлені в моделі різними способами: 1) за допомогою марківської перехідної матриці, вкладеної у матрицю коефіцієнтів задачі ( $a_{ij}(t)$  є тоді часткою осіб у стані  $i$ , які перейдуть до стану  $j$  протягом періоду  $t$ ); 2) у вигляді керованих потоків (потік осіб  $f_{ij}(t)$  із стану  $i$  до стану  $j$  протягом періоду  $t$  у цьому випадку входить до складу вектора змінних управління  $x$ ). Модель динамічного планування прийому з вкладеним ланцюгом Маркова:

$$\bar{n}(t+1) = P' \bar{n}(t) + \bar{R}(t), t = 1, \dots, T;$$

$$\bar{n}(t) \geq n^*(t), t = 2, \dots, T;$$

$$\bar{n}(T+1) = n^*(T+1);$$

$$0 \leq \bar{R}(t) \leq R^*(t), t = 1, \dots, T.$$

$$c \left( \sum_{t=1}^T n(t) \right) \rightarrow \min.$$

Де  $\bar{n}(t)$  – вектор-стовпчик середніх кількостей працівників у різних станах протягом періоду часу  $t, t=1, \dots, T+1$  (вектор  $\bar{n}(1)$  вважається заданим);

$P$  – матриця коефіцієнтів переходу, що визначається;

$\bar{R}(t)$  – вектор-стовпчик середніх чисельностей працівників, яких приймають до різних станів протягом інтервалу  $(t, t+1)$ , (облік прийнятих у цьому інтервалі відбувається на момент часу  $t+1$ ).

Компонентою  $C_i$  вектор-рядка  $c$  є середньорічна заробітна плата працівника у стані  $i$  ( $i=1, \dots, k$ ). Вектор-стовпчик  $n^*(t)$  задає нижні межі потреби у працівниках у кожному стані, вектор-стовпчик  $R^*(t)$  – верхні межі для допустимого прийому до кожного стану. Наведена модель являє собою задачу лінійного програмування, яка у випадку сумісності системи обмежень може бути розв'язана традиційними методами.

Інший підхід формулювання системи обмежень задачі наводиться у [8], [11]. З метою спрощення розглядається кадрова система з суворою ієрархією станів. Нехай

$S_i(t)$  – частка працівників, які залишаються у стані  $i$  протягом періоду  $t$ ,  $i=1, \dots, k$ ;  $t=1, \dots, T$ ;

$p_i(t)$  – частка працівників, які переходять із стану  $i$  до стану  $i+1$  протягом періоду  $t=1$ ,  $i=1, \dots, k$ ;

$f_i(t)$  – потік працівників, які переходять із стану  $i$  до стану  $i+1$  протягом періоду  $t$ ,  $i=1, \dots, k$ ,  $t=2, \dots, T$ ;

$R(t)$  – потік осіб, яких приймають до організації протягом періоду  $t$ ,  $t=1, \dots, T$ ;

$r_i(t)$  – частка осіб, яких приймають до стану  $i$  ( $\sum_{i=1}^k r_i(t) = 1$ , для  $\forall t$ ).

Позначають  $f(t) = (f_1(t), \dots, f_{k-1}(t), R(t))'$  і вважають  $n(t) = (n_1(t), \dots, n_k(t))'$ ,  
 $f(1) = (p_1(1), \dots, p_{k-1}(1), R(1))'$ . Нехай  
 $S(t) = \text{diag}\{s_1(t), \dots, s_k(t)\}$ ,

$$A(t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & \dots & \dots & 0 & r_1(t) \\ 1 & -1 & 0 & \dots & 0 & r_2(t) \\ 0 & 1 & -1 & \dots & 0 & r_3(t) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & -1 & r_{k-1}(t) \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 & r_k(t) \end{bmatrix}, t = 2, \dots, T,$$

а матриця  $A(1)$  має ту ж структуру, що і  $A(t)$ , але в кожному  $i$ -тому її рядку замість  $1$  стоїть  $n_{i-1}(1)$ , замість  $-1$  –  $-n_i(1)$ . Тоді балансові співвідношення задачі записуються наступним чином:

$$A(t)f(t) + S(t)n(t) - n(t+1) = 0, t = 1, \dots, T$$

В задачу може бути введено ряд додаткових обмежень. Розглянемо три групи таких обмежень:

1) обмеження, що відтворюють бажані властивості розподілу персоналу між станами (наприклад, допустимі співвідношення чисельностей працівників у

різних станах і т.д.). Їх можна записати як

$$B_1(t)n(t) = b_1^*(t), t=2, \dots, T+1;$$

2) обмеження на потоки, які можуть вміщувати як обмеження структурного типу, так і прохідні за часом обмеження, що вимагають, наприклад, стійкості перспектив просування працівників і т.п.

$$B_2 \begin{pmatrix} f(1) \\ \dots \\ f(T) \end{pmatrix} = b_2^* ;$$

3) бюджетні обмеження. Сюди можуть належати загальні обмеження на фонд заробітної плати працівників, а також обмеження, що регулюють структуру видатків цього фонду. Позначимо  $B_3(t)$  матрицю, елементами якої є середньорічні ставки заробітної плати співробітників у різних станах, а також ставки, помножені на структурні коефіцієнти, і запишемо:

$$B_3(t)n(t) = b_3^*(t), t=2, \dots, T+1;$$

Не зупиняючись на питанні вибору єдиного критерію оптимальності для даної задачі, зауважимо, що у більшості практичних ситуацій планування кадрів в організації носить багатоцільову спрямованість. Разом з цим, ряд обмежень, що виникають при цьому, може мати суперечливий характер. Одним із методів, які застосовуються в таких випадках, є *цільове програмування*. При використанні цього методу фіксується ряд цілей (співвідношення чисельності співробітників у різних станах, коефіцієнти просування, обсяги прийому, витрати фонду заробітної плати і т.п.), що розглядаються як обмеження, які необхідно виконувати в межах інтервалу, що задовольняє ОПР. Мінімізованою цільовою функцією є зважена сума відхилень від визначених цілей у відповідності з пріоритетами, визначеними ОПР.

Спрощений варіант моделі цільового програмування є модифікація звичайної задачі лінійного програмування [8]:

$$Ax + y^+ - y^- = b^*, x \geq 0, y^+, y^- \geq 0;$$

$$\min(c^+ y^+ + c^- y^-).$$

Де

$b^*$  – вектор-стовпчик фіксованих цілей;

$y^+, y^-$  – вектор-стовпці допоміжних змінних, що характеризують відхилення від визначених цілей;

$c^+, c^-$  – вектор-рядки ненегативних вагів (штрафні коефіцієнти), пов'язаних із цілями.

Варто зауважити, що в розв'язку даної задачі для будь-якого  $i$ -го обмеження, у крайньому випадку, одна із змінних  $y_i^+$  або  $y_i^-$  буде дорівнювати нулю, оскільки ваги мінімізованої цільової функції не негативні.

Модель з керованими потоками запишемо тепер у вигляді задачі цільового програмування:

$$\begin{aligned}
 & A(t)f(t)+S(t)n(t)-n(t+1)=0, t=1, \dots, T; \\
 & B_1(t)n(t) - d_1^+ + d_1^- = b_1^*(t), t=2, \dots, T+1; \\
 & B_2 \begin{pmatrix} f(1) \\ \dots \\ f(T) \end{pmatrix} - d_2^+ + d_2^- = b_2^* \\
 & B_3(t)n(t) - d_3^+ + d_3^- = b_3^*(t), t=2, \dots, T+1; \\
 & \min \{M_1\delta_1 d_1^+ + M_2\delta_2 d_2^+ + M_3\delta_3 d_3^+ + M_1\delta_4 d_1^- + M_2\delta_5 d_2^- + M_3\delta_6 d_3^-\}
 \end{aligned}$$

Тут  $d_i^+, d_i^-$  ( $i=1,2,3$ ) – вектор-стовпці змінних, що характеризують позитивні і негативні відхилення від визначених цілей; коефіцієнти  $M_i$  ( $i=1,2,3$ ) ранжирують групи цілей, а вектор-рядки  $\delta_i$  ( $i=1, \dots, 6$ ) вміщують вагові коефіцієнти, які визначають внутрішньогрупові пріоритети цілей. Нехай, наприклад, 1-й групі цілей приписується більш високий пріоритет у порівнянні із 2-ю, а обидві ці групи цілей вторинні за важливістю відносно загального бюджетного обмеження системи. Вважається, що обмеження у негативну сторону від бюджетної межі не є небажаними, а відхилення у позитивну і негативну сторони для перших двох груп цілей рівноцінні. Тоді цільова функція задачі набуває такого вигляду:

$$\min \{M_3 d_3^+ + M_1 [\delta_1 (d_1^+ + d_1^-) + \delta_2 (d_2^+ + d_2^-)]\}$$

де  $\delta_1 \gg \delta_2$  і  $M_3 \gg \gg M_1$ .

Отже, розв'язування завдання управління кадрами методом цільового програмування має ряд переваг у порівнянні з розв'язуванням таких задач за допомогою лінійного програмування. Цільове програмування дає можливість формулювати різні на пряму несумірні цілі, не проводячи їх кількісної оцінки, а лише встановлюючи їх пріоритети. Це дозволяє проводити порівняння конфліктуючих і вимірюваних у різних шкалах цілей. У процесі роботи з розглянутою моделлю цільового програмування можна перевіряти вплив структури цільових показників на розв'язок задачі, змінюючи їх склад і пріоритети відносно важливості і допустимих відхилень.

У цільовому програмуванні можливий ряд інших підходів, відмінних від наведеного. Одні з них – цільове програмування із багатокритеріальною функцією – застосовано у [12] при розв'язанні задачі про призначення посадових ставок в ієрархічній організації. Суть задачі у тому, щоб при

наявності конфлікуючих внутрішніх і зовнішніх обмежень спроектувати структуру посадових ставок, яка сприяла б закріпленню кваліфікованого персоналу в організації. При такому підході, на відміну від розглянутої вище процедури мінімізації зваженої суми змінних відхилення, функції від змінних відхилення записуються як окремі цілі. Отримана в результаті багатокритеріальна задача вирішується за допомогою інтерактивної процедури, основаної на понятті ідеальної точки і з використанням чебишевської метрики для дослідження альтернатив у просторі критеріїв.

Нехай

$x$  –  $k$ -мірний вектор-стовпчик змінних керування;

$q_i(x)$  –  $i$ -та критеріальна функція,  $i=1, \dots, m$ ,  $q(x)=(q_1(x), \dots, q_m(x))$ ;

$F_x$  – множина допустимих векторів  $x$ ;

$F_q$  – множина досяжності у просторі критеріїв;

$\Pi$  – паретівська межа множини досяжності;

$$\Lambda = \left\{ \lambda \in R^m \mid \lambda_i \geq 0, \sum_{i=1}^m \lambda_i = 1 \right\}.$$

Для простоти вважають, що всі критеріальні функції повинні бути максимізовані, і позначають  $z^* = (z_1^*, \dots, z_m^*)$  ідеальний критеріальний вектор [12]:

$$z_i^* = \max \{ q_i(x) \mid x \in F_x \} + \varepsilon_i, \quad i=1, \dots, m;$$

де  $\varepsilon_i$  – досить малі позитивні скаляри. Формулюється наступна лексикографічна задача:

$$\text{lex min} \left\{ M_1 \alpha, M_2 \sum_{i=1}^m w_i \right\}$$

за умов  $\alpha \geq \lambda w$ ;  $w = z^* - z$ ;  $z_i = q_i(x)$ ,  $i=1, \dots, m$ ;  $x \in F_x$ ;  $0 \leq \alpha \in R$ ,  $0 \leq w$ , де  $M_1 \gg \gg M_2$ .

На першій стадії рішення задачі, по суті, шукається вектор  $z \in F_q$ , який найближче розміщений до вектора  $z^*$  відносно зваженої чебишевської метрики

$$\|z^* - z\|^\lambda = \max_{1 \leq i \leq m} \left\{ \lambda_i |z_i^* - z_i| \right\}$$

Якщо число таких векторів перевищує один, то на другій стадії визначається, який із них ближче до  $z^*$  відносно метрики  $L_1$ .

Доведено [12], що: 1) якщо  $z \in \Pi$  рішення сформульованої задачі, то  $z \in \Pi$ ; 2) якщо  $z \in \Pi$ , то  $\exists$  вектор  $\lambda \in \Lambda$ , такий, що  $z \in \Pi$  є єдиним рішенням даної задачі, яке відповідає  $\lambda$ .

Важлива властивість підходу, заснованого на ідеальній точці і чебишевській метриці, полягає в тому, що при цьому може бути створений будь-який паретівський вектор, а не лише ті, котрі відповідають крайнім точкам множини  $F_x$ . Послідовність ітерацій процедури розв'язку пов'язана з розглядом

послідовності вкладених підмножин  $P_h$  множини Парето  $P$  ( $P_i = P$ ). На кожній ітерації  $h$  із відповідної підмножини  $P_h$  проводиться відбір, що містить  $p$  критеріальних векторів, який виноситься на розгляд ОПР. Відбір формується на основі рішення  $p$  лексикографічних задач із заданими векторами  $\lambda_1^h, \dots, \lambda_p^h$  (ці вектори утворюються за допомогою спеціальної процедури таким чином, щоб забезпечити рівномірне розсіювання векторів  $z_1^h, \dots, z_p^h$  у підмножині  $P_h$ ). Після визначення ОПР найбільш важливого вектора на  $h$ -й ітерації відбувається перехід до  $(h+1)$ -ї ітерації. Процес продовжується поки не буде знайдено рішення, яке задовольняє ОПР. В [12] метод цільового програмування із багатокритеріальною функцією на основі запропонованої інтерактивної процедури реалізовано на ЕОМ і застосовано для рішення конкретної задачі.

Як бачимо, цільове програмування являє собою досить гнучкий інструмент для рішення практичних кадрових задач. Подальшому розширенню його прикладних можливостей сприяло б врахування стохастичного аспекту, що часто виникає при плануванні кадрів в умовах, коли існує невизначеність відносно майбутньої потреби у персоналі, схильності працівників до звільнення, можливостей прийому кваліфікованих співробітників і т.д. Певний крок у цьому напрямку зроблено в роботі [13].

Сучасна проблематика, пов'язана з застосуванням математичного моделювання при розв'язанні різноманітних кадрових задач, шляхом узагальнення існуючих підходів, аналізу і класифікації розроблених у рамках цих підходів конкретних математичних моделей, дуже широка. Зазначимо, що на практиці вибір підходу або конкретної математичної моделі залежить від цілого ряду факторів, але перш за все він повинен правильно відображати змістовну постановку розв'язуваного кадрового завдання.

## **8.2 Економіко-математичні моделі управління зайнятістю і трудовими ресурсами на макро-, мезо- та мікрорівнях**

Поряд з уже існуючими класифікаційними підходами у [14] були вперше запропоновані наступні елементи класифікації моделей управління трудовими ресурсами – це моделі управління зайнятістю і трудовими ресурсами на макрорівні, мікрорівні та на мезорівні. *Макромоделі управління трудовими ресурсами* сприяють прийняттю рішень у національному (світовому) масштабі та описують розвиток найважливіших частин національної економіки (видів економічної діяльності, секторів економіки). *Мікромоделі управління трудовими ресурсами* – це економіко-математичні моделі, що застосовуються для вироблення інваріантів рішень на рівні малих економічних одиниць (підприємства, фірми). *Мезо* – це середній, проміжний рівень (регіон, місто). Такий підхід характеризується науковою новизною і має практичне значення, оскільки забезпечує керівників різних рівнів управління необхідним інструментарієм, що дозволяє покращити технологію прийняття рішень.

Прикладами макромоделей можуть бути моделі, що розглядаються в [15], [16], [17], [18]. Так, в [15] запропонована модель самоорганізації ринку робочої сили окремого виду економічної діяльності (галузі). Акцент робиться в першу

чергу на вивчення стабільності даного сегмента економіки. В якості базового математичного апарату використовуються нелінійні диференціальні рівняння.

Вводяться наступні позначення.

$N_1(t)$  – загальна кількість спеціалістів, зайнятих в галузі на даний момент;  
 $N_2(t)$  – кількість потенційних працівників, які можуть бути залучені для роботи в даній галузі і які на даний момент є безробітними;

$N=N_1(t)+N_2(t)$  – ємність ринку робочої сили галузі;

$W_1(t)dt$  – імовірність того, що безробітний фахівець може знайти роботу за спеціальністю за період часу з  $t$  по  $t+dt$ ;

$W_2(t)dt$  – імовірність звільнення працюючого спеціаліста за цей же період, тобто з  $t$  по  $t+dt$ .

Згідно з введеними позначеннями за даний період кількість працівників зміниться на величину

$$dN_1(t)=(N_2(t)W_1(t)-N_1(t)W_2(t))dt. \quad (8.1)$$

Припускається, що в галузі існує можливість для надання робочих місць всім потенційним працівникам. З економічної точки зору дане припущення цілком допустиме і відповідає кейнсіанським уявленням про характер регулювання ринку. З цієї позиції, стверджується, що розглянуте в даній моделі безробіття є вимушеним. Оскільки галузь виходить на оптимальні показники, коли кількість зайнятих дорівнює  $N$ , то  $N_1(t)$  фактично визначає міру „завантаженості” галузі, а  $N_2(t)$  – кількість вільних робочих місць. Далі припускається, що ймовірності  $W_1(t)dt$  та  $W_2(t)dt$ , при інших незмінних умовах, залежать від часу через залежність від часу величин  $N_1(t)$  та  $N_2(t)$ . Таким чином,  $W_1(t)=W_1(N_1(t), N_2(t))$  і  $W_2(t)=W_2(N_1(t), N_2(t))$ . Імовірність знайти роботу в першу чергу залежить від наявності робочих місць, тому  $W_1(t)=W_1(N_2(t))$ . Умова аналітичності функцій  $W_1(N_2)$  та  $W_2(N_1, N_2)$  дозволяє розкласти їх в ряд за відповідними аргументами, тобто вважати  $W_1 \approx k_1(N-N_1(t))$  і  $W_2 \approx k_2N_1(t)+k_3(N-N_1(t))$ , де  $k_i$  ( $i=1, 2, 3$ ) – коефіцієнти, які не залежать від часу  $t$ . Тоді рівняння (8.1) записується наступним чином:

$$\frac{dN_1(t)}{dt}=k_1(N-N_1(t))^2-k_3(N-N_1(t))N_1(t)-k_2N_1^2(t). \quad (8.2)$$

Якщо останнє рівняння поділити на  $N$  і позначити  $x(t)=N_1(t)/N$ , отримують наступне:

$$\frac{dx(t)}{dt}=(k_1(1-x(t))^2-k_3(1-x(t))x(t)-k_2x^2(t))N. \quad (8.3)$$

Вводяться нові коефіцієнти  $v_i=k_iN$ ,  $i=1, 2, 3$ , після чого рівняння (8.3) набуває вигляду:

$$\frac{dx(t)}{dt} = v_1(1-x(t))^2 - v_3(1-x(t))x(t) - v_2x^2(t). \quad (8.4)$$

Пропонується більш зручна форма рівняння (8.4):

$$\frac{dx(t)}{dt} = (v_1 + v_3 - v_2)x^2(t) - (2v_1 + v_3)x(t) + v_1. \quad (8.5)$$

Рівняння (8.5) використовується для подальшого аналізу. Припустивши  $dx(t)/dt=0$  знаходяться стаціонарні точки  $x_1, x_2$  рівняння (8.5), точне рішення виражається через стаціонарні рішення:

$$x(t) = x_2 + \frac{x_2 - x_1}{\frac{x_1 - x_0}{x_2 - x_0} \exp(-\alpha t) - 1}, \quad (8.6)$$

де  $x_1 = \frac{2v_1 + v_3 - \sqrt{v_3^2 + 4v_1v_2}}{2(v_1 + v_3 - v_2)}$ ,  $x_2 = \frac{2v_1 + v_3 + \sqrt{v_3^2 + 4v_1v_2}}{2(v_1 + v_3 - v_2)}$ ,  $\alpha = \sqrt{v_3^2 + 4v_1v_2}$ ,  $x_0$  – рівень зайнятості в початковий момент часу.

Отримані стаціонарні рішення досліджуються на стійкість.

На рисунку 8.1 показані фазові траєкторії рівняння (8.5). Вони дають уявлення про характер переходу економіки між станами з різними рівнями зайнятості залежно від початкового становища на ринку. Стрілками показано напрямки еволюції системи при встановленні рівноваги. В ситуації, коли система знаходиться в околі нестійкої стаціонарної точки, має місце зниження рівня зайнятості, при цьому темпи зростання рівня безробіття будуть прогресуючими.

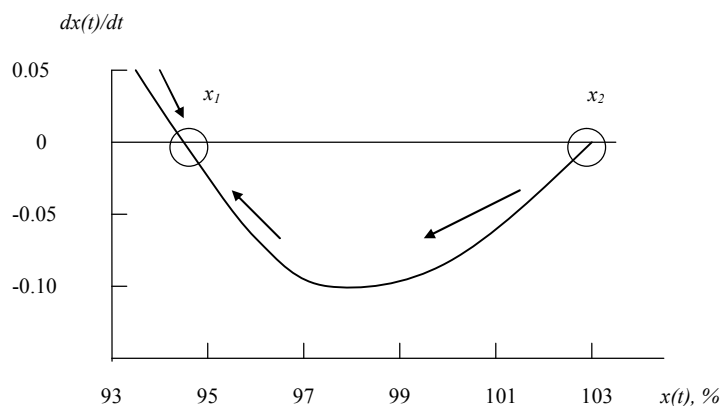


Рисунок 8.1 – Фазові траєкторії рівняння (8.5)

Перебуваючи в околі нестійкої точки, система рано чи пізно перейде до стійкого стану. Тривалість і темпи такого переходу залежать від початкового



стану ринку. Величину  $n = (1 - x_1)100\%$  при цьому можна інтерпретувати як природній рівень безробіття.

Запропонована в [15] математична модель дозволяє прослідкувати певні тенденції функціонування ринку робочої сили, дослідити ринок на предмет стійкості.

Прикладом математичних моделей, що використовуються для управління ринком праці на мезорівні є динамічна модель системи організованого індивідуального працевлаштування для великого міста, запропонована в [19]. Також у [20, с. 227-233] розроблена модель місцевого ринку праці, яка дозволяє адекватно відтворити основні процеси його функціонування (тобто зміни у структурі зайнятості, безробіття та працевлаштування), враховуючи при цьому особливості відповідного руху фінансових коштів. Адже, по-перше, для підтримки звільнених (скорочених) працівників та безробітних використовуються фонд безробіття; безпосередні виплати підприємствами допомоги особам, які втратили роботу, протягом встановленого терміну за розмірами, що визначаються законодавством. По-друге, для зайнятих та працевлаштованих працівників використовуються кошти фондів оплати проаці підприємств та соціальні виплати з відповідних фондів. Таким чином, якщо охоплювати прогнозуванням обидва напрямки руху фінансових коштів, процес моделювання місцевого ринку праці розпадається на два незалежних етапи. Перший етап передбачає створення моделі руху певних груп незайнятого населення від моменту їх виходу на ринок праці і до моменту працевлаштування з урахуванням відповідних виплат та допомоги по безробіттю, що надаються залежно від обставин, за яких була втрачена (або не надана) робота. Другий етап моделювання обумовлений наявністю великих розмірів прихованого безробіття.

У [20] приділяється більше уваги першому етапу моделювання місцевого ринку праці. Для адекватного відтворення процесів на ринку праці використовується метод імітаційного імовірісно-автоматного моделювання. Під час побудови імовірісно-автоматної моделі об'єкти ринку праці (звільнені та скорочені робітники, безробітні, працевлаштовані, кількість вакансій та ін.) ототожнюються з системою імовірісних автоматів, які мають певний внутрішній стан (у даному випадку він відповідає професійній, віковій, соціальній структурі незайнятого населення).

З урахуванням фінансових і законодавчих особливостей надання допомоги звільненим та безробітним та певних практичних вимог до претендентів на працевлаштування виділяється шість основних соціально-демографічних груп претендентів (рис. 8.2):

$A_{1k}$  – працівники, скорочені при ліквідації (реорганізації) робочих місць (підприємств);

$A_{2k}$  – ті, що звільнилися за власним бажанням;

$A_{3k}$  – пенсіонери, які бажають працювати;

$A_{4k}$  – випускники навчальних закладів;

$A_{5k}$  – молодь працездатного віку;

$A_{6k}$  – ті, що повернулися до роботи.

Стосовно ринку праці вхідний та вихідний сигнал імовірнісних автоматів ототожнюється з соціально-економічними процесами вивільнення працівників ( $A_{ik}$ ), пошуку ними роботи ( $L_{ik}$ ), надання статусу безробітного ( $F_{ik}$ ) з відповідними фінансовими відшкодуваннями, перенавчання ( $Q_{ik}$ ) та працевлаштування ( $U_{ik}$ ).

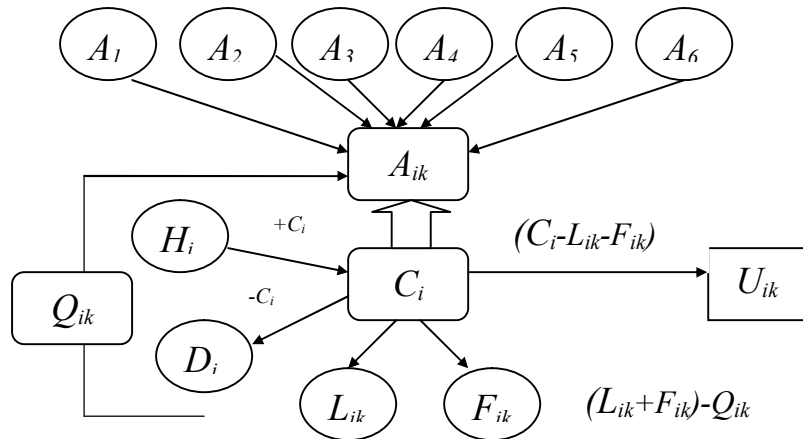


Рисунок 8.2 – Модель функціонування ринку праці

Умовні позначення до рисунку 8.2:

$A_{ik}$  ( $k = \overline{1,6}$ ) – групи незайнятого населення з урахуванням соціально-демографічної ( $k = \overline{1,6}$ ) та професійної ( $i = \overline{1,n}$ ) структури;

$U_{ik}$  ( $i = \overline{1,n}$ ) – групи вакантних робочих місць з урахуванням професійних вимог;

$H_i$  ( $i = \overline{1,n}$ ) – кількість нових робочих місць  $i$ -ої підгрупи, що поповнили банк вакансій до початку моменту часу  $(t+1)$ ;

$D_i$  ( $i = \overline{1,n}$ ) – кількість робочих місць  $i$ -ої професійної підгрупи, що зникли з ринку праці внаслідок реорганізації виробництва за проміжок часу від  $\tau$  до  $(t+1)$ ;

$C_i$  ( $i = \overline{1,n}$ ) – кількість робочих місць  $i$ -ої професійної підгрупи, що були укомплектовані робітниками до моменту часу  $(t+1)$ ;

$L_{ik}$  ( $i = \overline{1,n}$ ) – кількість претендентів  $k$ -ої соціальної підгрупи та  $i$ -ої професійної структури, що за період від  $\tau$  до  $(t+1)$  чекали працевлаштування від одного до трьох місяців (у цей час працівники  $A_{i1}$  та  $A_{i2}$  отримують одноразову матеріальну допомогу та дві грошові компенсації від підприємства);

$F_{ik}$  ( $i = \overline{1,n}$ ,  $k = \overline{1,6}$ ) – кількість відповідних підгруп претендентів на працевлаштування, що після тримісячного строку незайнятості набувають статусу безробітних з отриманням передбаченої законодавством допомоги;

$Q_{ik}$  ( $i = \overline{1,n}$ ,  $k = \overline{1,6}$ ) – кількість відповідних підгруп претендентів, що на початок моменту  $(t+1)$  проходять професійне перенавчання за рахунок центрів зайнятості.

Змодельована динамічна система являє собою місцевий ринок праці, де в кожний наступний момент часу  $(\tau + 1)$ , з одного боку, можуть утворюватися нові  $(H_{ik})$ , функціонувати  $(C_{ik})$  або зникати  $(D_{ik})$  старі робочі місця, а з іншого боку, вивільнятися  $(A_{ik})$ , шукати роботу  $(L_{ik}, F_{ik})$ , перенавчатися  $(Q_{ik})$  та працевлаштовуватися робітники певного віку, професії та кваліфікації. У цій моделі робочі місця, укомплектовані кадрами, та працевлаштовані претенденти виходять за межі описуваної системи. Тоді на вхід системи потрапляють  $k=6$  взаємно незалежні професійно-вікові та соціальні групи претендентів на працевлаштування. Зважаючи на імовірнісний характер процесів, що відбуваються на ринку праці, вони задаються як випадкові величини з відомими законами розподілу.

Витрати функціонування ринку праці визначаються такими вартісними показниками:

$\delta_k$  – розмір щомісячної допомоги на одного безробітного  $k$ -ої підгрупи, передбачений законодавством;

$W_k$  – сума виплат підприємствами матеріальної допомоги звільненим працівникам;

$O_i$  – середні витрати (за галузями) від простою не укомплектованих робочих місць;

$\beta_i$  – витрати на перенавчання одного претендента;

$\alpha$  – витрати на надання послуг службами працевлаштування.

У процесі розрахунку модельованого стану процесів на місцевому ринку праці враховуються сумарні витрати за системою „за попередній місяць”  $W_v$ :

$$W_v = \sum_{k=1}^6 W_k + \delta_k \sum_{k=1}^6 F_{ik} + O_j \sum_{k=1}^6 C_{ik} + W_k \sum (A_{ik} + L_{ik}) + \alpha \sum_{i=1}^n U_k + \beta \sum_{i=1}^n D_k,$$

а також  $R_v(t)$  – приблизне значення математичного очікування відповідних витрат за місяць. Ці параметри дозволяють поряд із прогнозом зміни ситуації на місцевому ринку праці контролювати ефективність його функціонування та обрати найбільш прийнятні заходи регулювання відповідних процесів.

Мета моделювання вважається досягнутою тільки у випадку одночасного виконання умов стаціонарності, тобто коли математичні очікування кількості претендентів на працевлаштування та вакантних робочих місць будуть однакові.

Реалізація моделі функціонування місцевого ринку праці сприяє прийняттю рішень органами місцевої адміністрації про розмір та структуру бюджетних коштів на регулювання процесів на ринку праці; розробці місцевими службами працевлаштування програм активних та пасивних заходів, адекватних стану справ на ринку праці, а також постійному автоматизованому контролю параметрів місцевого ринку праці і на базі імітаційної моделі дозволяє прогнозувати динаміку процесів ринку праці за будь-який проміжок часу.

В [21] наводиться авторська динамічну двохетапну модель регулювання формуванням кадрового потенціалу на рівні регіону. Дослідження [22] присвячене математичному моделюванню підходу до оцінки результативності системи управління трудовими ресурсами на регіональному рівні, яка включає результативність управління демографічними процесами, підготовкою кадрів, зайнятстю та використанням трудових ресурсів.

У статті [23] адаптовані до предметної області деякі моделі динамічного програмування, цільового програмування, потокові моделі, які доцільно використовувати для управління кадрами на підприємстві при плануванні прийому, переміщення кадрів всередині підприємства, раціонального розподілу працівників, підвищення їх кваліфікації. Застосування сформульованих економіко-математичних моделей є доцільним для раціонального регулювання трудовими ресурсами на рівні підприємства, сприятиме конкурентоспроможності та розвиткові підприємств з різними формами власності.

Моделюванню кадрової системи на мікрорівні присвячені також роботи [3], [24], [25], [26]. У ряді робіт [1], [27], [28] досліджені питання досягнення і підтримки певної чисельності та структури кадрової системи підприємства в детермінованому і стохастичному зовнішньому середовищі.

У якості прикладу застосування математичної моделі для прийняття рішень на мікрорівні може бути запропонована Б. М. Замкевичем [29] відрядно-енергетична модель оплати праці. Система оплати праці відіграє важливу роль в управлінні персоналом. За висновками експертів ООН сьогодні економічне зростання на 64% зумовлене людським і соціальним потенціалом, тоді як природними ресурсами – на 20%, а наявністю капіталу – лише на 16% [30]. Важливо знайти такий універсальний метод оплати праці, який враховував би інтереси і працедавця, і працівника. Важливим в визначенні оплати праці є співвідношення між кількісними та якісними показниками праці або мірою праці та винагородою, що створює систему оплати праці.

Системи оплати праці класифікують за такими основними ознаками:

- 1) за засобом виміру кількості праці (відрядна, погодинна, акордна, система участі працівника в розподілі чистого доходу підприємства, але за умови, що це не суперечить установчим документам підприємства);
- 2) за формами вираження і оцінки результату праці (колективна, індивідуальна);
- 3) за кількістю показників, що беруться до уваги при оцінюванні внеску праці співробітників (однофакторна, багатофакторна);
- 4) за характером впливу працівника на результат праці (пряма, непряма).

Системи та форми оплати праці взаємодоповнюють одна одну і у взаємозв'язку складають механізм визначення величини заробітної плати для кожного працівника підприємства. Заробітна плата може стати стимулюючим фактором тільки при об'єктивному її розподілі і оптимальному співвідношенні з результатами господарської діяльності.

В розробленій Б. М. Замкевичем моделі коригування організації оплати праці з метою підвищення зацікавленості кожного працівника у виявленні і використанні резервів зростання ефективності своєї праці при виключенні можливості одержання незароблених грошей; усунення випадків зрівнялівки в оплаті праці, досягнення прямої залежності заробітної плати від індивідуальних кінцевих результатів праці; оптимізації співвідношень в оплаті праці працівників різних категорій і професійно-кваліфікаційних груп із врахуванням складності виконуваних робіт, умов праці, за базу приймається фонд заробітної плати, що встановлюється за фінансовими результатами діяльності. Далі завдання нарахування заробітної плати вирішується шляхом соціально-справедливого розподілу фонду заробітної плати  $F$  між працівниками у межах встановленого фонду заробітної плати і пропорційно коефіцієнту трудової участі ( $KTY$ ) окремих працівників:

$$KTY_i = K_{posi} \times K_i \times K_d$$

Результативні показники діяльності підприємств залежать від величини кваліфікаційного потенціалу всіх працівників  $K_p$ , який визначається врахуванням чисельності працівників з різними рівнями освіти, тривалістю курсової підготовки і стажу роботи:

$$K_p = \sum_{i=1}^n N_i \times t_i + 12N_s + 15N_v + 0,25 \sum_{i=1}^n N_j \times t_j + 0,39 \sum_{i=1}^n N_k \times t_k$$

Кваліфікаційний потенціал окремого працівника розраховується за формулою:

$$K_{pi} = \sum t_0 + 0,25t_j + 0,39t_k$$

Отже кваліфікаційний коефіцієнт окремого працівника

$$K_i = 1 + K_{pi} \div K_p$$

Коефіцієнт відпрацьованих днів визначається відношенням відпрацьованих днів за місяць до кількості робочих днів у місяці:

$$K_d = D \div D_m$$

Таким чином, заробітна плата окремого працівника розраховується за формулою:

$$Z_i = F \times KTY_i \div \sum_{i=1}^n KTY_i$$

За результатами розрахунку заробітної плати встановлюються працівники із заробітною платою меншою за мінімальну і обраховується фонд мінімальних заробітних плат  $F_m = Z_m \times n$  та фонд нормальних заробітних плат  $F_n = F - F_m$ . Мінімальна зарплата в Україні розглядається як державна гарантія та є інструментом державного регулювання оплати праці. Загалом, практика застосування мінімальної зарплати свідчить про дієвість цього інструменту. Так, відповідні моніторинги показують, що зміни (підвищення) мінімальної заробітної плати з певним, досить невеликим лагом (не більше двох-трьох місяців) призводять до збільшення й середньої заробітної плати. Так само підвищення зарплати працівникам бюджетної сфери з лагом у 4-5 місяців зумовлює аналогічні зрушення в інших секторах, що не лише підвищує рівень життя сімей працюючих, але й сприяє зростанню надходжень до бюджету [31].

Завдання полягає в тому, щоб у першу чергу компенсувати працівникам величину фізіологічних витрат енергії на працю, яка є функцією, головним чином, робочої групи, статі, віку і, звичайно, коефіцієнту трудової участі. А тому забезпечення в однаковій мірі мінімального рівня оплати праці всіх таких працівників – алогічне, тому що величини фізіологічних витрат енергії для них різняться.

Приймаючи до уваги сказане фонд мінімальних заробітних плат  $F_m$  розподіляється між працівниками з низькими заробітними платами пропорційно величині їхніх витрат величини фізіологічної енергії і  $KTY$ :

$$Z_{mi} = F_m \times KTY_{mi} \times K_{ei} \div \sum_{i=1}^{nm} KTY_{mi}$$

$$K_{ei} = E_i \div \sum_{i=1}^n E_{mi}$$

Для працівників із зарплатою більшою за мінімальну, розмір заробітної плати коригується з базової величини фонду  $F_n$ .

Алгоритм розрахунків за вищенаведеною моделлю наведений на рисунку 8.3, відповідна інформаційна база зведена в таблицю 8.1.

Таблиця 8.1 – Аналітичні показники та джерела інформації щодо обліково-оціночних та законодавчо встановлених складових моделі Б. М. Замкевича

Умовне позначення показники	Зміст показника	Джерело даних
$F$	Фонд заробітної плати	Розрахунок
$F_n$	Фонд нормальних зарплат	Розрахунок
$F_m$	Фонд мінімальних зарплат	Розрахунок

Закінчення табл. 8.1

Умовне позначення показника	Зміст показника	Джерело даних
$KTY_i$	Коефіцієнт трудової участі	Розрахунок
$K_{posi}$	Посадовий коефіцієнт працівника	Єдина тарифна сітка розрядів і коефіцієнтів (Постанова КМУ №1298 від 30.08.02 р.)
$K_i$	Кваліфікаційний коефіцієнт працівника	Розрахунок
$K_d$	Коефіцієнт відпрацьованих днів	Табель обліку робочого часу (ф. № П-5)
$K_p$	Кваліфікаційний потенціал усіх працівників	Розрахунок
$N_i$	Чисельність працівників, що мають $i$ -тий клас освіти	Штатний розпис
$N_s$	Кількість років навчання у загальноосвітній школі	Особові картки (ф. № П-2)
$N_v$	Чисельність працівників, що мають середню спеціальну освіту	Копії документів, що підтверджують рівень освіти, особові картки ф. № П-2, затв. Наказом Держкомстату України № 489 від 05.12.2008 р. (п. 1.4 „Загальні відомості. Освіта”)
$N_j$	Чисельність працівників, що закінчили курси підвищення кваліфікації	Особові картки ф. № П-2 (п. 1.7 „Загальні відомості. Стаж роботи”), „Звіт про кількість працівників, їхній якісний склад та професійне навчання” за ф. № 6-ПВ
$N_k$	Чисельність працівників з $k$ -тим річним стажем роботи	Особові картки ф. № П-2 (пункт 2 „Професійна освіта на виробництві за рахунок підприємства”)
$t_j$	Тривалість курсової підготовки, місяці	Особові картки ф. № П-2 (пункт 2 „Професійна освіта на виробництві за рахунок підприємства”, графа 3 „Період навчання”)
$t_k$	Стаж роботи, роки	Особові картки ф. № П-2 (пункт 2 „Професійна освіта на виробництві за рахунок підприємства”)
$K_{pi}$	Кваліфікаційний потенціал окремого працівника	Розрахунок
$t_0$	Освітній коефіцієнт	Згідно таблиці освітніх коефіцієнтів, розробленої С. Г. Струмиліним
$K_{ei}$	Коефіцієнт величини фізіологічних витрат енергії	Розрахунок
$E_i$	Фізіологічні потреби енергії працівника	Наказ Міністерства охорони здоров'я України №272 від 18.11.99 р. „Про затвердження Норм фізіологічних потреб населення України в основних харчових речовинах та енергії”

8.2 Економіко-математичні моделі управління зайнятністю і трудовими ресурсами на макро-, мезо- та мікрорівнях

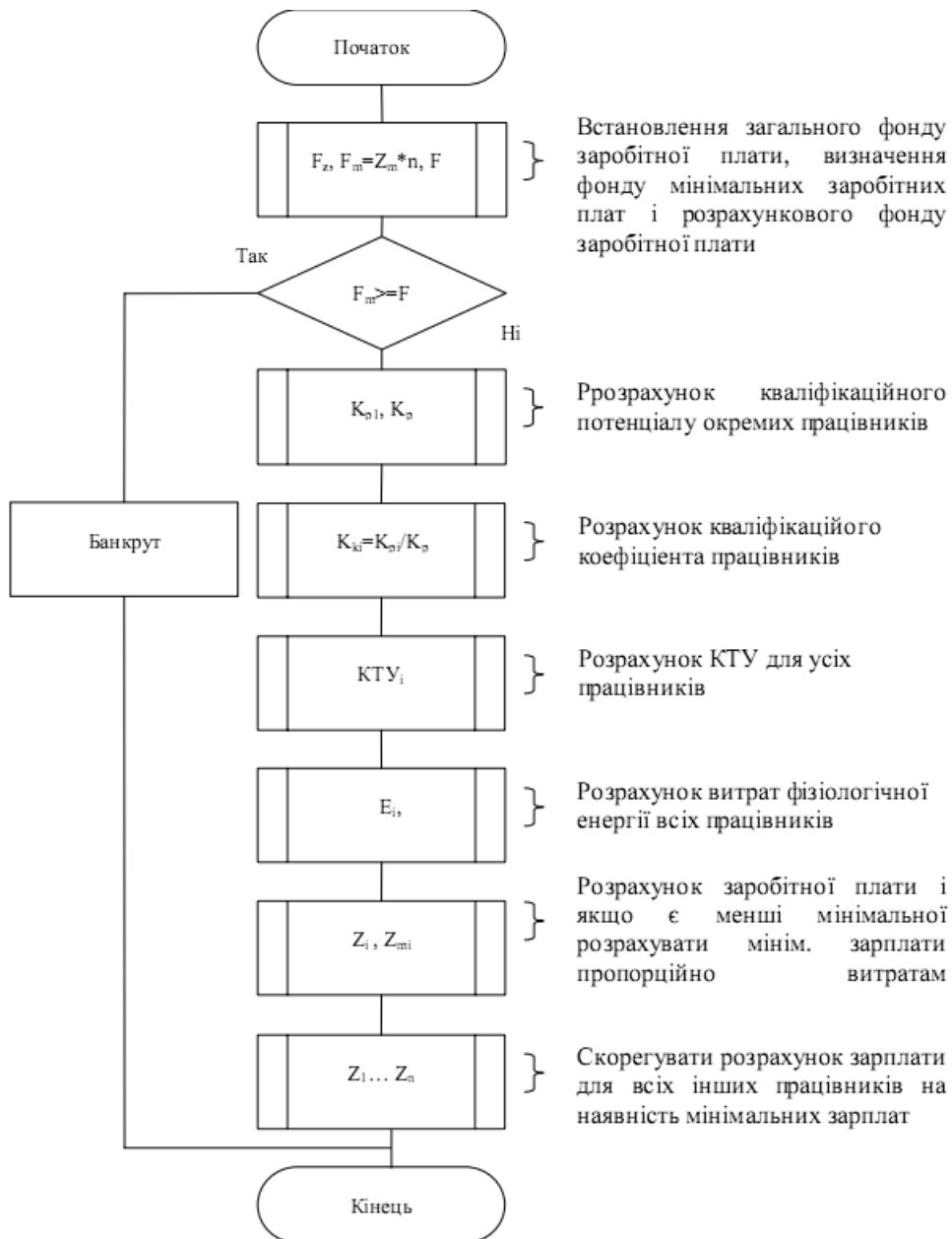


Рисунок 8.3 – Алгоритм практичної реалізації відрядно-енергетичної моделі оплати праці

Застосування даної економіко-математичної моделі у практиці підприємств (установ, організацій) реалізовуватиме спонукальну систему до вдосконалення знань, зменшення плинності кадрів, прояву ініціативності всіх працівників – від робітників до управлінців.

Серед доступних на ринку універсальних програмних продуктів для автоматизації кадрового обліку і управління персоналом можуть бути названі „1С: Предприятие 8. Зарплата и Управление Персоналом для Украины”<sup>7</sup>, Система автоматизованого кадрового обліку „СОФТПРОЕКТ – Кадри 3.6”<sup>8</sup>, БОСС-Кадровик<sup>9</sup>, Контур управління персоналом системи Галактика ERP<sup>10</sup>,

<sup>7</sup> <http://www.1c.ua/>

<sup>8</sup> [http://softproject.com.ua/index.php?option=com\\_content&task=view&id=69&Itemid=1&gclid=C1bZkerYn7kCFbB4cAodaTcAw](http://softproject.com.ua/index.php?option=com_content&task=view&id=69&Itemid=1&gclid=C1bZkerYn7kCFbB4cAodaTcAw)

<sup>9</sup> <http://bosshr.ru/>



LeaderTask Управление Компанией<sup>11</sup>, Система групової роботи TeamWox<sup>12</sup>, АиТ / Управление персоналом<sup>13</sup>, Контур-Персонал<sup>14</sup>, HRM-система „ПерсоналАктив”<sup>15</sup>, Професійна програма для автоматизації кадрової діяльності „Персонал”<sup>16</sup>, КИС „Трудовик”<sup>17</sup>, Фараон<sup>18</sup> та ін., порівняльний аналіз яких виконано в [32].

Огляд математичних моделей управління трудовими ресурсами показав, що в останні десятиліття сформувався значний арсенал моделей і методів для вирішення задач аналізу, прогнозу, планування і контролю, динаміки та структури кадрових систем.

Моделі імітаційного типу, що використовують апарат теорії марківських процесів і теорії відновлення, широко використовуються як засіб аналізу кадрової системи і прогнозу її перспективного розвитку. Шляхом багаторазових варіантних розрахунків, виконуваних на комп’ютері, вони дозволяють встановити сферу, в межах якої може знадобитися прийняття рішень, сприяють виробленню раціональних управлінських стратегій.

При розв’язуванні задач планування і управління робочою силою в ситуації, коли можуть бути визначені і сформульовані завдання підприємства, сформульований критерій оптимальності, більш ефективним може виявитися застосування оптимізаційних моделей. Побудова моделей цього типу базується на методах лінійного, цільового, стохастичного, динамічного і потокового програмування. Варто зауважити, що використання оптимізаційних моделей потребує, як правило, більш складного математичного забезпечення і більших обчислювальних ресурсів для знаходження рішення, ніж при використанні марківських моделей і моделей відновлення.

Більшість математичних моделей управління трудовими ресурсами розроблено іноземними фахівцями, вони використовуються в умовах наявності необхідних даних про працівників, підприємства і т.д. В умовах стихійного ринку праці, тіньової зайнятості, неналежного інформаційного забезпечення, протекціонізму, що характерно для сучасного етапу розвитку нашої держави, кращим є стохастичний підхід. Крім того, на сучасному етапі розвитку ринку праці в Україні актуальним є те, щоб моделі в комплексі враховували і пов’язували три ланки: по-перше, осіб, що втратили професійні навички або ж роботу, хотіли б змінити професію (роботу) чи просто зацікавлених в отриманні диплома, тобто певну пропозицію працівників; по-друге, потребу в них з боку роботодавців, а саме певну кількість вакансій з висунутими вимогами щодо рівня освіти, досвіду, професіоналізму, кваліфікації претендентів на ці посади; по-третє, систему навчальних закладів різного профілю з установленим

---

<sup>10</sup> <http://www.galaktika.by>

<sup>11</sup> <http://www.leadertask.ru/content/view/144/>

<sup>12</sup> <http://www.teamwox.com/ru>

<sup>13</sup> <http://www.aitsoft.ru/>

<sup>14</sup> <http://kontur.ru/kontur-personal>

<sup>15</sup> <http://acgsoft.com.ua/>

<sup>16</sup> <http://www.personal.bravosoft.ru/func.html>

<sup>17</sup> [www.trics.ru](http://www.trics.ru)

<sup>18</sup> [www.hrit.ru](http://www.hrit.ru)

набором, що здатні приводити знання працівників у відповідність з вимогами підприємств чи фірм і мають відповідні ліцензії. Саме такі моделі наведені в [9], [33] і можуть використовуватися на практиці для аналізу та прийняття рішень щодо ефективного використання трудових ресурсів на рівні регіону та раціоналізації структури витрат держбюджету та окремих підприємств.

### Перелік посилань до теми 8

1. *Бартоломью Д.* Стохастические модели социальных процессов / Бартоломью Д. – М. : Финансы и статистика, 1985. – 294 с.
2. *Романовский А. Ю.* Компьютерное моделирование формирования занятости населения в условиях перехода к рынку / Романовский А. Ю. : Автореф. дис. ... к.э.н. : 08.00.13 / Центральный экономико-математический ин-т. – М., 1992.
3. *Bartholomew D. I.* Stochastic models for social processes. Ed. 2. – N.Y. : J. Willey and Sons, 1973. – 473 p.
4. *Stewman S.* Markov models of occupational mobility. the theoretical development and empirical support, part 2 : continuously operative job systems. – J. Math. Sociol., 1976, v. 4, № 2, p. 247-278.
5. *Мэзон Р.* Управление трудовыми ресурсами / Р. Мэзон, Э. Фламгольц // Исследование операций / [под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби]. – М. : Мир, 1981. – Т. 2 : Модели и применения. – С. 34-70.
6. *Ракитский Б.* Конкретно-исторические особенности становления рынка труда в СССР / Ракитский Б. // Вопросы экономики. – 1991. – № 2. – С. 13.
7. *Keenay G. A., Morgan R. W., Ray K. H.* An analytical model for company manpower planning // Oper. Res. Quart. – 1977. – V. 28. – № 4. – P. 983-995.
8. *Standing G.* Unemployment and labor market flexibility : The United Kingdom. – Geneva, 1986. – P. 19.
9. *Ткаченко І. С.* Професійно-кадрове забезпечення малого бізнесу міста : аспекти економіко-математичного моделювання / І. С. Ткаченко, Н. Л. Ющенко. – Тернопіль : Економічна думка, 2000. – 126 с.
10. *Нейлор Т.* Машинные имитационные эксперименты с моделями экономических систем / Нейлор Т. – М. : Мир, 1975. – 500 с.
11. *Rackow P., Corcoran W.* The analysis of academic retrenchment using parametric programming and Markov chains // Comput. and Oper. Res. – 1984. – V. 11. – № 3. – P. 307-319.
12. *Tien J. M., Kamiyama A.* On manpower scheduling algorithm // SIAM Review. – 1982. – V. 24. – № 3. – P. 275-287.
13. *Grinold R. C.* Manpower planning with uncertain requirements // Oper. Res. – 1976. – V. 24. – № 3. – P. 387-399.
14. *Ющенко Н. Л.* Аналіз математичних моделей управління трудовими ресурсами / Ющенко Н. Л. // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. Збірник – Чернігів : ЧДТУ, 2005. – №24. – С. 59-66.
15. *Васильев А. Н.* Модель самоорганизации рынка труда / Васильев А. Н. // Экономика и математические методы. – 2001. – Том 37. – № 2. – С. 123-127.
16. *Замков О. О.* Эконометрические методы в макроэкономическом анализе / Замков О. О. – М. : ГУ ВШЭ, 2001. – 122 с.
17. *Лядский В. П.* Системы учета и моделирования движения кадров на основе автоматизированного банка данных / Лядский В. П. : Автореф. дис. ... к.э.н. : 08.00.13 / АН УзНПО „Кибернетика”. – Ташкент, 1988. – 22 с.
18. *Попов Л. А.* Анализ и моделирование трудовых показателей / Попов Л. А. – М. : Финансы и статистика, 1999. – 208 с.
19. *Киров Дого.* Моделирование процессов трудоустройства в большом городе / Киров Дого : Автореф. дис. ... к.э.н. : 08.00.13 / Ленинградский финансово-экономич. ин-т им. Н. А. Вознесенского. – Л., 1975. – 22 с.
20. *Костіна Н. І.* Фінанси : система моделей і прогнозів : навч. посіб. / Костіна Н. І., Алексеев А. А., Василик О. Д. – К. : Четверта хвиля, 1998. – 304 с.
21. *Ющенко Н. Л.* Моделювання системи професійно-кадрового забезпечення малого бізнесу на регіональному рівні : автореф. дис. ... канд. екон. наук : 08.03.02 / Ющенко Надія Леонідівна; Київський національний економічний університет. – К., 2001. – С. 9-13.
22. *Мартинюк О. П.* Управління трудовими ресурсами в сільському господарстві регіону : автореф. дис. ... канд. екон. наук : 08.02.03 / Мартинюк Олена Петрівна; Національний аграрний університет. – К., 2003. – С. 17-19.
23. *Ющенко Н. Л.* Математичні моделі регулювання трудових ресурсів підприємства / Н. Л. Ющенко, Т. В. Григор'єва // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. Збірник – Чернігів: ЧДТУ, 2002. – №17. – С. 72-77.
- 24.

Кучкаров Т. С. Моделирование процессов управления повышением квалификации и переподготовки кадров / Кучкаров Т. С. : Автореф. дис. ... к.э.н. : 05.13.10 / АН УзССР, УзНПО „Кибернетика”. – Ташкент, 1990. – 19 с. **25.** Романов А. К. Математическое моделирование движения кадров в организациях / А. К. Романов, А. И. Терехов. – М., 1986. **26.** Эргашев Т. К. Моделирование потребности в рабочих местах на предприятиях промышленности города / Эргашев Т. К. : Автореф. дис. ... к.э.н. 08.00.13 / АН УзССР, УзНПО „Кибернетика”. – Ташкент, 1990. – 49 с. **27.** Румчев В. Г. Кадровые подсистемы АСУ : математические модели / В. Г. Румчев, А. Л. Конин. – М. : Радио и связь, 1984. – 246 с. **28.** Vajda S. Mathematics of manpower planning. – N.Y. : J. Willey and Sons, 1978. – 206 p. **29.** Замкевич Б. М. Відрядно-енергетична модель оплати праці / Замкевич Б. М. // Наука і економіка. – 2008. – № 2 (10) [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://kheu.km.ua/research\\_jurnal.htm](http://kheu.km.ua/research_jurnal.htm) **30.** Національна безпека і оборона. – 2010. – № 7 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [www.uceps.org/ukr/files/category\\_journal/NSD118\\_ukr.pdf](http://www.uceps.org/ukr/files/category_journal/NSD118_ukr.pdf) **31.** Сухорукова Т. Г. Современные подходы к управлению заработной платой на отечественных предприятиях / Сухорукова Т. Г. // Вісник економіки транспорту і промисловості. – 2010. – № 32. – С. 236-239. **32.** Ющенко Н. Л. Організація оперативного обліку персональних досягнень працівників за допомогою комп'ютерної інформаційної системи як дієвий засіб стимулювання трудової діяльності / Ющенко Н. Л. // Вісник Чернігівського державного технологічного університету. Серія „Економічні науки”: науковий збірник. – Чернігів : Черніг. держ. технол. ун-т, 2013. – № 3(68). – С. 185-192. **33.** Ющенко Н. Л. Про оптимізацію управління процесом підготовки і перепідготовки кадрів в умовах ринкових відносин / Ющенко Н. Л. // Тези доповідей III-ї Всеукраїнської науково-практичної конференції „Ринкові реформи в Україні (аспект статистики і аналізу господарсько-фінансової діяльності)”. – Чернівці : Економіко-правничий інститут. – 1996. – С. 36.



### Питання для самоперевірки до теми 8

1. Ознаки класифікації та основні види економіко-математичних моделей управління трудовими ресурсами.
2. Математичні моделі комплектування штату організації.
3. Економіко-математичні моделі професійної підготовки і підвищення кваліфікації працівників.
4. Моделі розподілу трудових ресурсів.
5. Економіко-математичні моделі використання трудових ресурсів.
6. Матмоделі оцінки ефективності працівників.
7. Економіко-математичні моделі оплати праці і стимулювання працівників.
8. Статичні і динамічні кадрові моделі лінійного програмування.
9. Застосування моделей цільового програмування у кадровому менеджменті.
10. Математичні моделі управління зайнятістю і трудовими ресурсами на макро- та мезорівнях.

## Тема 9

# ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТЕХНІЧНОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ ОБЛАДНАННЯ

---

**Мета вивчення теми** – огляд класів задач і моделей систем управління технічним обслуговуванням обладнання; засвоєння на їх прикладі відмінності між оптимізаційними та імітаційними моделями та основ конструювання імітаційної моделі і проведення імітаційного експерименту з нею для вивчення функціонування та поведінки досліджуваної системи (об'єкта).

**Ключові слова:** стан обладнання, оновлення обладнання, оптимізація, динамічне програмування, імітаційні моделі процесів масового обслуговування.

### **9.1 Класифікація задач технічного обслуговування обладнання, що потребують застосування математичних моделей**

Значний рівень фізичного та морального зносу основних засобів вітчизняних підприємств є однією з ключових проблем розвитку економіки України. За даними Держстату [1, с. 72] ступінь зносу основних засобів у 2013 р. становив 77,3% і є найвищим (96,7%) на транспорті, у складському господарстві, поштовій та кур'єрській діяльності.

Проблема комплексного вирішення підприємствами взаємопов'язаних завдань встановлення оптимальних термінів експлуатації основних засобів, вибору найкращої форми оновлення основних засобів, визначення раціональної послідовності заходів щодо технічного переозброєння та реконструкції виробництва, розробки стратегії фінансового забезпечення процесу оновлення основних засобів, пошук найкращого рішення з множини альтернативних варіантів, особливо в умовах переходу до енергоефективного та енергоощадного використання і споживання енергоресурсів, розширення та спрощення доступу українських товарів на ринки держав – членів Європейського Союзу та інших викликів сьогодення, посилюють актуальність використання економіко-математичних моделей та прикладного програмного

забезпечення як складових механізму прийняття обґрунтованих раціональних рішень.

Завдання технічного обслуговування, по суті, являє собою низку проблем, пов'язаних з контролем за станом обладнання [2]. Для розв'язування подібних задач можуть бути використані як детерміновані, так і стохастичні підходи (рис. 9.1). Вибір підходу залежатиме від наявності у формулюванні задачі невизначеностей відносно термінів і послідовності прийняття рішень.

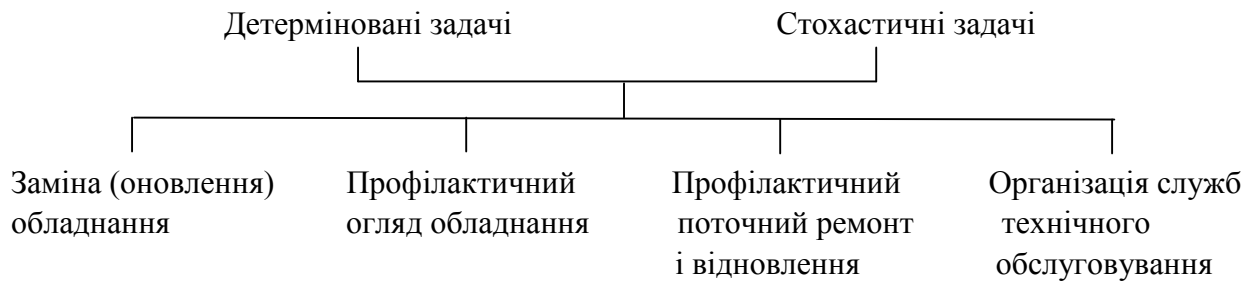


Рисунок 9.1 – Схема класифікації задач технічного обслуговування

Огляд моделей систем управління технічним обслуговуванням здійснено в роботі [3].

У складних системах організаційного управління завжди мають місце певні фактори невизначеності та випадковості. Якщо ними можна знехтувати, для дослідження системи розробляється *детермінована модель*. Якщо ж випадкові чинники відіграють істотну роль у функціонуванні системи, виникає потреба створення *статистичних моделей*. З методологією статистичного моделювання систем можна ознайомитися, наприклад, у підручнику [4].

Термін „імітаційне моделювання” є більш широким за „статистичне моделювання” і включає в себе статистичні моделі як складову і невід’ємну частину. *Моделювання імітаційне* (лат. imitatio – наслідування, копіювання) – це імітування поведінки системи на моделі з метою отримання інформації про неї. Така модель повинна відповідати на запитання „а що коли ... (змінити параметри системи, характеристики вхідних впливів і т. п.)”.

За Р. Шеноном імітаційне моделювання – це „процес конструювання моделі реальної системи і постановки експериментів на ній для розуміння поведінки системи або оцінювання (у межах обмежень, що накладаються певним критерієм або сукупністю критеріїв) різних стратегій, котрі мають забезпечувати функціонування даної системи”.

Функціональна відмінність моделей імітаційного типу та моделей оптимізації показана на рисунку 9.2.

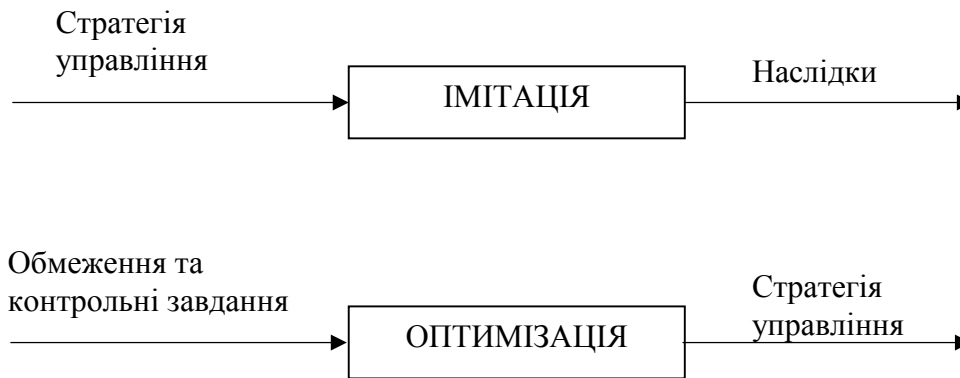


Рисунок 9.2 – Відмінність між імітаційними та оптимізаційними моделями

Моделі першого типу шляхом імітації поведінки системи дозволяють перевірити її реакцію на ті чи інші варіанти управлінських рішень з тим, щоб обрати найбільш раціональне, тоді як моделі другого типу передбачають єдиний спосіб дій з визначеної ними ж множини припустимих розв'язків у відповідності з критерієм оптимальності, який задається особою, яка приймає рішення. Окрім моделей двох основних виділених типів, існують моделі, які займають проміжне положення, поєднуючи в собі елементи як імітації, так і оптимізації.

Оптимізаційні та імітаційні моделі підтвердили свою ефективність у багатьох сферах суспільного життя: економіці, техніці, біології, соціології, дослідженні проблем екології та ін. Розглянемо відмінності між оптимізаційними й імітаційними моделями на прикладі математичних моделей заміни (оновлення) обладнання.

## 9.2 Детерміновані моделі заміни (оновлення) обладнання

Динамічне програмування виникло в 1950-1953 рр. завдяки роботам Р. Белмана. Першими задачами, що привели до появи обчислювального методу динамічного програмування були задачі управління запасами (див. тему 10).

*Принцип оптимальності Р. Белмана*, покладений в основу методу динамічного програмування: у якому б стані не перебувала система перед черговим етапом, потрібно обрати управління на цьому етапі так, щоб результат на даному етапі плюс оптимальний виграш (результат) на всіх наступних етапах був максимальним.

Звідси випливає, що оптимальну стратегію управління можна одержати, якщо спочатку одержати оптимальну стратегію управління на  $n$ -му етапі, потім на двох останніх етапах, потім на трьох останніх і т. д. аж до першого. Тобто розв'язання задачі методом динамічного програмування доцільно розпочати з пошуку оптимального розв'язку на останньому  $n$ -му кроці. У результаті послідовного проходження всіх етапів від кінця до початку визначається максимальне значення ефекту за  $n$  кроків і для кожного з них визначається

умовно-оптимальне управління. Щоб знайти оптимальну стратегію управління, тобто знайти розв'язок задачі, слід пройти усю послідовність кроків тільки вже з початку до кінця.

Так, у випадку розв'язання задачі про розподіл обмеженого ресурсу (наприклад, капітальних інвестицій) між рядом об'єктів рекурентні співвідношення Белмана мають наступний вигляд.

$$\begin{aligned} \varphi_1(x) &= \max_{0 \leq x_1 \leq x} \{f_1(x_1)\}, \\ \varphi_2(x) &= \max_{0 \leq x_2 \leq x} \{f_2(x_2) + \varphi_1(x - x_2)\}, \\ &\dots \\ \varphi_{n-1}(x) &= \max_{0 \leq x_{n-1} \leq x} \{f_{n-1}(x_{n-1}) + \varphi_{n-2}(x - x_{n-1})\}, \end{aligned}$$

де  $\varphi_i(x)$  – умовно-оптимальний результат від розподілу  $X$  одиниць ресурсу між  $i$  об'єктами,  $i = \overline{1; n}$ ;

$\varphi_n(x)$  – значення функції  $\varphi_n(x)$  визначається лише для значення  $X=S$ , оскільки обсяг ресурсу, що може бути розподілений між усіма  $n$  об'єктами становить  $S$  ум. од.;

$f_i(x_i)$  – ефект (результат) від призначення  $x_i$  кількості ресурсу  $(0 \leq x_i \leq x)$   $i$ -ому об'єкту;

$x$  – обсяг ресурсу, що розподіляється  $(0 \leq x_i \leq S)$ .

У випадку розв'язання задачі стосовно прийнятих рішень про стратегію оновлення обладнання рекурентні співвідношення Белмана набувають наступного вигляду.

Для останнього року планового періоду

$$F_1(t) = \max \left\{ \begin{array}{l} Q(t) - Z(t) - \text{залишити обладнання} \\ Q(0) - Z(0) + p(t) - C - \text{замінити обладнання} \end{array} \right\},$$

для двох останніх років планового періоду

$$F_2(t) = \max \left\{ \begin{array}{l} Q(t) - Z(t) + F_1(t+1) - \text{збереження} \\ Q(0) - Z(0) + p(t) - C + F_1(1) - \text{заміна} \end{array} \right\} \text{ і т. д.}$$

Для  $(k-1)$  останніх років планового періоду, тривалістю  $k$  років

$$F_{k-1}(t) = \max \left\{ \begin{array}{l} Q(t) - Z(t) + F_{k-2}(t+1) - \text{збереження} \\ Q(0) - Z(0) + p(t) - C + F_{k-2}(1) - \text{заміна} \end{array} \right\},$$

де  $F_j(t)$  – умовно-максимальний результат від використання обладнання з терміном експлуатації  $t$  років протягом  $j$  останніх років планового періоду ( $j = \overline{1; k-1}$ );

$k$  – тривалість планового періоду, років;

$Q(t)$  – річний результат діяльності суб'єкта господарювання (дохід), пов'язаний з використанням обладнання з терміном експлуатації  $t$  років;

$Z(t)$  – річні витрати, пов'язані з експлуатацією устаткування віком  $t$  років;

$C$  – первісна вартість нового устаткування;

$p(t)$  – залишкова вартість (ціна продажу) устаткування з терміном експлуатації  $t$  років;

$F_k(t)$  – оптимальний результат, який може бути одержаний суб'єктом господарювання за  $k$  років планового періоду (за весь плановий період) від використання введеного в експлуатацію на початку планового періоду обладнання:

$$F_k(0) = Q(0) - Z(0) + F_{k-1}(1) - \text{залишити обладнання.}$$

Приклад задачі про вироблення стратегії оновлення обладнання.

Підприємець придбав і установив за 40 грош. од. нову деревообробну лінію верстатів для виробництва будматеріалів. Динаміка обсягів продажу будматеріалів, витрати на експлуатацію верстатів та їх залишкова вартість по роках представлені у таблиці 9.1. Розробити план заміни устаткування на найближчі чотири роки, що забезпечуватиме підприємцю максимальний прибуток від продажу будматеріалів.

Таблиця 9.1 – Вихідні дані та результати розрахунків

Найменування показника, од. вимірювання	Значення показника для устаткування з терміном експлуатації ( $t$ )				
	0 років	1 рік	2 роки	3 роки	4 роки
Річний обсяг продажу будматеріалів ( $Q(t)$ ), грош. од.	100	80	70	60	55
Річні витрати на експлуатацію верстатів ( $Z(t)$ ), грош. од.	20	25	30	35	45
Залишкова вартість верстатів ( $p(t)$ ), грош.	38	36	30	20	15



Закінчення табл. 9.1

Найменування показника, од. вимірювання	Значення показника для устаткування з терміном експлуатації (t)				
	0 років	1 рік	2 роки	3 роки	4 роки
од.					
Умовно-максимальний результат (прибуток) за останній рік планового періоду ( $F_1(t)$ ), грош. од. Рішення стосовно лінії верстатів		76 замінити	70 замінити	60 замінити	
Умовно-максимальний результат за останні два роки планового періоду ( $F_2(t)$ ), грош. од. Рішення щодо устаткування		152 замінити	146 замінити		
Умовно-максимальний результат за останні три роки планового періоду ( $F_3(t)$ ), грош. од. Відповідне рішення стосовно верстатів		228 замінити			
Максимальний результат, якого можна досягти за чотири роки планового періоду ( $F_4(0)$ ), грош. од. Рішення стосовно устаткування	308 залишити				

### Розв'язування.

Етап 1. Визначаємо умовно-максимальний прибуток, що може отримати підприємець за останній (четвертий) рік планового періоду.

Перед початком четвертого року планового періоду лінія верстатів могла бути в експлуатації один, два або три роки.

Припустимо, до цього вона експлуатувалася один рік ( $t = 1$ ). Можливі два варіанти рішення відносно обладнання перед початком четвертого року планового періоду:

1) продовжувати далі використовувати цю лінію верстатів, тоді за останній рік планового періоду підприємець отримає  $Q(1) - Z(1) = 80 - 25 = 55$  грош. од.;

2) замінити лінію верстатів новою, тоді підприємець за останній рік планового періоду отримає  $Q(0) - Z(0) + p(1) - C = 100 - 20 + 36 - 40 = 76$  грош. од.

Отже, умовно-максимальний прибуток від експлуатації підприємцем лінії верстатів з терміном експлуатації один рік за останній рік планового періоду становитиме

$$F_1(1) = \max \left\{ \begin{matrix} 55 \\ 76 \end{matrix} \right\} = 76 \text{ грош. од.}$$

і він досягатиметься за умови заміни лінії верстатів.

$t = 2$ ;  $F_1(2) = \max \left\{ \begin{matrix} 70 - 30 = 40 \\ 30 - 40 + 100 - 20 = 70 \end{matrix} \right\} = 70$  грош. од.; умовно-оптимальне рішення – замінити лінію.

$$t = 3; \quad F_1(3) = \max \left\{ \begin{array}{l} 60 - 35 = 25 \\ 20 - 40 + 100 - 20 = 60 \end{array} \right\} = 60 \quad \text{грош. од.; рішення – замінити.}$$

Результати розрахунків заносимо у таблицю 9.1.

Етап 2. Розглянемо два останні роки планового періоду, тобто третій і четвертий роки.

Перед початком третього року планового періоду термін експлуатації устаткування міг становити або один рік, або два роки.

$$t = 1; \quad F_2(1) = \max \left\{ \begin{array}{l} 80 - 25 + 70 = 125 \\ 36 - 40 + 100 - 20 + 76 = 152 \end{array} \right\} = 152 \quad \text{грош. од.; рішення – замінити лінію.}$$

$$t = 2; \quad F_2(2) = \max \left\{ \begin{array}{l} 70 - 30 + 60 = 100 \\ 30 - 40 + 100 - 20 + 76 = 146 \end{array} \right\} = 146 \quad \text{грош. од.; рішення – замінити.}$$

Етап 3. Проаналізуємо три останні роки планового періоду, тобто другий, третій і четвертий роки.

Перед початком другого року планового періоду устаткування могло бути в експлуатації лише один рік.

$$t = 1; \quad F_3(1) = \max \left\{ \begin{array}{l} 80 - 25 + 146 = 201 \\ 36 - 40 + 100 - 20 + 152 = 228 \end{array} \right\} = 228 \quad \text{грош. од.; рішення – замінити.}$$

Етап 4. Розглядаємо увесь чотирирічний плановий період, отже знаходимо максимально можливий прибуток, якого може досягти підприємець за даних умов від експлуатації деревообробної лінії за всі чотири роки планового періоду:

$$F_1(0) = 100 - 20 + 228 = 308 \quad \text{грош. од.}$$

Завершальний етап. Пройшовши всі етапи від кінця планового періоду до його початку і виробивши умовно-оптимальне рішення щодо устаткування, на основі даних таблиці 9.1 пройдемо навпаки – з початку планового періоду до кінця, і виробимо оптимальну стратегію стосовно оновлення обладнання.

Висновок. Для досягнення максимального результату від виробництва і реалізації будматеріалів, який за чотири роки планового періоду складатиме 308 грош. од. підприємцю можна рекомендувати щорічно замінювати деревообробне устаткування (при незмінних умовах).

Для перевірки скористаємося рисунком 9.3 та вихідними даними поставленої задачі:

$$\begin{array}{l} \text{перший рік – залишити: } 100 - 20 = 80 \text{ грош. од.;} \\ \text{другий рік – заміна: } 100 - 20 + 36 - 40 = 76 \text{ грош. од.;} \\ \text{третій рік – заміна: } 100 - 20 + 36 - 40 = 76 \text{ грош. од.;} \\ \text{четвертий рік – заміна: } 100 - 20 + 36 - 40 = 76 \text{ грош. од.} \\ \hline \text{Усього за чотири роки: } 80 + 76 + 76 + 76 = 308 \text{ грош. од.} \end{array}$$

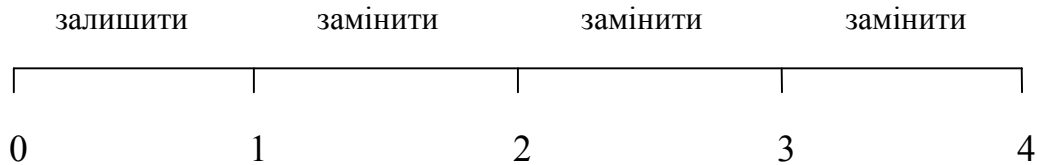


Рисунок 9.3 – Оптимальний план оновлення деревообробного устаткування, що забезпечує отримання максимального прибутку

### 9.3 Застосування імітаційного моделювання у виробничих задачах обслуговування устаткування (масового обслуговування)

Все більшого значення в управлінні різноплановими процесами як соціально-економічними, так і науковими, інженерно-технічними набуває проектування та запровадження технологій імітації. Умови, за яких може виявитися доцільним застосування імітаційного моделювання [5, с. 36-50]:

1) не існує завершеної математичної моделі поставленої задачі або ще не розроблені аналітичні методи розв'язання сформульованої математичної задачі;

2) аналітичні методи існують, проте відповідні математичні процедури настільки складні та трудомісткі, що імітаційне моделювання дає більш простий спосіб вирішення задач;

3) аналітичні розв'язки існують, але їх реалізація неможлива через недостатню математичну підготовку наявного персоналу (у цьому випадку потрібно порівняти витрати на проектування, випробування і роботу моделі з витратами, пов'язаними із залученням стороннього спеціаліста);

4) імітаційне моделювання може виявитися єдиною можливістю внаслідок неможливості здійснення експериментальних спостережень у реальних умовах;

5) крім оцінки окремих параметрів необхідно на імітаційній моделі здійснити спостереження за перебігом процесу протягом певного проміжку часу;

6) для тривалого аналізу поведінки системи або уповільнених процесів може знадобитися ущільнення часової шкали (при цьому можливості імітаційного моделювання досить широкі: воно дозволяє повністю контролювати час вивчення процесу, уповільнюючи або прискорюючи його шляхом зміни масштабу часу моделювання).

Не дивлячись на досить широкі можливості імітаційного моделювання як універсального інструменту дослідження складних систем, воно має також певні обмеження і недоліки, до яких можна віднести наступні.

1. Імітаційна модель, у принципі, не є точною і немає можливості оцінити ступінь її неточності. Цей недолік може бути усунений лише частково шляхом аналізу чутливості моделі до зміни певних параметрів.

2. На відміну від аналітичної моделі, імітаційна не дозволяє безпосередньо оцінити вплив на поведінку системи варіювання тих або інших її контрольованих параметрів, оскільки вона дає числові результати. Одержання

такої інформації пов'язане з додатковими експериментами, що ускладнює застосування імітаційного моделювання для оптимізації систем.

3. Розробка доброї імітаційної моделі обійдеться дорого і потребуватиме значного часу та наявності високообдарованих спеціалістів.

Імітаційне моделювання базується на відтворенні на комп'ютері розгорнутого в часі процесу функціонування системи з обов'язковим врахуванням її взаємодії із зовнішнім середовищем. Для створення імітаційної моделі необхідно виконати:

1) побудову моделі досліджуваної системи на основі моделей підсистем, які об'єднані одним з видів взаємодії;

2) вибір інформаційних характеристик об'єкта, способів їх одержання та методів їх аналізу;

3) побудову моделі впливу зовнішнього середовища на систему у вигляді імітаційних моделей зовнішніх факторів;

4) вибір способу дослідження імітаційної моделі відповідно до методів планування імітаційного експерименту.

Умовно імітаційну модель представляють у вигляді програмно чи апаратно реалізованих блоків. Використання імітаційних моделей дозволяє наочно оцінити роль чинника часу. При використанні імітаційних моделей не розв'язуються складні екстремальні задачі – користувач мусить діяти раціонально в межах свого уявлення про можливі ситуації в перебігу імітованого процесу. За такої умови розбудова імітаційної моделі можлива лише при належному програмному забезпеченні. Зміст і методика розбудови мають бути чітко й однозначно окреслені, щоб користувач мав змогу працювати в діалоговому режимі.

Одними з найбільш популярних *пакетів імітаційного моделювання* є GPSS World фірми Minuteman Software та Arena компанії Rockwell Automation, порівняльний аналіз яких здійснено в [6]. На ринку представлено широке розмаїття комерційних пакетів імітаційного моделювання – AnyLogic (рис. 9.4), Extend, Powersim, Simulink, Stella, Think, Vensim та ін.

Процес імітаційного моделювання включає наступні етапи, взаємозв'язки між якими ілюструє рисунок 9.5.

1. Постановку проблеми.

2. Аналіз системи – встановлення меж, обмежень і показників ефективності системи, що підлягає вивченню.

3. Конструювання моделі – перехід від реальної системи до деякої логічної схеми (моделі).

4. Підготовку даних – відбір даних, необхідних для побудови моделі, і представлення їх у відповідній формі.

5. Трансляцію моделі – опис моделі на мові програмування.

6. Оцінку адекватності – підвищення до прийнятного рівня ступеня упевненості, з якою можна судити відносно коректності висновків про реальну систему, одержаних на основі моделі.

7. Стратегічне планування – планування експерименту, що повинен надати необхідну інформацію.

8. Тактичне планування – визначення способу проведення кожної серії випробувань, передбачених планом експерименту.

9. Експериментування – процес здійснення імітації з метою отримання необхідних даних і аналізу чутливості.

10. Інтерпретацію результатів, тобто побудову висновків за даними, одержаними шляхом імітації.

11. Впровадження – практичне використання моделі та результатів моделювання.

12. Документування – реєстрацію процесу реалізації проекту та його результатів, а також процесу створення і використання моделі.

Більшість із перерахованих етапів співпадають з відповідними етапами розробки моделей інших типів.

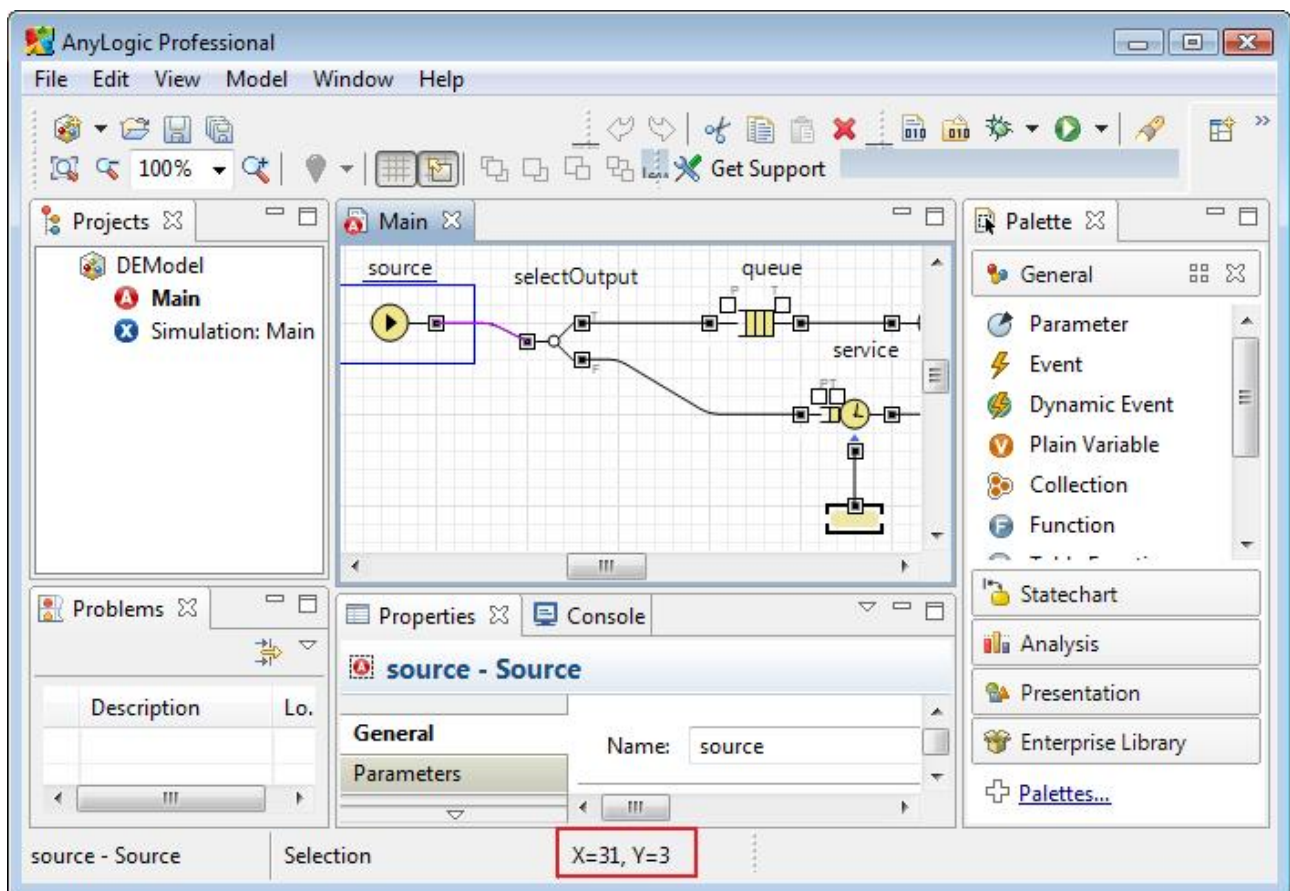


Рисунок 9.4 – Діалогове вікно „Новий проект” російського професійного інструменту імітаційного моделювання AnyLogic<sup>19</sup>, [7]

<sup>19</sup> [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.anylogic.ru/downloads>

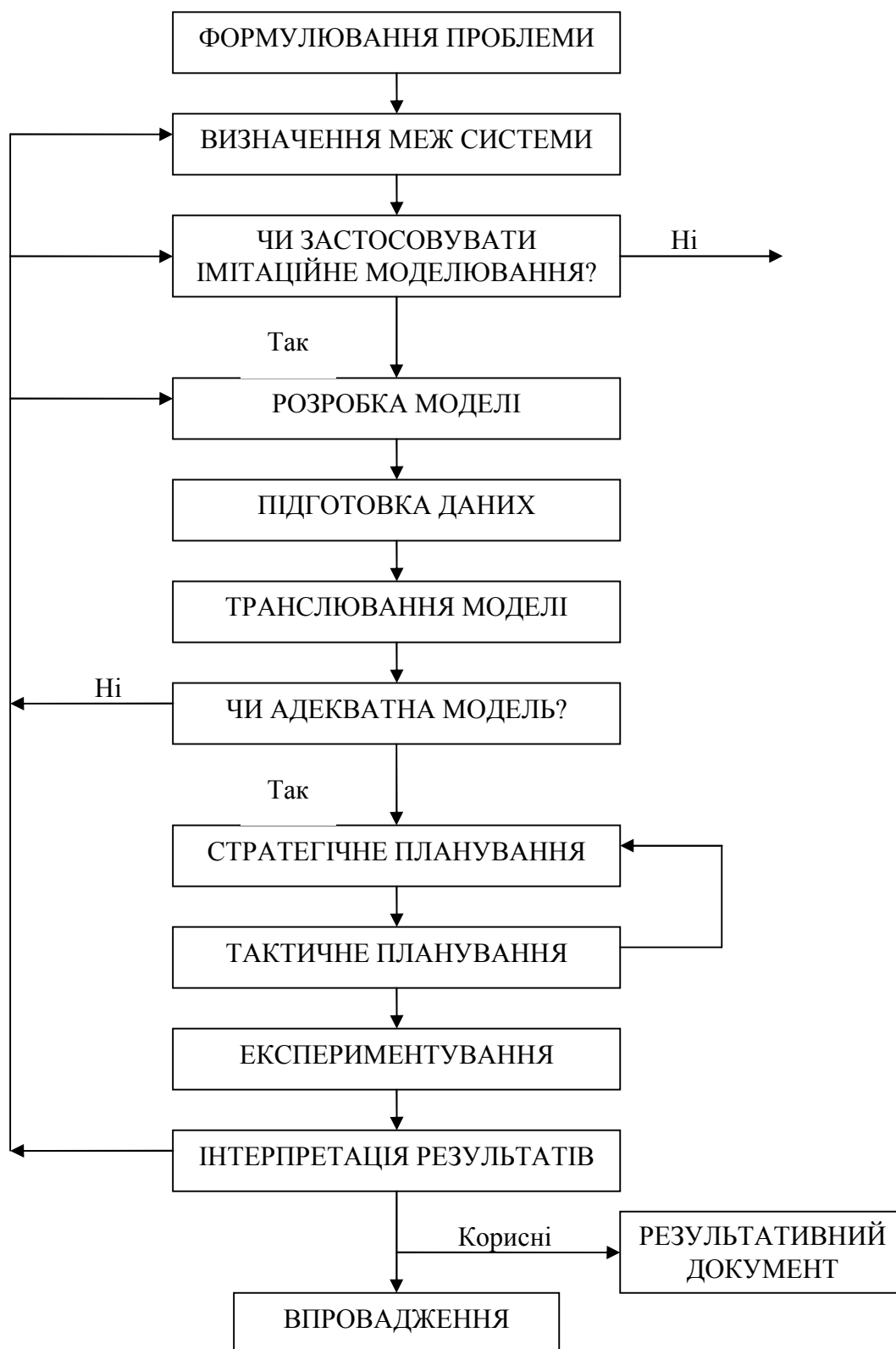


Рисунок 9.5 – Блок-схема процесу імітаційного моделювання [5, с. 40]

Закріплені за робітником-багатоверстатником верстати час від часу зупиняються і простоюють доки він не підійде і не усуне несправність. Якщо одночасно зупиняться два або більше верстатів, робітник зможе підійти спочатку до одного з них, отже інші в очікуванні ремонту будуть простоювати і

не давати продукції. Така ситуація робить актуальною задачу обслуговування верстатів. Виробничі втрати мають місце і під час ремонту, і у час очікування обслуговування. Продуктивність кожного верстату і кожного робітника залежить від частоти ремонтів, їх тривалості, кількості верстатів, що обслуговуються одним робітником. Тому важливо встановити кількість робітників, які потрібні для обслуговування певної кількості верстатів.

Постановка задачі [8].

Існує група верстатів, до того ж у зв'язку з різним ступенем зношеності верстати мають різні характеристики. Верстат може перебувати як у робочому стані, так і бути вимкненим через ремонт, налагодження.

Кожний верстат є джерелом завдань. Усього в результаті аналізу були виокремлені п'ять типів завдань, наприклад, встановлення нової заготовки, ремонт верстату і т. д. Кожне завдання характеризується періодичністю появи, тривалістю виконання, резервом часу на виконання, мінімальною і максимальною чисельністю бригади, яка здатна його виконати. Періодичність (час між двома послідовними появами одного і того ж завдання) може залежати як від часу роботи верстату, так і від реального часу. Наприклад, моменти встановлення заготовок у верстат визначаються темпом роботи верстату, у той час як моменти занесення робітником записів в журнал обліку є функцією реального часу. Як правило припускають, що інтервали між сусідніми появами однієї і тієї ж події (завдання) підлягають експоненційному закону розподілу або розподілу Ерланга, або якомусь іншому стандартному розподілу. Таке припущення має бути обов'язково перевірене на реальних даних. Окремі завдання можуть або повинні виконуватися не одним робітником, а цілою бригадою. Тоді має бути заданий час для виконання усіх можливих варіантів завдання.

Крім того, для деяких завдань може вводитися резерв часу, котрий означає, що завдання може бути готовим до виконання і очікувати на обслуговування протягом певного резерву часу і не призведе до простою.

Завдання виконуються робітниками різних професій, різної кваліфікації. Деякі завдання можуть виконуватися робітниками-підсобниками. Існують і такі завдання, що повинні виконуватися робітниками кількох професій. Час обслуговування завдання є випадковою величиною з відомим законом розподілу. Основні характеристики завдань і розподілу тривалості їх обслуговування наведені у таблиці 9.2.

Вводяться пріоритети в обслуговуванні завдань. Кожне завдання може мати один з трьох пріоритетів: 1) може переривати інші завдання, але саме не може бути перерваним; 2) не може переривати і не може бути перерваним; 3) не може переривати, але може бути перерваним.

Крім того, для нетермінових завдань (тобто таких, що можуть бути відкладені у разі відсутності робочої сили), вводиться додаткова категорія. Ці завдання не викликають накладання операцій обслуговування, проте збільшують робоче навантаження.

Таблиця 9.2 – Приклад опису характеристик завдань [5, с. 44]

№ завдання	Спеціальність робітника	Необхідний стан верстату	Може переривати інші завдання	Може бути перерваним	Закон розподілу часу надходження		Закон розподілу інтервалів резервного часу		Закон розподілу часу виконання завдання		Чисельність бригади <sup>2</sup>	Коефіцієнт ефективності бригади	Метод планування
					Тип <sup>1</sup>	Математичне очікування (параметри)	Тип <sup>1</sup>	Математичне очікування (параметри)	Тип <sup>1</sup>	Математичне очікування (параметри)			
1	Верстатник	Вимкнений	Так	Ні	Е	25	Д	0	Н	2,5 (середнє квадратичне відхилення 0,5)	1 2	1,6	Призначається на верстат той, хто виконав попереднє завдання
2	Верстатник або підсобний робітник	Ввімкнений	Так	Ні	Е	40	Д	30	Т	4 (межі 3-5)	1 1	1,0	Призначається за готовністю до виконання
3	Підсобний робітник	Ввімкнений або вимкнений	Ні	Ні	Д	18	Д	20	Т	2 (межі 1,5-2,5)	1 1	1,0	Призначається за готовністю до виконання
4	Верстатник або підсобний робітник	Ввімкнений або вимкнений	Ні	Так	Р	8 (межі 3-13)	Р	3	Р	1 (межі 0,5-1,5)	1 1	1,0	Стає у чергу на верстат, де розпочате виконання іншого завдання
5	Слюсар-ремонтник	Вимкнений	Так	Ні	Е	80	Д	0	Е	10	1 1	1,0	Призначається на верстат той, хто виконав попереднє завдання

<sup>1</sup> Д – детермінована величина; Н – нормальний; Р – рівномірний; Е – Ерланга; Т – трикутний розподіл<sup>2</sup> Трудомісткість завдання (у люд.-хв.) при максимальній чисельності бригади обчислюється множенням часу, потрібного бригаді мінімального складу на коефіцієнт ефективності. У разі бригади змінної чисельності цей час встановлюється лінійною інтерполяцією між часом для найбільшої і для найменшої чисельності



Припустимо, що підприємство розпочинає випуск нового типу виробів. Є шість верстатів, що виготовляють ці вироби та потребують періодичного обслуговування з боку робітників-верстатників. Деякі види завдань на обслуговування з'являються за графіком, у той час як інші виникають у випадкові моменти часу. Верстаті обслуговуються робітниками трьох спеціальностей – верстатником, підсобним робітником і слюсарем-ремонтником, які мають різну погодинну тарифну ставку. Відмінності у рівні кваліфікації не дозволяють кожному робітникові виконувати всі операції. Відомі втрати виробництва за одиницю часу простою верстату. Необхідно визначити оптимальну кількість робітників кожної категорії, при якій сума витрат на роботу і втрат внаслідок простою верстатів внаслідок несвоєчасного обслуговування буде мінімальною.

Вибір методу вирішення.

Розв'язок поставленої задачі визначення необхідної чисельності робітників може бути отриманий одним із наступних традиційних методів.

1. *Використання таблиць режимів.* Недолік цього методу – необхідність занадто спрощеної постановки задачі, оскільки при складанні таблиць діють наступні обмеження: однотипність верстатів, однакова кваліфікація операторів, здатність кожного з них працювати на будь-якому верстаті, виконання одного завдання лише одним оператором, недопустимість переривання завдань з низьким пріоритетом при появі більш пріоритетних завдань.

2. *Теорія черг.* У випадку, коли потоки завдань є пуасонівськими, час їх обслуговування розподілений за експоненційним законом, з прийнята дисципліна обслуговування – „першим надійшов – першим обслуговується”, для вирішення такої задачі можна застосувати апарат *теорії масового обслуговування*. Але більшість цих припущень на практиці не виконуються. Крім того, такий підхід не дозволяє дослідити інші дисципліни обслуговування завдань

Зазначені недоліки і обмеження не дозволяють використати вищенаведені методи для розв'язання поставленої задачі. Однак вони були використані для отримання першого наближення оцінок чисельності робітників.

Опис моделюючої програми.

Для розв'язання задачі була розроблена імітаційна модель, вхідні та вихідні характеристики якої представлені на рисунку 9.6. Вхід охоплює дані щодо виконуваних завдань і конфігурацію людино-машинної системи. На виході визначаються тривалість роботи, ремонту та вимушених простоїв для кожного верстату, навантаження і ступінь використання кожного верстатника, а також накопичуються статистичні дані, що одержують у ході роботи моделі.

На рисунку 9.7 наведена структурна схема моделюючої програми.

Модель працює у різних режимах, що забезпечують різний рівень деталізації вихідних даних.

У таблицю 9.3 зведені всі вихідні параметри за результатами моделювання. Отримане на моделі зведення за верстатами містить середні значення ві діапазон зміни часу роботи, ремонту і вимушеного простою

верстатів за модельований період часу. Зведення за верстатниками показує робоче навантаження, час роботи і час простоїв кожного з них. Зведення за завданнями дає частоту появи, тимчасові затримки і вимушені простої по кожному завданню.

Пріоритети стосовно обслуговування завдань призначалися наступним чином. Відносні пріоритети визначаються за даними про резерви часу модельованою програмою. Завдання з мінімальним резервом повинно видаватися операторові першим. Серед завдань з однаковими резервами часу перший первинним є завдання з найкоротшим часом виконання. При пошуку шляхів скорочення часу виконання завдань ці правила можна ускладнювати і проаналізувати більш складні вихідні результати.

Ця імітаційна модель була застосована для розв'язання задачі визначення оптимальної чисельності робітників для обслуговування групи з шести верстатів. У результаті аналізу очікуваного інтервалу надходження завдань та часу їх виконання було визначено робоче навантаження і зроблений висновок про доцільність використання від трьох до шести робітників для обслуговування цієї групи верстатів. Задіяння теорії масового обслуговування дозволило встановити оцінку оптимальної кількості робітників: три верстатники або троє підсобних робітників і два слюсарі-ремонтники. При цьому загальний очікуваний час, протягом якого верстат не працюють, склав за оцінкою 51%. Для уточнення необхідної чисельності робітників для обслуговування верстатів була використана імітаційна модель.

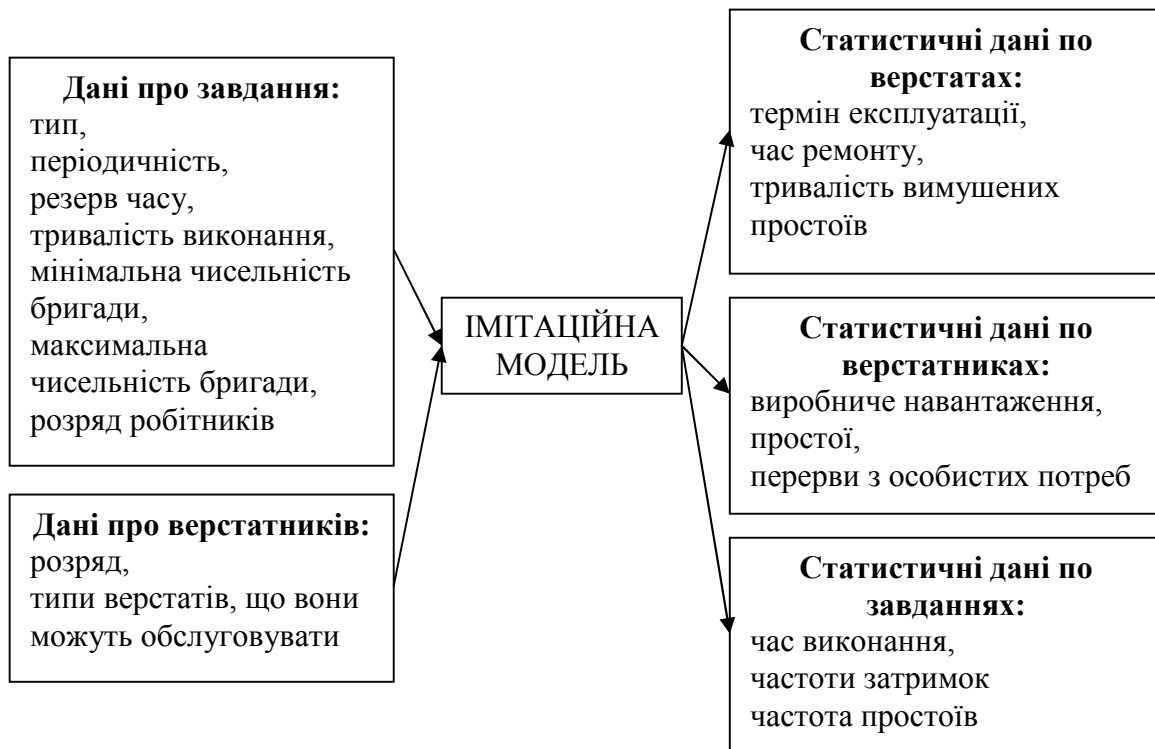


Рисунок 9.6 – Вхідні та вихідні характеристики імітаційної моделі визначення необхідної для обслуговування верстатів кількості робітників [5, с. 45]

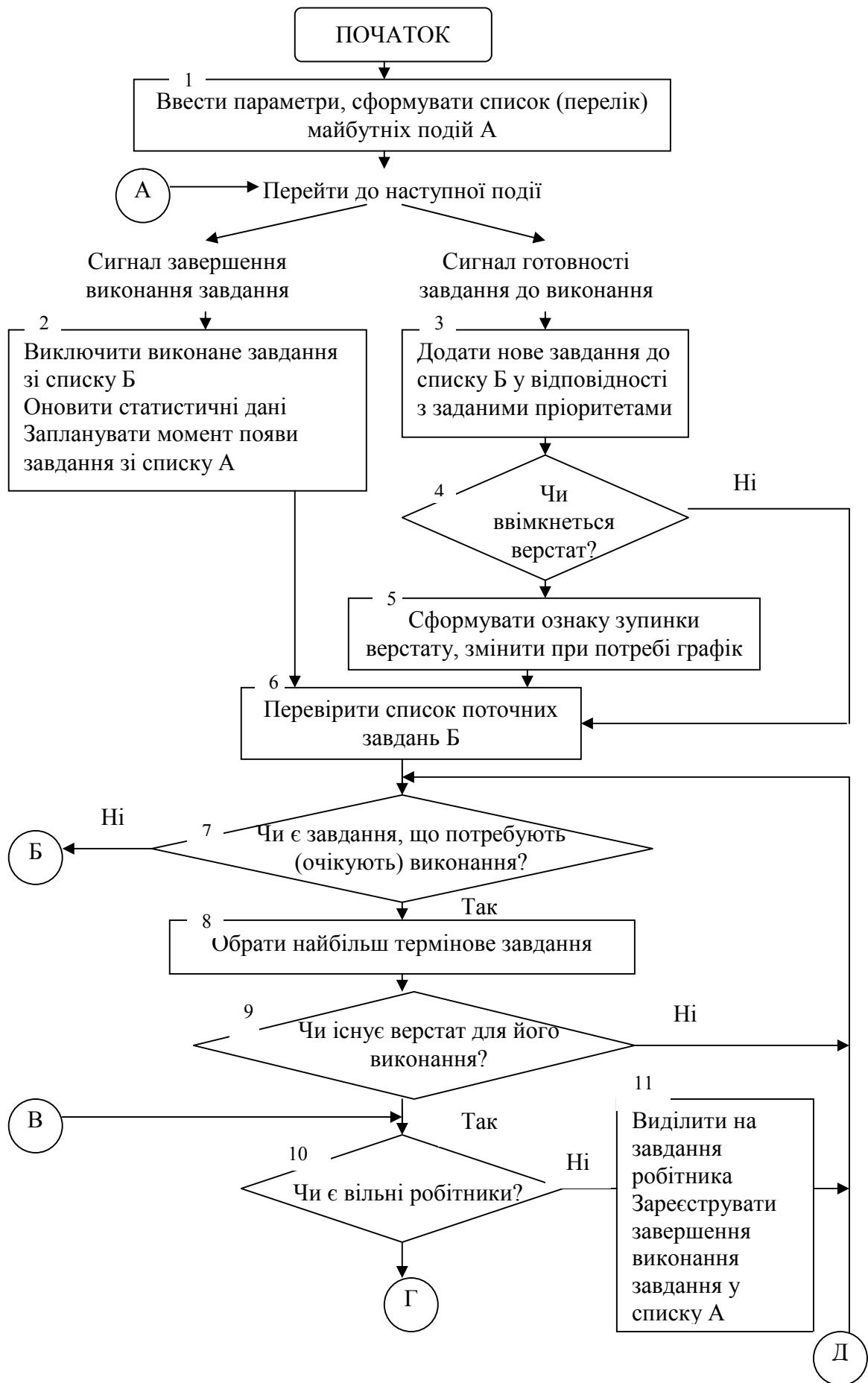
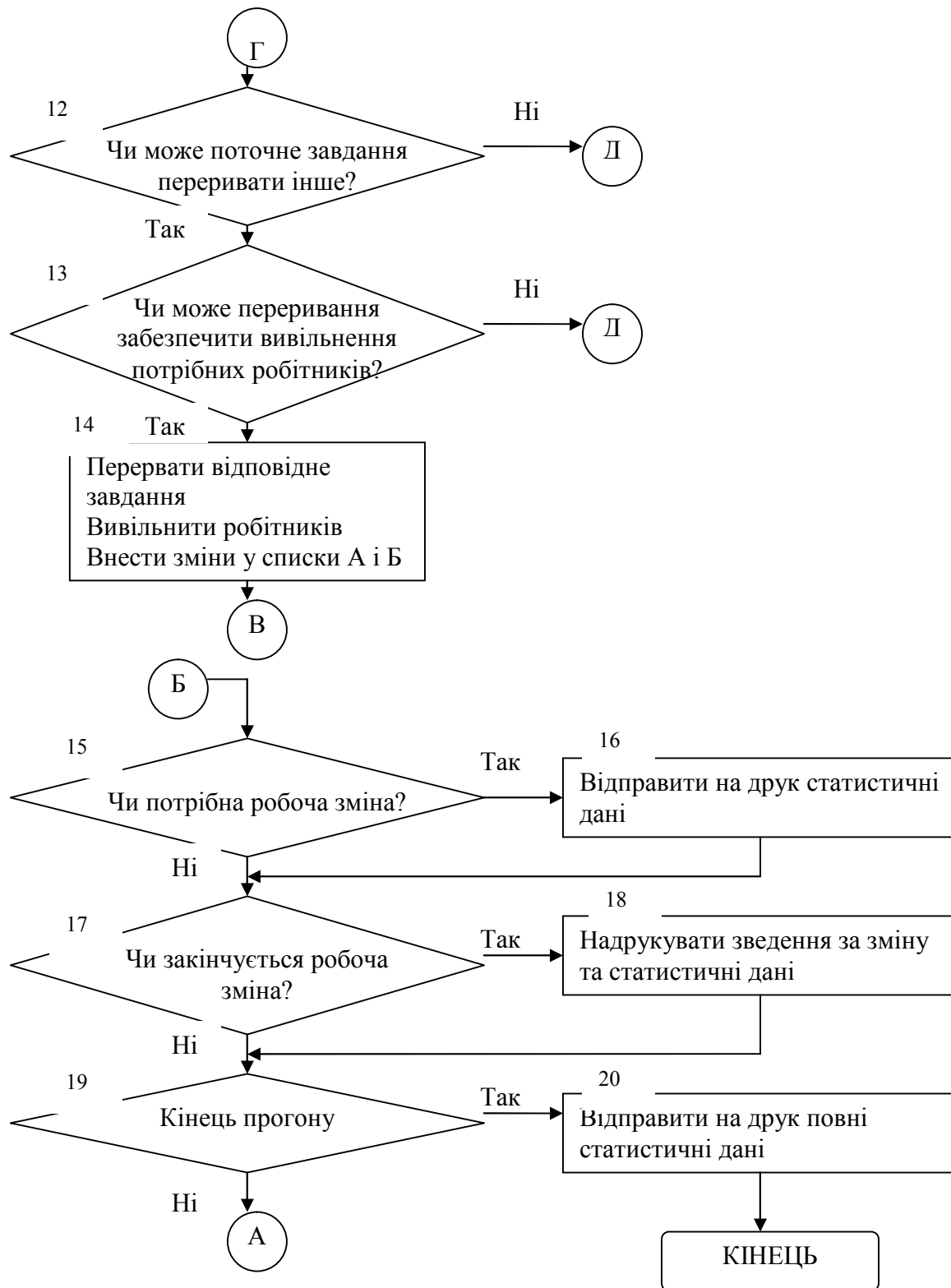


Рисунок 9.7 – Блок-схема моделюючої програми [5, с. 46-47]

Закінчення рисунку 9.7



Таблиця 9.3 – Зведення результатів імітаційного моделювання [5, с. 48]

Статистичні дані по верстатах								
Середній час роботи без простоїв	377,698	Відсоток часу роботи без простоїв	78,685					
Мінімальна межа	278,944	Максимальна межа	408,563					
Середній час простоїв	102,311	Відсоток часу простоїв	21,315					
Середня тривалість ремонту	83,835	Відсоток часу ремонту	17,466					
Мінімальна межа	45,655	Максимальна межа	139,464					
Середній час очікування	18,454	Відсоток часу очікування	3,845					
Мінімальна межа	5,180	Максимальна межа	53,656					
Статистичні дані по верстатниках								
№ верстатника	Розряд	Навантаження		Особистий час		Простої		
		год.	%	год.	%	год.	%	
1	1	287,95	56,46	90,00	17,65	132,03	25,89	
2	1	255,71	50,14	90,00	17,65	164,27	32,21	
3	2	263,38	51,84	90,00	17,65	156,60	30,71	
4	2	208,59	40,90	90,00	17,65	211,39	41,45	
5	3	173,57	34,03	90,00	17,65	246,41	48,32	
6	3	90,67	17,78	90,00	17,65	329,31	64,57	
Статистичні дані по завданнях								
№ завдання	Тип	Частота появи протягом зміни	Середня тривалість виконання	Час на завдання, %	Максимальний інтервал між завданнями	Відсоток завдань, виконаних із затримкою	Максимальна тривалість затримки	Частота надходження заявок під час виконання попереднього завдання
1	2	15,45	2,30	18,90	3,90	32,61	6,86	4
2	1	9,79	3,99	20,74	4,97	17,45	4,33	0
3	3	21,25	2,00	22,60	2,46	44,90	18,17	1
4	3	34,42	0,79	14,37	1,49	30,99	17,52	3
5	2	4,62	9,52	23,38	50,82	18,92	39,74	0

Імітаційне моделювання виконувалося для груп з трьох і шести верстатів. Результати аналізу, представлені у таблиці 9.4, вказують на те, що оптимальний склад робітників наступний: двоє верстатників (В), двоє підсобників (П) та двоє слюсарів (С). При цьому відносний час простою 21,3%, сумарні витрати за годину становлять 72,34 од. в.

Таблиця 9.4 – Результати моделювання для групи з шести верстатів [5, с. 48-49]

Склад бригади	Відносний час простоїв	У розрахунку на годину, од. в.		
		Витрати на робочу силу	Втрати від простоїв	Сумарні витрати
2 В, 2 П, 1 С	0,280	26	50,40	76,40
1 В, 2 П, 1 С	0,345	21	62,10	83,10
3 В, 2 П, 1 С	0,280	31	50,40	81,40
2 В, 1 П, 1 С	0,320	22	57,60	79,60
2 В, 3 П, 1 С	0,280	30	50,40	80,40
3 В, 1 П, 1 С	0,325	27	58,50	85,50
1 В, 3 П, 1 С	0,300	25	54,00	79,00
1 В, 2 П, 2 С	0,290	29	52,20	81,20
2 В, 2 П, 2 С	0,213	34	38,34	72,34
2 В, 1 П, 2 С	0,286	30	51,48	81,48
1 В, 3 П, 2 С	0,280	33	50,40	83,40
3 В, 1 П, 2 С	0,261	35	46,98	81,98
3 В, 3 П, 1 С	0,255	35	45,90	80,90
3 В, 2 П, 2 С	0,205	39	36,90	75,90
2 В, 3 П, 2 С	0,203	38	36,54	74,54
3 В, 3 П, 2 С	0,195	43	35,10	78,10

Прогони імітаційної моделі повторювалися до отримання стійкої оцінки для відносного часу простоїв з точністю до 0,05. Витрати на робочу силу у розрахунку на одну годину, од. в.: верстатник (В) – 5; підсобний робітник (П) – 4; слюсар–ремонтник (С) – 8. Втрати від простоїв у розрахунку на верстат за годину – 30 од. в.

Імітаційна модель дозволила не лише визначити оптимальну чисельність робітників, а й виконати дослідження різних чинників та організаційних заходів, що впливають на критерій ефективності системи. Зокрема, потрібно було з'ясувати, якого ефекту можна досягти, якщо скасувати обмеження, що не дозволяє ремонтникам допомагати в роботі верстатникам. З цією метою у модель була введена умова про те, що ремонтник не зайнятий безпосередньо ремонтом верстатів, допомагає верстатнику. У результаті простої скоротилися з 21,3% до 19,7%, а витрати зменшилися на 23 од. за зміну.

У ході дослідження впливу зміни резерву часу на його виконання було

з'ясовано, що зменшення резерву часу  $T_{рез}^{сп}$  може призвести до збільшення

часу простоїв  $\tau_{np}$ , і навпаки. В імітаційній моделі були виконані прогнози для різних резервів часу. На рисунку 9.8 наведений графік відповідної залежності, з

якого впливає, що збільшення резервів часу більше 3 хв. уже майже не змінює вимушених простоїв.

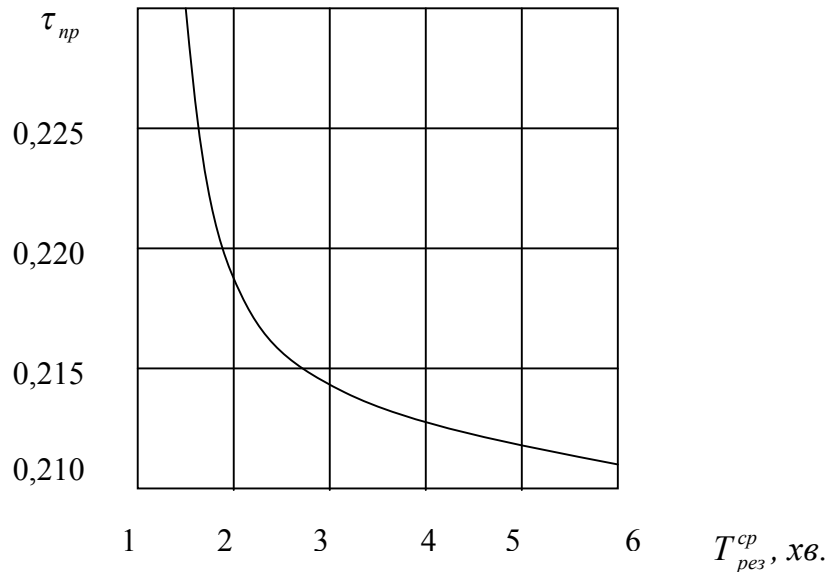


Рисунок 9.8 – Залежність часу простоїв від резерву часу [5, с. 50]

Здійснені розробниками моделі експерименти підтвердили достатньо високу гнучкість імітаційної моделі. Вона може також використовуватися у задачах, безпосередньо не пов'язаних з обслуговуванням верстатів, для аналізу систем зі скінченною кількістю джерел заявок і скінченним числом обслуговуючих засобів (приладів).

### Перелік посилань до теми 9

1. *Статистичний щорічник України за 2014 рік* / [за ред. І. М. Жук]. – К. : Державна служба статистики України, 2015. – 586 с.
2. *Жардин Э.* Техническое обслуживание оборудования / Жардин Э. // Исследование операций / [под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби]. – М. : Мир, 1981. – Т. 2 : Модели и применения. – С. 344-363.
3. *Pierskalla W. P., Voelker J. A.* A Survey of Maintenance Models: the Control and Surveillance of Deteriorating Systems (1976), Nav. Res. Log. Quart. – No. 3. – P. 353-388.
4. *Советов Б. Я.* Моделирование систем : учебн. [для вузов] / Б. Я. Советов, С. А. Яковлев. – М. : Высш. шк., 2001. – 343 с.
5. *Зайченко Ю. П.* Исследование операций : учеб. пособ. [для студ. вузов] / Зайченко Ю. П. – К. : Вища школа. Головное изд-во, 1979. – 392 с.
6. *Гайтан Е. Н.* Порівняльна характеристика засобів імітаційного моделювання Arena Rockwell Software і GPSS World Student Version / Е. Н. Гайтан, С. М. Перетяцько // Сьома міжнародна наук.-практ. конф. „Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС ‘2012”. Тези доповідей. – Чернігів-Жукин. – 27-30 червня 2012 р. – С. 244-248.
7. *Карпов Ю.* Имитационное моделирование систем. Введение в моделирование с AnyLogic 5 / Карпов Ю. – СПб. : БХВ-Петербург, 2005. – 400 с.
8. *Шеннон Р.* Имитационное моделирование систем – искусство и наука : моногр. / Шеннон Р. – М. : Мир, 1978.



### Питання для самоперевірки до теми 9

1. Класи задач технічного обслуговування обладнання, що потребують застосування математичних моделей.
2. Детерміновані економіко-математичні моделі оновлення обладнання.
3. Сутність імітаційного моделювання.
4. Чим імітаційні моделі відрізняються від оптимізаційних?
5. Умови, у яких може бути доцільним використання імітаційного моделювання.
6. Обмеження і недоліки імітаційного моделювання.
7. Кроки практичної реалізації імітаційного моделювання.
8. Задачі економіки, що можуть вирішуватися на основі імітаційного підходу.



## Тема 10

# ОГЛЯД І АСПЕКТИ КЛАСИФІКАЦІЇ ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ УПРАВЛІННЯ ПОСТАЧАННЯМ ТА МАТЕРІАЛЬНИМИ ЗАПАСАМИ

---

**Мета вивчення теми** – узагальнення основних чинників, що впливають на обсяги утворення запасів, систематизація видів запасів матеріальних ресурсів, витрат, пов'язаних з управлінням ними, основних типів економіко-математичних моделей регулювання запасів та комп'ютерних програм, доступних на ринку України, що реалізують моделі і методи управління постачанням і запасами матеріальних ресурсів.

**Ключові слова:** *матеріальні ресурси, запаси, моделі регулювання запасів, програмні продукти, управління.*

### **10.1 Види запасів матеріальних ресурсів та основні типи математичних моделей управління ними**

Глобалізація світового господарства, зростання взаємозалежності національних економік і все більш тісна їх інтеграція, перерозподіл знань, інформації та капіталу із країн з їхнім відносним надлишком у країни з їх дефіцитом, де у надлишку є інші фактори виробництва – праця, земля, корисні копалини, що не можуть бути раціонально використані у відтворювальних процесах через брак інформації та капіталу, є визначальними чинниками розвитку сучасної світової економіки. Ці процеси стимулюються потребою у зменшенні ризиків шляхом розміщення капіталу в різних країнах, прагненням наблизити виробництво до перспективних ринків збуту, раціоналізувати оподаткування і митні платежі, можливістю і необхідністю вирівнювання

економічних умов у різних країнах [1]. Ера суспільств знання, що послідовно приходить на зміну індустріальній та інформаційній епохам, з точки зору ЮНЕСКО „відкриває шлях до гуманізації процесу глобалізації”, дозволяє знаходити, продукувати, опрацьовувати, перетворювати, поширювати і використовувати інформацію з метою отримання і застосування необхідних для людського розвитку знань [2].

Для підвищення конкурентних переваг суб'єктами господарювання у всьому світі прискорено запроваджуються нові сучасні інформаційно-комунікаційні технології та рішення щодо створення інформаційних ресурсів і запровадження електронних технологій. Сучасний ринок програмного забезпечення у галузі логістики достатньо великий і включає програмні продукти різної спрямованості та характеристик. Проте системи матеріально-технічного постачання трансформуються відповідно до сучасних світових тенденцій [3] на засадах принципів системного і логістичного підходів, раціональності, ідентифікації витрат, транспарентності, довірчих відносин, рівності підходу і забезпечення чесної конкуренції; відбувається зміщення ролі постачання в управлінні підприємством від вирішення тактичних завдань, обслуговування його поточних потреб до вирішення стратегічних [4], що підвищує актуальність проблеми ефективного управління запасами матеріальних ресурсів.

Проблемам методики, теоретичного і практичного обґрунтування необхідності формування, використання та контролю оборотних матеріальних активів присвячені дослідження вітчизняних науковців Ф. Ф. Бутинця, Л. М. Кіндрацької, В. М. Пархоменка, В. В. Сопко, О. А. Зоріної та зарубіжних вчених Б. І. Валуєва, В. Ф. Палія, Я. В. Соколова та ін. Питання, пов'язані з обліком матеріальних запасів, розглядаються у роботах К. Л. Багрія, Ю. Бакун, О. В. Данілочкіна, В. О. Голод, Ю. Єгорова, К. В. Поповича, Г. О. Роганова, М. С. Самко, а з проблемами формування запасів – І. Буфатіною, Р. Грачовим, А. Дмитрівим, І. Лобзем, В. Пантелєєвим, А. Харитоновною. В Україні тільки впродовж 2000-2015 рр. було захищено близько півсотні дисертацій на здобуття наукового ступеня кандидата економічних наук, пов'язаних з управлінням матеріальними запасами, проте практика досі потребує підтримки прийняття рішень щодо ефективного управління запасами матеріальних ресурсів [22].

Все те, на що існує попит і що тимчасово виключене зі споживання, називається *запасом* (матеріальних ресурсів, грошових засобів, потужностей, трудових ресурсів і т.д.) [5, с. 211]. Обсяги утворення товарних і виробничих запасів, узагальнена класифікація яких представлена у таблиці 10.1, визначаються наступними основними факторами:

- 1) необхідністю гарантування безперервного забезпечення виробничого процесу з метою його неперервності;
- 2) періодичністю (сезонністю) виробництва окремих сорторозмірів виробів у постачальників, пов'язаною з доцільністю випуску продукції оптимальними за обсягами партіями, простоями обладнання й ін.;

3) особливостями транспортування виробів від територіально віддалених постачальників до споживачів, за винятком трубо- та електропровідного видів постачання, де транспортування може здійснюватися безперервно;

4) розбіжностями ритмів продукування (постачання) матеріальних запасів з ритмами їх споживання;

5) ризиками несприятливої зміни ринкових цін на сировину, матеріали або кінцеву продукцію.

Таблиця 10.1 – Види запасів матеріальних ресурсів

Групи	Підгрупи
Товарні – частина сукупних запасів, що перебувають в обігу	Збутові – запаси готової продукції у підприємств-виробників, призначені для відправлення конкретним споживачам або на проміжні склади системи матеріально-технічного постачання
	Транспортні – запаси „у дорозі”
	Складські – запаси, зосереджені на проміжних складах і базах системи матеріально-технічного постачання
Виробничі – частина сукупних запасів, що перебувають безпосередньо у споживачів, але не вступили у виробничий процес	Технологічні (підготовчі) – утворюються у випадку, коли ресурси, які надійшли, потребують попередньої обробки (сортування, сушка і т.д.)
	Міжопераційні – запаси незавершеного виробництва, що утворюються між окремими операціями внаслідок різної тривалості їх виконання
Виробничі і товарні	Поточні – частина виробничого або товарного запасу, призначена для забезпечення потреб виробництва при неспівпадінні термінів і розмірів надходження і використання матеріальних ресурсів
	Страхові – частина виробничого або товарного запасу, призначена для забезпечення виробництва у випадку різного роду випадкових відхилень від плану, викликаних випадковими коливаннями попиту, обсягів поставок, затримками поставок та ін.
	Нормативні – запаси, що дозволяють забезпечити ритмічність діяльності на конкретному наперед заданому інтервалі [10, с. 100]

*Витрати*, пов’язані з роботою системи управління запасами, можна поділити на наступні *види*: витрати, пов’язані з формуванням запасів; витрати, пов’язані зі зберіганням запасів; втрати через відсутність запасів або несвоєчасне постачання. Економічне регулювання запасів включає встановлення доцільної партії поставки, регламентацію періодичності поставок, кращих термінів відвантаження і отримання матеріалів [11].

В теорії управління запасами виокремлюються наступні *типи моделей*:

– модель Уілсона визначення партії замовлення за умов рівномірного попиту і можливості миттєвого виконання замовлення, що мінімізує витрати на зберігання і обслуговування запасу;

– однопродуктова детермінована статична модель оптимального управління запасами з можливим дефіцитом; основні модифікації детермінованої однопродуктової статичної моделі: заборона дефіциту,

відсутність можливості зберігати запас, поповнення запасів здійснюється миттєво через певні проміжки часу, поповнення запасів здійснюється миттєво, причому виникнення дефіциту неприйнятне;

– динамічна однопродуктова детермінована модель управління запасами та випуском продукції;

– однопродуктова імовірнісна статична модель управління запасами;

– у випадку багатопродуктових запасів детерміновані моделі поділяються на три типи: у яких взаємодія продуктами виявляється після постачання; з повним суміщенням замовлень (повне укомплектування партій у відповідності з технологічним комплектом і т.ін.); з частковим поєднанням замовлень.

*Економіко-математичні моделі та відповідні методи оптимізації запасів* за критерієм мінімізації витрат пов'язаних з їх зберіганням і відновленням, що дозволяють обґрунтовано планувати потребу у матеріальних ресурсах, складських площах і механізмах, систематизовані в [10, с. 97-136], [12]-[21] та ін. Розроблені і підтвердили свою ефективність численні інваріанти вищенаведених моделей. Але основні моделі регулювання постачання і запасів базуються на припущеннях та не враховують обмеженості терміну придатності як сировини, так і кінцевого продукту, що в загальному випадку призводить до збільшення витрат на зберігання матеріальних ресурсів на величину суми зіпсованої продукції у грошовому виразі.

## 10.2 Багатопродуктові економіко-математичні моделі регулювання запасів при обмежених сумах наявних обігових коштів та площах для зберігання запасів. Інформаційні технології в логістиці

На практиці обмеженість ресурсів, а також конкретні умови виробництва і постачання вимагають коригування розмірів партії у порівнянні з абсолютно оптимальними, що визначаються, наприклад, на основі моделі Уілсона [5, с. 214-215]. Зокрема, підприємство не може виконати великі замовлення через обмеженість обігових коштів або відсутність відкритих і закритих сховищ і ємностей для зберігання запасів. І навпаки, незначні запаси можуть виявитися не вигідними для постачальника через часте переналагодження обладнання, що знижує його продуктивність і погіршує використання робочої сили, або через те, що мінімальний обсяг відвантаження не повинен бути меншим за місткість контейнера (вагону), оскільки транспортні тарифи нараховуються у розрахунку на контейнер чи вагон, незалежно від повноти завантаження, і т.д.

Економіко-математична модель задачі мінімізації витрат, пов'язаних з утворенням і зберіганням запасів, яка враховує обмеження при зберіганні кількох видів запасів, може мати наступний вигляд.

Знайти  $q_j, \quad j = \overline{1; k}$ , що

$$\min: C_T = \frac{R_l}{q_l} \sum_{j=1}^k c_{q_j} + \frac{q_l T}{2R_l} \sum_{j=1}^k c_{l_j} R_j \quad (10.1)$$

при обмеженнях

$$K = \frac{q_1}{R_1} \sum_{j=1}^k c_j R_j \leq K_0, \quad (10.2)$$

$$f = \frac{q_1}{R_1} \sum_{j=1}^k f_j R_j \leq f_0, \quad (10.3)$$

$$h = \sum_{j=1}^k h_j = \sum_{j=1}^k \left[ \frac{R_j}{q_j} \right] \leq h_0, \quad (10.4)$$

де  $q_j$  – розмір партії  $j$ -го ресурсу (продукції),  $j = \overline{1; k}$ ;

$C_T$  – витрати, пов'язані з формуванням і зберіганням запасу для задоволення

потреб підприємства у плановому періоді:  $C_T = \sum_{j=1}^k \left( \frac{c_{q_j} R_j}{q_j} + \frac{c_{1_j} q_j T}{2} \right)$ , але у випадку асортименту попиту розміри партій повинні бути йому пропорційні

$$q_1 : q_2 : \dots : q_k = R_1 : R_2 : \dots : R_k$$

або

$$\frac{q_1}{R_1} = \frac{q_2}{R_2} = \dots = \frac{q_k}{R_k}, \quad (10.5)$$

тому цільова функція набуває вигляду (10.1), тобто перетворюється на функцію однієї змінної  $q_1$ ;

$R_j$  – попит на  $j$ -й ресурс у плановому періоді;

$c_{q_j}$  – витрати, пов'язані з організацією замовлення (виробництва) однієї партії  $j$ -го ресурсу (продукції), що не залежать від розміру партії, грош. од.;

$c_{1_j}$  – витрати на зберігання одиниці  $j$ -го ресурсу (продукції) за одиницю часу (пропорційні розміру партії), грош. од.;

$T$  – тривалість планового періоду, дні;

$K$  – змінний рівень обігових коштів, залежний від  $q$ , а  $K_0$  – заданий рівень капіталовкладень, грош. од.;

$c_j$  – вартість одиниці  $j$ -го ресурсу, грош. од.;

$f_j$  – складська площа, яку займає одиниця  $j$ -го ресурсу, м<sup>2</sup>;

$h_j$  – число замовлень партій  $j$ -го ресурсу протягом планового періоду;

(10.2) – обмеження щодо суми наявних обігових коштів з урахуванням асортименту попиту; (10.3) – обмеження, що стосується наявної на підприємстві площі складів для зберігання запасів (з урахуванням асортименту попиту); квадратні дужки у (10.4) означають цілу частину числа.

Для визначення мінімуму функції (10.1) з урахуванням асортиментного

попиту необхідно визначити похідну  $\frac{\partial C_T}{\partial q_l}$ , прирівняти її до нуля, тоді

$$q_l^* = R_l \sqrt{\frac{2 \sum_{j=1}^k c_{q_j}}{T \sum_{j=1}^k c_{l_j} R_j}} \quad (10.6)$$

і з формули (10.4)

$$q_j = \frac{q_l}{R_l} R_j, \quad j = \overline{1; k}.$$

Для визначення наскільки виправданим буде залучення додаткових коштів скороченням витрат формування і зберігання запасу умовно-оптимальний розмір партії (10.6) підставляється у нерівність (10.2). Якщо вона виконується, розв'язок (10.6) остаточний, оскільки вкладається в обмежену суму оборотних коштів  $K_0$ . У протилежному випадку для визначення екстремуму функції (10.1) доцільно використати метод множників Лагранжа. При цьому складається допоміжна функція  $F = C_T + (K - K_0)\theta$ , де  $\theta$  – змінний множник Лагранжа; визначаються частинні похідні функції  $F$  по  $q_l$  і по  $\theta$ , прирівнюються до нуля. З рівняння  $\frac{\partial F}{\partial \theta} = 0$  визначається  $q_l$ ; з рівняння  $\frac{\partial F}{\partial q_l} = 0$  визначається  $\theta$ . У результаті простих перетворень можна виразити  $q_l$  через  $\theta$ . Доведено [16], що при невеликих приростах обігових коштів  $\Delta K_0$  умовно-оптимальний план (10.6) покращується, забезпечуючи зниження витрат  $-\Delta C_T$ , пропорційне до  $\Delta K_0$  з коефіцієнтом пропорційності  $\theta$ :  $\Delta C_T = -\theta \Delta K_0$ .

Отже,  $\theta$  перетворюється на оцінку грош. од. обігових коштів: при збільшенні обігових коштів на 1 грош. од., витрати скоротяться на  $\theta$  грош. од.

Аналогічно на основі методу множників Лагранжа і допоміжної функції  $F = C_T + (f - f_0)\theta$  вирішується завдання оптимізації запасів з обмеженням стосовно площ.

Найбільш істотним в управлінні замовленнями є обмеження (10.4) щодо числа, а отже і розміру замовлень. З урахуванням (10.4) цільова функція набуде вигляду

$$C_T = \sum_{j=1}^k \left( c_{q_j} h_j + \frac{c_{l_j} T R_j}{2} \cdot \frac{1}{h_j} \right) \rightarrow \min. \quad (10.7)$$

У даному випадку перебір ряду значень  $h_j$ , що задовольнятимуть умову (10.4), і вибір з них умовно-оптимальних за критерієм (10.7) неминучий, оскільки диференціювання функції (10.7) по  $h_j$  неприпустиме через цілочисельність  $h_j$ .

При врахуванні кількох обмежень одночасно слід враховувати, що (10.2) і (10.3) обмежують розмір партії зверху, а (10.4) – знизу. У першому випадку обирається розмір партії, що задовольняє найбільш жорстку умову; у другому задача має розв’язок за умови існування таких розмірів партій, що задовольняють двохсторонні нерівності.

Оптимізація запасів з використанням методів математичного аналізу за критерієм мінімізації сумарної величини витрат щодо їх зберігання і відновлення дозволяє обґрунтовано планувати потребу у матеріальних ресурсах, складських площах і механізмах.

Порівняльний аналіз [22] доступних на ринку програмних засобів для управління матеріальними потоками за їх функціональними можливостями: постачання/закупівлі, складські операції, продажі та маркетинг дозволяє стверджувати, що найбільш широкі можливості надають пакети BEST (Business Environment Strategic Toolkit – стратегічний інструмент бізнесу) [23], Парус, Галактика, Ахарта і Ахарта Retail [24], [25]. Бухгалтерам-аналітикам доцільною для застосування може бути програма „1С: Управление торговлей 11.1.2.22” (рис. 10.1), яка має широкі можливості підготовки усіх необхідних документів, управління рухом товарів і ціноутворенням, прийому замовлень і контролю їх виконання, оптимізації складських запасів, аналізу товарообігу, планування закупівель і поставок.

N	Номенклатура	Характеристика номенклатуры	Способ определения	Значение точки заказа Страховой запас	Ед.	К.	% значения точ... % страхового з...	Дата нач. Дата кон.	Склад
1	Пакети для молока		Оптимальный размер заказа	17.665 7.665	шт	1,000			
2	Порошок		Оптимальный размер заказа	15.987 5.987	шт	1,000			
3	Пакети для зефиру		Оптимальный размер заказа	12.344 2.344	шт	1,000			
4	Пакети для сметани		Оптимальный размер заказа	10.500 500	шт	1,000			

Рисунок 10.1 – Визначення необхідності замовлення товарів та точки замовлення за допомогою меню „Документы → Планирование → Установка значений точки заказа” програми „1С: Управление торговлей”

Переважає більшість запропонованих на ринку програмних продуктів є обліковими, вимагають адаптації до конкретних умов бізнесу. Окремі мають вбудовану мову програмування, що дозволяє створювати власні додатки; вони високоякісні й орієнтовані на великі корпоративні структури. Проте задачі управління запасами можна вирішувати й універсальними засобами, зокрема, для оптимізаційних задач можуть використовуватися MS Excel або MathCAD, для задач з використанням методів теорії ймовірностей і математичної статистики – Statistica, Gretl та ін. статистичні програмні продукти.

### Перелік посилань до теми 10

1. *Цели* развития тысячелетия [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.undp.org.ua/ua/millennium-development-goals>
2. *К обществам* знания : Всемирный доклад ЮНЕСКО [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://unesdoc.unesco.org/images/0014/001418/141843e.pdf>
3. *Окландер М.* Трансформація системи поставок промислових підприємств / М. Окландер, Н. Меджибовська // *Економіка України*. – 2011. – №11. – С. 20-29.
4. „*A. T. Kearney*”. *Creating value through strategic supply management*. 2004 Assessment of excellence in procurement. 2005, p. 1.
5. *Сакович В. А.* Исследование операций (детерминированные методы и модели): Справочное пособие / В. А. Сакович. – Мн.: Выш. шк., 1984. – 256 с.
6. *Офіційний сайт* Національної бібліотеки ім. В. І. Вернадського. Система пошуку в електронному каталозі [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.nbuv.gov.ua/node/554>
7. *Колумбет О. П.* Бухгалтерський облік, аналіз і контроль оборотних матеріальних активів: методологія і організація. – Монографія / О. П. Колумбет. – К. : ЦП „Компринт”, 2014. – 442 с.
8. *Колумбет О. П.* Оборотні матеріальні активи як об’єкт наукового дослідження: бібліометричний аналіз / О. П. Колумбет // *Формування ринкових відносин в Україні*. – 2015. – №6(169). – С. 32-39.
9. *Сайт державної наукової установи „Український інститут науково-технічної експертизи та інформації”* [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.uintai.kiev.ua/>
10. *Карагодова О. О.* Дослідження операцій : навч. посіб. / Карагодова О. О., Кігель В. Р., Рожок В. Д. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 256 с.
11. *Економіка* логістичних систем / [за наук. ред. Є. В. Крикавського, С. І. Кубіва]. – Львів: „Львівська політехніка”, 2008. – 596 с.
12. *Букан Дж.* Научное управление запасами / Дж. Букан, Э. Кенигсберг ; пер. с англ. Е. Г. Коноваленко [под ред. Б. В. Гнеденко]. – М.: Наука, 1967. – 424 с.
13. *Алесинская Т. В.* Основы логистики. Функциональные области логистического управления / Алесинская Т. В. – Таганрог : Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. – 89 с.
14. *Анализ ABC – XYZ* в управлении материальными запасами [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://www.logistclub.com.ua/index.php?option=com\\_content&view=article&id=88&Itemid=91](http://www.logistclub.com.ua/index.php?option=com_content&view=article&id=88&Itemid=91)
15. *Испирян Г. П.* Математические методы и модели в планировании и управлении в легкой промышленности / Испирян Г. П., Рожок В. Д., Романюк Т. П. – К.: Вища школа, 1978. – 280 с.
16. *Кулиш С. А.* Математические методы в планировании материально-техническо снабжения / Кулиш С. А., Валовельская С. Н., Рабинович И. А. – К.: Вища школа, 1974. – 228 с.
17. *Лубенець С. В.* Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / С. В. Лубенець. – Львів: ПП „Магнолія 2006”, 2010. – 261 с.
18. *Гаркуша Н. М.* Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / Гаркуша Н. М., Цуканова О. В., Горошанська О. О. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://mobile.pidruchniki.ws/1081081040812/buhgalterskiy\\_oblik\\_ta\\_audit/modeli\\_i\\_metodi\\_priyn\\_yattya\\_rishen\\_v\\_analizi\\_ta\\_auditi\\_-\\_garkusha\\_nm](http://mobile.pidruchniki.ws/1081081040812/buhgalterskiy_oblik_ta_audit/modeli_i_metodi_priyn_yattya_rishen_v_analizi_ta_auditi_-_garkusha_nm)
19. *Лукинский В. С.* Моделі і методи теорії логістики : учеб. пособ. / Лукинский В. С. – С.-Пб. : Питер, 2008. – 448 с.
20. *Стерлигова А. Н.* Управление запасами в цепях поставок : учебн. / Стерлигова А. Н. – М. : ИНФРА-М, 2008. – 430 с.
21. *Ющенко Н. Л.* До питання управління матеріальними запасами з використанням



економіко-математичних моделей / Н. Л. Ющенко, А. О. Мороз // Тези доповідей VII Міжнародна наук.-практ. конф. „Математичне та імітаційне моделювання систем. МОДС ‘2012” (27-30 червня 2012 року). – Чернігів-Жукін [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://stu.cn.ua/media/files/pdf/mods2012.pdf> **22.** Ющенко Н. Л. Порівняльний аналіз програмних продуктів, що реалізують моделі і методи управління постачанням та матеріальними запасами / Н. Л. Ющенко, М. М. Ворох // Проблеми і перспективи економіки та управління : науковий журнал / Черніг. нац. технол. ун-т. – Чернігів : Черніг. нац. технол. ун-т, 2016. – № 1 (5). – С. 74-87. **23.** Ющенко Н. Л. Про системи підтримки прийняття рішень щодо матеріальних / Н. Л. Ющенко, А. М. Позднякова // Збірник матеріалів Міжнародної наук.-практ. конф. „Фінансово-економічна стратегія розвитку в умовах євро інтеграційних процесів: аспекти сталості та безпеки (5-6 листопада 2014 року) : у 2 ч. – Чернігів: ЧНТУ, 2014. – Ч. 1. – С.157-160. **24.** Сергеев В. І. Логістика: інформаційні системи і технології : навч.-практ. посіб. / Сергеев В. І., Григор’єв М. Н., Уваров С. А. – М. : Видавництво „Альфа-Пресс”, 2008. – 608 с. **25.** Системы для составления плана продаж через прогнозирование спроса и управления запасами [Електронний ресурс] – Режим доступу : <http://upravlenie-zapasami.ru/instrumenti-dlya-upravleniya-zapasami.html>



### Питання для самоперевірки до теми 10

1. Стратегія управління запасами матеріальних ресурсів: цілі, вихідні передумови і порядок розробки.
2. Суть і склад запасів матеріальних ресурсів. Показники, що характеризують стан запасів матеріальних ресурсів.
3. Чинники, які визначають розмір і швидкість обігу запасів. Аналіз сезонних коливань запасів матеріальних ресурсів.
4. Аналіз асортиментної структури запасів матеріальних ресурсів. Аналіз якості запасів.
5. Аналіз обігу запасів матеріальних ресурсів. Оцінка ефективності управління запасами.
6. Методи нормування і планування запасів матеріальних ресурсів: техніко-економічних розрахунків, економіко-статистичні, експертні методи нормування.
7. Узагальнена модель управління запасами.
8. Однопродуктова детермінована модель економічно вигідних розмірів замовлених партій. Формула Уілсона.
9. Однопродуктова модель з розривами цін.
10. Багатопродуктова статична модель з обмеженнями на обсяг складських приміщень.
11. Багатоетапна модель планування виробництва для задоволення попиту, що змінюється у часі.
12. Модель управління запасами при підвищеному попиті.
13. Класифікація економіко-математичних моделей управління запасами в умовах невизначеності та (або) ризику.
14. Динамічні моделі управління запасами: з фіксованим розміром замовлення, з фіксованою періодичністю замовлень.

## Тема 11

# ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ АНАЛІЗУ ПРОЦЕСІВ ІНВЕСТИЦІЙНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ

---

**Мета вивчення теми** – систематизація способів, що утворюють модель cost-benefit-аналізу, та показників, які використовуються в економіко-математичних моделях раціональних очікувань вигід і витрат на різних рівнях управління за змістом, застосуванням та обмеженнями відповідних методів. Ознайомлення з моделями, що дозволяють визначати термін повернення інвестованого капіталу, варіанти його альтернативного використання, потоки прибутку у майбутньому та вирішувати інші важливі завдання управління використанням капіталу, а також з моделлю цілочислового лінійного програмування задачі планування розвитку та розміщення виробництва з оптимальним розподілом інвестиційних ресурсів. Здобуття інформації про доступні на ринку України програмні продукти, що реалізують моделі і методи аналізу вигід і витрат.

**Ключові слова:** *вигоди, витрати, ефект, економічна ефективність, ризик, дисконт, чистий приведений дохід, статистичні моделі.*

### **11.1 Статистичні моделі аналізу ефективності інвестиційної діяльності**

Запровадження стимулюючих механізмів інвестиційної діяльності, виходячи із найкращої світової практики, гармонізація із законодавством Європейського Союзу положень законодавства України щодо захисту прав національних та іноземних інвесторів, захист економічної конкуренції та підтримка інвестиційної активності є першочерговими пріоритетами реалізації Стратегії сталого розвитку „Україна – 2020” [1].

*Інвестиціями* є всі види майнових та інтелектуальних цінностей, що вкладаються в об'єкти підприємницької та інших видів діяльності, в результаті якої створюється прибуток (дохід) або досягається соціальний ефект.

Досягнення високоефективної діяльності в усіх сферах економіки – важлива передумова забезпечення високих темпів економічного зростання, підвищення до рівня європейських стандартів життя та виходу України на провідні позиції у світі, що є метою Стратегії [1]. Під *ефективністю* розуміють відношення результату діяльності до витрат на його одержання [2, с. 183].

Поняття аналізу вигід і витрат вперше визначене в 1848 р. у працях Ж. Дюпої і закріплене в роботах А. Маршалла. На сьогодні вони тільки набули актуальності та розвитку. Дослідженнями у цій предметній сфері займалися іноземні вчені В. Бертон, Н. Бордмен, Д. Веймер, Г. Кемпбел, Д. Родрек та ін. Серед вітчизняних науковців значний внесок в розробку теорії і практики даного питання зробили Ф. Ф. Бутинець [3], Н. М. Грабова, В. П. Завгородній, Л. П. Кулаковська, О. В. Лишиленко, Є. В. Мних, Л. К. Сук, Н. М. Ткаченко, Б. Ф. Усач й ін.

Економіко-математичний інструментарій дослідження вигід і витрат є досить широким. Детальніше зупинимось на моделях ефективності діяльності, у тому числі, інвестиційної.

*Аналіз вигід і витрат* (cost-benefit analysis) є системним підходом до оцінки сильних і слабких сторін альтернативних варіантів управлінських рішень [4], [5], раціональним методом ухвалення рішень, згідно з яким перевага надається альтернативам з вигодами, що перевищують витрати [6]. Аналіз вигід і витрат тісно пов'язаний з економічним аналізом, але також має відмінності: здійснюється дисконтування вигід і витрат у грошовому виразі.

*Способи, що утворюють модель для проведення аналізу вигід і витрат, різноманітні* [7, с. 79-80]:

- виявлення альтернатив;
- визначення альтернатив у такий спосіб, який дає можливість для коректного порівняння;
- коригування у ситуації, коли витрати і вигоди припадають на різні проміжки часу;
- підрахунки вартості речей, які, звичайно, не мають оцінки у грошових одиницях;
- з'ясування невизначеності у даних, а також подання витрат і вигід у підсумковому комплексному форматі, яким можна керуватись при ухваленні рішень.

Відмінною рисою, яка відрізняє аналіз вигід і витрат від аналізу ефективності витрат, є те, що в аналізі вигід і витрат робиться спроба підійти якомога ближче до їх кількісного вимірювання у вартісному вигляді. Проте ідеальний результат їх вимірювання у грошових одиницях досягається не завжди, отже ця різниця полягає більше не в суті, а у ступені наближення до точних розрахунків.

*Ефект* (від лат. effectus – дія, результат, наслідок чогось) – це величина абсолютна і буває двох видів: виробничий (продукція у натуральному або вартісному вираженні) і господарський (фінансовий результат).

У категорії витрат виокремлюють поняття „ресурси” та „поточні витрати”. Ресурси – це авансований до початку здійснення діяльності обсяг витрат; у їх складі вирізняють середні за період обсяги – вартості основних засобів і оборотних активів, середньооблікової чисельності працівників, яка становить ресурси праці. У процесі діяльності ресурси споживають, внаслідок утворюються поточні витрати: сума нарахованої амортизації, що характеризує частку споживання основних засобів; вартість спожитих упродовж певного періоду сировини, матеріалів, енергії тощо; сума фактично нарахованої заробітної плати як грошова характеристика витрат живої праці.

Зіставленням ефекту й витрат розраховують ефективність – відносну величину. Мета підвищення ефективності – одержання додаткового ефекту без додаткових витрат, що досягається за рахунок економії ресурсів та поточних витрат.

*Статистичні моделі аналізу економічної ефективності* та соціального аспекту ефективності економічного розвитку, що можуть застосовуватися на різних рівнях ієрархії управління, систематизовані в [2, с. 184-192].

Так, об’єктивна оцінка ефективності інвестиційних проектів дозволяє вирішувати важливі завдання управління використанням капіталу, зокрема, визначати термін повернення вкладеного капіталу, варіанти його альтернативного використання, потоки прибутку у майбутньому. При цьому порівнюються обсяг інвестиційних витрат із сумами й термінами повернення інвестованого капіталу. Повернення інвестованого капіталу оцінюється на основі показника чистого грошового потоку, що приводиться до теперішньої вартості (*NPV*) у зв’язку з тим, що інвестування здійснюється не одноразово, а поетапно. Для цього використовується диференційована за різними проектами дисконтна ставка.

Основні показники оцінки ефективності реальних інвестиційних проектів представлені у таблиці 11.1. Величина *ставки дисконтування* залежить від тривалості життєвого циклу проекту, рівня інфляції, господарського ризику, ймовірності зміни процентних ставок на використання позикових коштів, мінімальної реальної норми прибутку. Мінімальною нормою прибутку вважається найменший гарантований рівень прибутковості на ринку капіталів, тобто нижня межа вартості капіталу. Вибір ставки дисконтування при підрахунку *NPV*, *B/C ratio* і *PI* значно впливає на кінцевий результат, а отже, і на його інтерпретацію.

Таблиця 11.1 – Елементи моделей аналізу вигід і витрат

Найменування критерію	Розрахунок	Економічна інтерпретація	Застосування	Обмеження (недоліки методу)
<b>Показники, що використовуються в моделях оцінки вигід і витрат без урахування вартості грошей у часі</b>				
Період окупності ( <i>payback period</i> )	Очікуваний період відшкодування початкових вкладень з чистих надходжень, де чисті надходження являють собою грошові надходження за винятком витрат	Час, за який надходження від операційної діяльності суб'єкта (підприємства) ( <i>cash inflows</i> ) покривають витрати на інвестиції	Через ігнорування всього, що трапляється після досягнення точки окупності, це може стати хибним правилом прийняття рішення – цілком можлива ситуація, коли проект має вищу чисту поточну вартість і довший період окупності. Даний показник доцільно використовувати не у якості критерію вибору, а лише у вигляді обмеження при ухваленні рішення: якщо термін окупності проекту більший за прийняте обмеження, він виключається зі списку можливих інвестиційних проектів	По-перше, вибір нормативного строку окупності може бути суб'єктивним. По-друге, метод не враховує прибутковості проекту за межами строку окупності і, виходить, не може застосовуватися при порівнянні варіантів з однаковими періодами окупності, але різними термінами реалізації. Крім того, він не годиться для оцінки проектів, пов'язаних з принципово новими продуктами. Точність розрахунків за таким методом в значній мірі залежить від частоти поділу терміну життя проекту на інтервали планування. Ризик також оцінюється дуже грубо. І, нарешті, один з найбільш серйозних недоліків цього показника – неврахування тимчасової вартості грошей
Проста норма прибутку ( <i>simple rate of return</i> )	Чистий прибуток / Інвестиційні витрати	Критерій показує, яка частина інвестиційних витрат відшкодовується у вигляді прибутку протягом одного інтервалу планування	Порівнюючи розраховану величину норми прибутку з мінімальним чи середнім рівнем прибутковості, інвестор може прийти до висновку про доцільність подальшого аналізу даного інвестиційного проекту	–
<b>Показники, що використовуються в моделях аналізу вигід і витрат з урахуванням зміни грошей у часі (дисконтування)</b>				
Чистий грошовий потік за весь період експлуатації	Різниця між додатним і від'ємним грошовими потоками ( $B - C$ ), яку розраховують як суму чистого прибутку (кінцевої суми прибутку, що залишається у розпорядженні підприємства після сплати податків та інших обов'язкових платежів) й амортизаційних відрахувань (списання вартості у процесі використання у зв'язку з фізичним і моральним зносом)	–	–	–
Чистий грошовий потік, приведений до сучасної вартості (чиста поточна вартість, <i>NPV</i> )	Його обсяг розраховують дисконтуванням за формулою складних процентів [8, с. 482-490]: $NPV = \sum_{t=1}^n \frac{B_t - C_t}{(1+r)^t}$	Інвестору слід віддавати перевагу тільки тим проектам, для яких <i>NPV</i> має додатне і якнайбільше значення;	Кожного разу, коли застосовують модель витрат-вигід, підраховують <i>NPV</i> інвестиційного проекту. Якщо це детермінована модель, в якій всі затрати мають фіксовані величини, тоді результатом	Одним з основних факторів, що визначають величину чистої поточної вартості проекту, безумовно, є масштаб діяльності, що виявляється у „фізичних” обсягах інвестицій, виробництва чи продажів. Звідси впливає природне обмеження на застосування даного

Найменування критерію	Розрахунок	Економічна інтерпретація	Застосування	Обмеження (недоліки методу)
	де $B_t - C_t$ – чистий фактичний грошовий потік в окремі періоди (роки); $B_t$ – вигоди проекту за рік $t$ ; $C_t$ – витрати проекту за рік $t$ , $(1+r)^t$ – дисконтний множник, значення якого визначити за таблицями складних процентів; $t = \overline{I}$ ; $n$ – кількість періодів експлуатації (роки життя проекту); $r$ – ставка дисконтування, або норма дисконту	від'ємне ж значення свідчить про неефективність використання коштів: норма прибутковості менша за необхідну	кожного запуску моделі буде завжди та сама $NPV$ . Якщо це модель аналізу ризику, в якій величини параметрів варіюються у зазначених межах відповідно до ймовірностей, тоді й розрахунки $NPV$ будуть варіюватись. Результатом багатьох запусків моделі буде перелік можливих $NPV$ , який також має бути статистично проаналізований для визначення вірогідної справжньої $NPV$ . Такий статистичний аналіз виявить максимальні й мінімальні величини $NPV$ та ймовірність того, що $NPV$ перебуватиме у певних діапазонах. Маючи таку інформацію, аналітик може застосовувати правила прийняття рішення, щоб упевнитися в тому, що проект варто здійснювати і що обрана найкраща альтернатива	методу для зіставлення проектів, що розрізняються за цією характеристикою: більше значення $NPV$ не завжди буде відповідати більш ефективному варіанту капіталовкладень
Сума інвестиційних витрат на реалізацію інвестиційного проекту ( $C_0$ )	Охоплює усі прямі і непрямі витрати грошових коштів, матеріальних і нематеріальних активів, трудових та інших ресурсів	–	–	–
Чистий приведений дохід за інвестиційним проектом ( $ЧПД$ )	$ЧПД = NPV - C_0$	Узагальнений кінцевий ефект від інвестування	При порівнянні інвестиційних проектів перевага надається тому, у якого $ЧПД$ більший. Проекти з нульовим або від'ємним $ЧПД$ відхиляються	–
Індекс (коефіцієнт) дохідності ( <i>Profitability Index, PI</i> )	$PI = \frac{NPV}{C_0}$ , де $NPV$ – чисті приведені надходження за весь період функціонування проекту; $C_0$ – інвестиційні витрати на реалізацію проекту	Показує відносну прибутковість проекту чи дисконтовану вартість грошових надходжень від проекту в розрахунку на одиницю вкладень. Цей показник можна вважати дисконтованою нормою прибутку	Критерій прийняття проекту збігається з критерієм, заснованим на $NPV$ , ( $PI > 0$ ), однак, на відміну від $NPV$ , $PI$ показує ефективність вкладень	–
Відношення вигід до витрат ( <i>Benefits to Costs Ratio – B/C ratio</i> )	Далі $B_t$ – вигоди за рік $t$ ; $C_t$ – витрати за рік $t$ ; $r$ – норма дисконту; $t$ – рік здійснення проекту	Відношення вигоди/витрати (прибуток/витрати) показує частку від ділення	Якщо $B/C$ ratio більше одиниці, то прибутковість проекту вища, ніж необхідно інвесторам, і проект вважається привабливим. Із застосуванням вказаного коефіцієнта стає	У багатьох випадках критерії $NPV$ і $B/C$ ratio еквівалентні, зокрема, якщо оцінюються проекти в умовах суворого

Найменування критерію	Розрахунок	Економічна інтерпретація	Застосування	Обмеження (недоліки методу)
	$B / C \text{ ratio} = \frac{\sum_{t=1}^n \frac{B_t}{(1+r)^t}}{\sum_{t=1}^n \frac{C_t}{(1+r)^t}}$	дискontованого потоку вигід на дискontований потік витрат	можливим швидко оцінити вплив на результати проекту економічного і фінансового ризиків	бюджетного обмеження ( $3 = 3^*$ ), межі ефективності для обох критеріїв збігаються ( $NPV = 0, B/C \text{ ratio} = 1$ ) [9, с. 108-109]. Але метод $NPV$ кращий при порівнянні взаємно виключних проектів при необмеженому фінансуванні
Внутрішня норма прибутковості ( <i>Internal Rate of Return, IRR</i> )	<p>1) ітеративним методом (спроб і помилок), що є найбільш трудомістким, проте найдостовірнішим;</p> <p>2) за допомогою вбудованої функції відповідних комп'ютерних програм (Excel); у цьому разі процедура обчислення така сама, як і за ітеративного методу, але здійснюється за допомогою комп'ютера;</p> <p>3) графічним методом;</p> <p>4) за допомогою таблиці процентного чинника теперішньої вартості анuitету (для проектів з постійними грошовими потоками впродовж усього періоду економічного життя проекту).</p> <p>Наближене значення критерію <math>IRR</math> можна знайти на підставі застосування формули</p> $\sum_{t=1}^n \frac{B_t - C_t}{(1 + IRR)^t} = C_0$	Внутрішня норма рентабельності має конкретний економічний зміст дискontованої „точки безбитковості”, у якій дискontований потік витрат дорівнює дискontованому потоку вигід ( $NPV=0$ )	$IRR$ застосовують як перший крок кількісного аналізу капіталовкладень: для подальшого аналізу відбирають ті проекти, для яких $IRR$ не нижче 10-20%	Якщо банківська дисконтна ставка ( $r$ ) більше $IRR$ , то, очевидно, поклавши гроші в банк, інвестор зможе одержати більшу вигоду
Період окупності ( $PB$ )	<p>Співвідношення інвестиційних витрат (<math>C_0</math>) і середнього чистого грошового потоку, приведеного до сучасної вартості, (<math>\overline{NPV}</math>) за період експлуатації проекту:</p> $PB = \frac{C_0}{\overline{NPV}}$ <p>при цьому</p> $\overline{NPV} = \frac{NPV}{n}$ <p>де <math>n</math> – кількість періодів експлуатації</p>	Проміжок часу, потрібний для повернення початкових витрат нагромадженням чистих потоків реальних грошей, генерованих проектом	При порівняльній оцінці проектів з різним терміном окупності перевага надається тому, у якого цей термін менший	Показник не враховує чистий грошовий потік, який одержується після встановленого періоду експлуатації

У випадках, коли (для забезпечення порівнянності вигід і витрат) звести вигоди до грошових показників складно – проекти у сфері охорони здоров'я, громадського управління, водопостачання тощо, звертаються до аналізу ефективності витрат, який є методом їх мінімізації, тобто застосовується для вибору з ряду варіантів найменш дорогого проекту, що забезпечує виконання поставленого завдання. При цьому потік витрат на проект утворюється як сума продуктів за кожний рік існування проекту, потрібних для проекту ресурсів, що придбаються чи є в наявності; витрати на експлуатацію, технічне обслуговування і поточний ремонт відбивають вартість матеріалів, робочої сили і послуг, необхідних для реалізації проекту і підтримки основних засобів у належному робочому стані. Вигоди оцінюють як приріст продукту проекту, помножений на ціну, що споживач (користувачі) сплачує або погодиться платити за продукт проекту.

Функціональні можливості та недоліки програмного забезпечення для здійснення аналізу вигід і витрат суб'єктами господарської діяльності – Cost Benefit Analysis<sup>20</sup> (автор Engineering Solutions On-Line), Учет доходов/расходов<sup>21</sup> від TradeSoft, WebCab Portfolio<sup>22</sup> for Delphi від WebCab Components, RISKOLGY<sup>23</sup> від C/S Solutions та ін. досліджені в [10]. Застосування сучасних інформаційних технологій та інтегрованих в них моделей і методів, що дозволяють одночасно врахувати весь комплекс ринкових факторів та умов функціонування реальних систем, виявити нові закономірності й тенденції, будувати прогнози їх подальшого розвитку і знаходити найкращий варіант, під час соціально-економічної кризи в Україні забезпечуватиме прийняття рішень на користь найвигідніших для функціонування суб'єктів господарювання з позицій безпеки, безперервності, якості та доступності за ціною продуктів, привабливих за екологічними наслідками.

Практично в кожній програмі для автоматизації бізнесу присутній модуль обліку доходів і витрат, адже це основа оперативного та управлінського обліку. Наряду зі спеціалізованими, сьогодні на ринку існує багато програмних продуктів вбудованих в середовище MS Excel, що дозволяють проаналізувати на різних рівнях ієрархії прийняття рішень і у різних сферах діяльності вигоди та витрати. Вони повною мірою можуть задовольнити аналітичні потреби менеджерських структур при ухваленні управлінських рішень.

## **11.2 Економіко-математична модель планування розвитку та розміщення виробництва (галузі, корпорації) з оптимальним розподілом інвестиційних ресурсів**

З метою задоволення попиту в продукції слід забезпечити виробництво необхідними виробничими потужностями. Для вирішення цієї проблеми до

<sup>20</sup> [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://download.cnet.com/Cost-Benefit-Analysis-Template/>

<sup>21</sup> [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.softportal.com/software-2191-chet-dohodovrashodov.html>

<sup>22</sup> [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://webcab-portfolio-for-delphi.en.softonic.com/>

<sup>23</sup> [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.systemsguild.com/riskology>



уваги слід взяти усі можливі варіанти розвитку діючих підприємств, а також наявні проекти введення в дію нових підприємств. Вибір конкретних варіантів розвитку та розміщення підприємств здійснюється з урахуванням обсягів інвестиційних ресурсів, які можна буде використати для підтримки та нарощування виробничих потужностей. *Критерієм оптимальності* може слугувати вимога мінімізації необхідних загальних зведених інвестиційних витрат, витрат на виробництво продукції та на її перевезення до споживачів [11, с. 21-25].

Для побудови економіко-математичної моделі поставленої задачі введемо позначення для відомих величин (некерованих параметрів):

$i$  – номер підприємства, існуючого або запроєктованого ( $i = \overline{1; m}$ );

$j$  – номер варіанта розвитку  $i$ -го підприємства ( $j = \overline{1; n_i}$ );

$N_{ij}$  – виробнича потужність  $i$ -го підприємства за умови його розвитку за  $j$ -м варіантом;

$I_{ij}$  – інвестиційні витрати, необхідні для реалізації  $j$ -го варіанту розвитку на  $i$ -му підприємстві;

$R$  – максимально можливий обсяг інвестиційних витрат, які спрямовуватимуться на забезпечення розвитку усіх підприємств;

$e$  – нормативний коефіцієнт економічної ефективності інвестицій (норма дисконту);

$c_{ij}$  – вартість одиниці продукції, яку буде виготовлено на  $i$ -му підприємстві за умови його розвитку за  $j$ -м варіантом;

$k$  – номер споживача продукції ( $k = \overline{1; p}$ );

$b_k$  – попит на продукцію з боку  $k$ -го споживача;

$d_{ik}$  – транспортні витрати на перевезення одиниці продукції за маршрутом з  $i$ -го підприємства до  $k$ -го споживача.

Невідомими виступають:

$x_{ij}$  – логічна змінна, яка відбиває факт вибору для реалізації  $j$ -го варіанта розвитку  $i$ -го підприємства:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } i \text{ – те підприємство буде розвиватися за } j \text{ – м варіантом,} \\ 0 & \text{у протилежному випадку;} \end{cases}$$

$y_{ij}$  – обсяг виробництва продукції на  $i$ -му підприємстві згідно з  $j$ -тим варіантом його розвитку;

$z_{ik}$  – обсяг перевезень продукції за маршрутом з  $i$ -го підприємства до  $k$ -го споживача;

$v$  – загальні зведені витрати на інвестування, виробництво та перевезення продукції.

З урахуванням введених позначень *економіко-математична модель задачі планування розвитку та розміщення виробництва* з оптимальним розподілом інвестиційних ресурсів набуває вигляду:

$$v = e \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} I_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} c_{ij} y_{ij} + \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^p d_{ik} z_{ik} \rightarrow \min ;$$

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n_i} x_{ij} = 1, i = \overline{1; m}, \\ \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^{n_i} I_{ij} x_{ij} \leq R; \\ 0 \leq y_{ij} \leq N_{ij} x_{ij}, i = \overline{1; m}, j = \overline{1; n_i}; \\ \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} = \sum_{k=1}^p z_{ik}, i = \overline{1; m}; \\ \sum_{i=1}^m z_{ik} \geq b_k, k = \overline{1; p}; \\ x_{ij} \in \{0; 1\}, i = \overline{1; m}, j = \overline{1; n_i}; \\ z_{ik} \geq 0, i = \overline{1; m}, k = \overline{1; p}. \end{cases}$$

Наведена математична модель являє собою задачу частково цілочислового лінійного програмування з булевими змінними. Для її розв'язування може бути використана надбудова „Поиск решения” пакету MS Excel (рис. 5.1).

## Перелік посилань до теми 11

1. *Стратегія* сталого розвитку „Україна – 2020” : Указ Президента України №5/2015 від 12.01.2015 р. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://zakon4.rada.gov.ua/laws/show/5/2015>
2. *Головач А. В.* Статистичне забезпечення управління економікою: прикладна статистика : навч. посіб. / Головач А. В., Захожай В. Б., Головач Н. А. – К. : КНЕУ, 2005. – 333 с.
3. *Моделі і методи прийняття рішень в аналізі і аудиті* / [за ред. Ф. Ф. Бутинця, М. М. Шигун]. – Житомир : ЖДТУ, 2004. – С. 174-198.
4. *David, Rodreck; Ngulube, Patrick; Dube, Adock* (16 July 2013). A cost-benefit analysis of document management strategies used at a financial institution in Zimbabwe: A case study [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.sajim.co.za/index.php/SAJIM/article/view/540/640>
5. *E. Boardman.* Cost-Benefit Analysis [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://www.12manage.com/methods\\_cost-benefit\\_analysis\\_ru.html](http://www.12manage.com/methods_cost-benefit_analysis_ru.html)
6. *Гаркуша Н. М.* Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / Гаркуша Н. М., Цуканова О. В., Горошанська О. О. – К. : Знання, 2011. – 591 с.
7. *Моделі та методи прийняття рішень в аналізі й аудиті (модульний варіант): навч. посібник* / [Мочаліна З. М., Шутенко А. Л., Ачкасов І. А., Гріщенко А. О.]. – Харків : ХНАМГ, 2012. – 405 с.
8. *Фомин Г. П.* Математические методы и модели в коммерческой деятельности : учебн. / Фомин Г. П. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 544 с.
9. *Ляховець О. О.* Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. для самост. вивч. дисц. / Ляховець О. О., Юрін Є. Г., Нетудихата К. Л. [за ред. О. О. Ляховець]. – Миколаїв : Іліон, 2013. – 304 с.
10. *Ющенко Н. Л.* Моделі і методи аналізу вигід і витрат у прийнятті рішень / Н. Л. Ющенко, А. М. Міщенко // Вісник Хмельницького національного університету. Серія „Економічні науки” : науковий журнал / Хмельн. нац. ун-т. –

Хмельницький: Хмельн. нац. ун-т, 2016. – № 2, Т. 1 (234). – С. 97-104. **11.** Кігель В. Р. Математичні методи ринкової економіки : навч. посіб. / Кігель В. Р. – К. : Кондор, 2003. – 158 с.



## Питання для самоперевірки до теми 11

1. Поняття інвестицій. Задача вибору інвестиційного проекту.
2. Грошові потоки та ефективність їх інвестування під втілення різних проектів.
3. Дисконтування грошових потоків. Поняття чистої приведеної вартості.
4. Способи, що утворюють модель для проведення аналізу вигід і витрат.
5. Статистичні моделі аналізу економічної ефективності та соціального аспекту ефективності інвестицій.
6. Показники, що використовуються в моделях аналізу вигід і витрат без урахування дисконтування.
7. Показники, що використовуються в моделях аналізу вигід і витрат з урахуванням зміни грошей у часі (дисконтування).
8. Економіко-математична модель вибору конкретних варіантів розвитку та розміщення підприємств з урахуванням обсягів інвестиційних ресурсів.
9. Аналіз чутливості грошових потоків проектів.
10. Аналіз інвестиційного ризику. Реінвестування частки прибутку в проект.
11. Програмне забезпечення для здійснення аналізу вигід і витрат суб'єктами господарської діяльності.

## Тема 12

# МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕКОНОМІЧНОГО АНАЛІЗУ

**Мета вивчення теми** – ознайомлення з моделями аналізу беззбитковості при одно- й багатопродуктовому виробництві, який є важливим елементом аналізу взаємозв'язку „витрати-обсяг-прибуток”, а також систематизація і порівняльний аналіз підходів до моделювання фінансово-економічного стану підприємств та виокремлення адекватних сучасним умовам практичних напрямів аналізу фінансового стану вітчизняних підприємств, здатних задовольнити аналітичні потреби менеджерських структур при ухваленні управлінських рішень.

**Ключові слова:** аналіз взаємозв'язку „витрати-обсяг-прибуток”, аналіз беззбитковості, точка беззбитковості, фінансовий стан, стійкість, підприємство, оцінювання, методологічний підхід, діагностування банкрутства.

### 12.1 Моделі аналізу беззбитковості діяльності

Близько 40% підприємств в Україні одержували збиток впродовж останніх років. У 2014 р. серед великих підприємств, тобто з середньою кількістю працівників не менше 250 осіб і річним доходом не менше 50 млн. євро, таких було близько 50%, найменше – серед малих з середньою кількістю працівників не більше 50 осіб і річним доходом не більше 10 млн. євро – 33,5% (табл. 12.1). Найвищий рівень рентабельності операційної діяльності мали підприємства сільського, лісового та рибного господарства, найбільш збитковими були ті, що здійснювали операції з нерухомим майном. Сучасні умови ведення господарської діяльності в нашій державі посилюють актуальність досліджень проблем беззбиткової діяльності підприємства і отримання прибутку, оскільки саме прибуток підприємств є головною рушійною силою ринкової економіки як на макро, так і на мікрорівнях, кінцевим результатом будь-якого бізнесу.

Таблиця 12.1 – Частка збиткових підприємств в Україні<sup>24</sup>, у % до загальної кількості підприємств

Період часу	З урахуванням фінансових результатів до оподаткування		З урахуванням чистого прибутку (збитку)	
	підприємства, що одержали прибуток	підприємства, що одержали збиток	підприємства, що одержали прибуток	підприємства, що одержали збиток
Січень-вересень 2015 р. <sup>25</sup>	60,2	39,8	59,7	40,3
2014 р., усього	66,3	33,7	65,5	34,5
по великих підприємствах	51,8	48,2	–	–
по середніх підприємствах	62,6	37,4	–	–
по малих підприємствах	66,5	33,5	–	–
у т.ч. по мікропідприємствах	66,9	33,1	–	–
2013 р.	65,9	34,1	65,0	35,0
2012 р.	64,5	35,5	63,0	37,0
2011 р.	65,1	34,9	63,5	36,5
2010 р.	59,0	41,0	57,3	42,7

Дослідженням питання беззбитковості діяльності займалися С.С. Аптекарь [1], В.І. Данилишин [2], Н.Ю. Іванова [3], О. В. Кобзій [4], О. Орлов [5], П.Я. Попович [6], О. Скубій [7], А.Й. Щехорський [8], В. Щербінін, Г. Бірман, С. Шмідт, П. Віленський, В. Лівшиц, С. Смоляк, О. Савчук, В. Фальцман, Д. Бершов, В. Верба, О. Завгородніх, В. Хобта, А. Гойко, В. Ковальов, В. Галасюк, А. Вишневська.

*Аналіз беззбитковості* – аналітичний підхід до вивчення взаємозв'язку між витратами і доходами при різних обсягах господарської діяльності, що відіграє важливу роль в обґрунтуванні управлінських рішень, які приймаються в бізнесі. Аналіз беззбитковості побудований на основі розподілу витрат на змінні та постійні, а також обчислення *точки беззбитковості*, що визначає критичний обсяг продажу (діяльності), за якого доходи суб'єкта господарювання дорівнюють його витратам (маржинальним дохід дорівнює загальним постійним витратам). Точка беззбитковості може бути виражена у натуральних, грошових одиницях або у відсотках до нормальної потужності [9, с. 178]. Аналіз беззбитковості призначений відповісти на найважливіші питання, що постають перед фінансистами підприємств на всіх етапах грошового обігу. Ключові елементи операційного аналізу: операційний важіль, поріг рентабельності та запас фінансової міцності підприємства, моделі яких детально описуються в [9, с. 187-198], [10, с. 95-100], [11, с. 111-121], ін.

Основні моделі беззбитковості зведені у таблицю 12.2.

<sup>24</sup> Складено за даними [12]

<sup>25</sup> Великих та середніх підприємств без урахування тимчасово окупованої території Автономної республіки Крим, м. Севастополя та частини зони проведення антитерористичної операції. За видом економічної діяльності „Сільське, лісове та рибне господарство” інформацію наведено без урахування рослинництва, тваринництва та змішаного сільського господарства, які відслідковуються тільки в річній звітності

Таблиця 12.2 – Моделі безбитковості

Найменування	Зміст	Недоліки
Економічна [13]	Розкриває характер взаємозв'язку сукупного доходу з сукупними витратами й одержання фінансового результату залежно від зміни обсягу діяльності (рисунок 1а), діє в широкому діапазоні змін цих показників	Не може використовуватися для оперативного аналізу конкретних ситуацій через складність одержання інформації для побудови моделі. Особливо складним є застосування моделі у випадку багатомоделного виробництва
Бухгалтерська (спрощена)	Сукупний дохід та сукупні витрати представлені в моделі лінійно (рисунок 1б) і точка безбитковості – одна	Побудована на припущенні, що змінні витрати та ціна реалізації одиниці продукції є незмінними
Математична	Постійні витрати залишаються незмінними при змінах обсягів діяльності, а в розрахунку на одиницю продукції вони змінюються, що призводить до зміни собівартості виробленого продукту і, як наслідок, – прибутків (збитків). Оперативніший метод порівняно з графічним (формули (1)-(3), (5))	Використовуються ті ж припущення, що й у бухгалтерській моделі

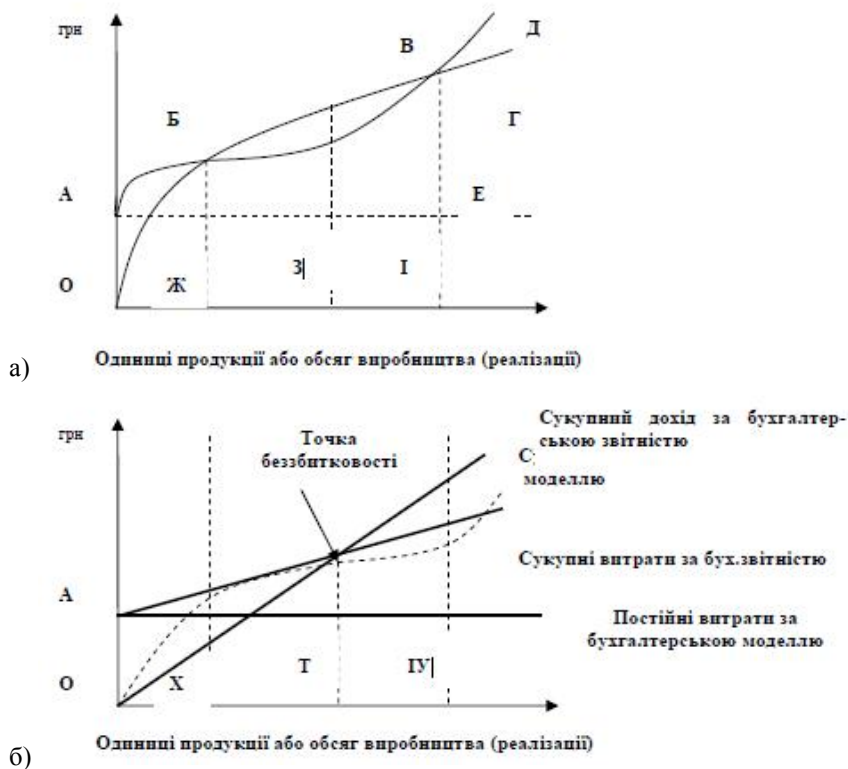


Рисунок 12.1 – Графіки безбитковості за економічною (а) та бухгалтерською (б) моделями [11, с. 114-115]

Зменшення обсягів діяльності до рівня, нижчого за рівень наявних потужностей, може спричинити отримання підприємством збитків, оскільки за умови досягнення критичного рівня досягається рівновага (беззбитковість). Подальше збільшення обсягів діяльності призведе до зростання прибутку, проте зростання не може бути безмежним. Навіть за умови відсутність обмежень потужності, попиту на продукцію (товар, роботи, послуги), зростання обсягів обмежуватиметься через нарощення витрат на одиницю продукту та зменшення відпускної ціни внаслідок задоволення потреб у ньому. На рисунку 12.1а лінія АЕ показує величину постійних витрат, АД – сукупні витрати, що збільшуються зі зростанням обсягів діяльності, але не пропорційні обсягу: спочатку (АБ) зростання майже пропорційне, що свідчить про пропорційність витрат, БВ – зростання зменшується, що свідчить про ефективніше використання потужностей підприємства; у точці Б крива сукупних витрат перетинається з кривою сукупних доходів (ОД), т.б. на ній закінчується збиткова зона господарювання і починається прибуткова. Відповідно, точка Б є першою точкою беззбитковості.

Відрізок БВ характеризує змінні витрати, що найбільше впливають на величину сукупних витрат. Перехід в неефективну точку показаний у точці В – другій точці беззбитковості; із тією різницею, що перша точка була переходом із зони збитків у зону прибутків, а друга точка, навпаки, – із зони прибутків у зону збитків.

Крива ОГ характеризує сукупні доходи або виручку від реалізації продукції, а відрізок ОБ – пропорційне зростання доходу зростанню обсягу діяльності. На ділянці БВ починається відносно зменшення доходу у зв'язку з необхідністю зниження відпускних цін і надання знижок на великі партії продукту. У цій зоні досягається максимум доходу, після чого останній відносно знижується.

З метою порівняння економічної та бухгалтерської моделей беззбитковості на рисунку 12.1б пунктиром нанесено сукупні витрати за економічною моделлю. Лінія сукупних витрат бухгалтерської моделі на відрізку від точки Х до точки У наближається до кривої витрат економічної моделі. З урахуванням цієї особливості для кожної моделі встановлюється прийнятний обсяг виробництва (реалізації), у межах якого виконуються відповідні розрахунки. Крива сукупних витрат економічної моделі ліворуч від точки Х і праворуч від точки У значно відхиляється від прямої сукупних витрат бухгалтерської моделі, відповідно, проведення аналітичних розрахунків по за межами прийнятного діапазону обсягів діяльності призводитиме до результатів, що істотно відхилятимуться від реальної ситуації, і наслідками використання яких можуть стати серйозні прорахунки.

Шляхом математичного моделювання *точка беззбитковості при однопродуктовому (однономенклатурному) виробництві:*

$$K = \frac{B_{\text{пост}}}{C - B_{\text{од}}^{\text{ЗМ}}} = \frac{B_{\text{пост}}}{MД_{\text{од}}}, \quad (12.1)$$

де  $K$  – точка беззбитковості – обсяг виробництва (реалізації) у натуральному вимірі, при якому доходи покривають усі витрати;

$B_{пост}$  – сума постійних витрат, гр. од.;

$C$  – ціна одиниці продукції (товару, роботи, послуги), гр. од.;

$B_{од}^{зм}$  – змінні витрати на одиницю продукції, гр. од.;

$МД_{од}$  – маржинальний дохід на одиницю продукції, гр. од.

*Маржинальний дохід* (валова маржа) визначається як сума прибутку та постійних витрат, або як різниця виручки та змінних витрат. Використання методу маржинального оцінювання результатів може здійснюватися у разі прийняття рішень щодо обмежувальних чинників (в однономенклатурному та багатнономенклатурному виробництві), ухваленні рішень про закупівлю чи власне виробництво, про ціну реалізації товару, скорочення або розширення сегменту та ін. випадках [14].

$$T_B = B^{зм} + B_{пост} = \frac{B_{пост}}{k_{МД}}, \quad (12.2)$$

тут  $T_B$  – точка беззбитковості у грошових одиницях;

$B^{зм}$  – змінні витрати, гр. од.;

$k_{МД}$  – коефіцієнт маржинального доходу – відношення маржинального доходу та чистого продажу підприємства.

Діяльність більшості підприємств характеризується багатнономенклатурним випуском продукції. Розрахунок критичного обсягу ( $T_B$ ) у вартісному вимірі в такому разі здійснюється за формулою (12.3), фінансовий результат ( $\Pi$ ) – за формулою (12.4) [15].

$$T_B = \sum_{i=1}^n K_i \cdot (C_i - B_{од_i}^{зм}) - B_{пост}, \quad (12.3)$$

де  $K_i$  – обсяг реалізації товарів (продукції), натуральні од. вимір.,  $i = \overline{1; n}$ ;

$C_i$  – ціна реалізації  $i$ -го виду товарів (продукції), гр. од.;

$B_{од_i}^{зм}$  – витрати змінні на одиницю  $i$ -го виду товарів (продукції), гр. од.;

$n$  – кількість найменувань товару (продукту).



$$\Pi = (V \cdot \overline{k_{MD}}) - B_{пост} \Rightarrow \Pi = V \cdot \left( \sum_{i=1}^n \frac{Ц_i - B_{од_i}^{зМ}}{Ц_i} \cdot d_i \right) - B_{пост}, \quad (12.4)$$

де  $V$  - виручка (дохід) від реалізації товарів (продукції), гр. од.;

$\overline{k_{MD}}$  - середній коефіцієнт маржинального доходу;

$d_i$  - частка  $i$ -го виду товару (продукту) у загальному обсязі виробництва (реалізації), коеф.

В умовах випуску і продажу декількох видів продукції рівень беззбитковості залежатиме від комбінації продажу [9, с. 195-198]. Виходячи з того, що у точці беззбитковості маржинальний дохід підприємства має дорівнювати його постійним витратам, пошук оптимальної комбінації продажу полягає у тому, щоб загальна сума маржинального доходу від продажу різних продуктів стала рівною постійним витратам [16, с. 218-227].

У багатопродуктовому виробництві єдину точку беззбитковості у натуральному вимірі визначити неможливо з огляду на те, що кожний продукт має свій маржинальний дохід (виходячи зі своєї ціни й собівартості), а отже і власний критичний обсяг. Застосування формули (12.1), що набуває вигляду (12.5), можливе лише у випадку, коли постійні витрати простежуються до кожного виду продукції або іншого сегменту, стосовно якого визначається точка беззбитковості, і маржинальним дохід  $i$ -го продукту покриває тільки свої (прямі) постійні витрати ( $B_{пост}^{прямі}$ ).

$$K_i = \frac{B_{пост}^{прямі}}{MD_{од_i}}, \quad (12.5)$$

де  $K_i$ ,  $MD_{од_i}$  – відповідно, критичний обсяг (натур. од.) та маржинальним дохід на одиницю  $i$ -го продукту (гр. од.).

Решта постійних витрат, т.б. спільні постійні витрати, які не можуть бути простежені (віднесені) до певного продукту залишаються без покриття. Відповідно, реалізація такої кількості продукції принесе підприємству збиток, який дорівнює сумі спільних (нерозподілених) постійних витрат.

Наявність спільних (нерозподілених) постійних витрат вимагає їх врахування при аналізі точки беззбитковості, особливо з огляду на те, що їх частка у загальній сумі, як правило, значно більша ніж прямих. Одним із варіантів вирішення цієї проблеми може бути розподіл спільних постійних витрат між видами продукції і, відповідно, визначення точки беззбитковості за формулою:

$$K_i = \frac{B_{\text{пост}}^{\text{прямі}} + B_{\text{пост}}^{\text{спільні розподілені}}}{MD_{\text{од}_i}}.$$

У більшості випадків за базу розподілу спільних постійних витрат обирають обсяг реалізації продукції, мотивуючи цей вибір тим, що продукція яка користується більшим попитом повинна покривати більшу частину витрат. Більш-менш вірогідне обґрунтування можна підібрати також для іншої бази, проте будь-який розподіл завжди спотворює реальну картину співвідношення витрат.

Визначення точки беззбитковості у багатопродуктових виробництвах можливе також на основі структури продажу за вартістю, коли структура продажу виражається у відсотках від загального доходу. Якщо цю структуру використати для визначення точки беззбитковості у кількісному вимірі, результати відрізнятимуться від попередніх у зв'язку з тим, що структура за доходом не співпадає зі структурою за фізичним обсягом. Для того, щоб узгодити результати розрахунків канадські автори пропонують структуру на основі доходу визначати через структуру на основі одиниць, зважену за ціною продукції [17, с. 363-364].

На практиці важливим є поряд з моментним визначенням точки беззбитковості її встановлювати на період дії проекту – визначати так звану динамічну точку беззбитковості [1].

Можливості застосування моделей розв'язування проблем беззбиткової діяльності у практиці тактичного і стратегічного управління суб'єктів господарювання з метою підвищення їх конкурентних переваг в умовах прискороного запровадження нових сучасних інформаційно-комунікаційні технологій та рішень щодо створення інформаційних ресурсів, дії електронних технологій, розширюють програмні продукти (рис. 12.2), частина з яких у хронологічному порядку їх появи на ринку систематизована в [18] і у додатку Д.

Підвищенню рівня ефективності економічного управління, вирішенню питань щодо обсягів діяльності, що забезпечуватимуть відшкодування всіх витрат; кількості продукції, яку слід реалізувати, щоб одержати бажаний прибуток; визначення впливу на фінансовий результат зниження ціни продукції та збільшення обсягу продажу; на скільки потрібно збільшити обсяг продажу, щоб зберегти існуючий рівень прибутку у разі зростання витрат, та ряд ін. в сучасних умовах сприятиме створення такої системи підтримки управлінських рішень, яка дозволила б оснастити менеджерів простим, наочним, але досить точним інструментарієм, необхідним для вирішення широкого кола задач управління.



## Расчет точки безубыточности

Используйте эту таблицу, чтобы рассчитать минимальный объем производства и реализации продукции, при котором расходы будут компенсированы доходами, а при производстве и реализации каждой последующей единицы продукции предприятие начинает получать прибыль. Маржинальная прибыль определяется путем вычитания всех переменных затрат из выручки (продаж). Ячейки с темным фоном содержат формулы ... будьте осторожны! После ввода значений просмотрите график точки безубыточности расположенный ниже.

<http://afd-expert.ru>

Цена за единицу (Ц).....	518,00 р.			
Количество проданных единиц товара (Об).....	15 000 ед.			
Всего продаж (В).....	7 770 000 р.	100%		
Переменные издержки производства.....	425 000 р.	5%		
Переменные затраты на продажу.....		0%		
Всего переменных затрат (Зпер).....	425 000 р.	5%	28,33 р. за единицу	
Маржинальная прибыль.....	7 345 000 р.	95%		
Постоянные затраты производства.....	240 000 р.	3%		
Постоянные коммерческие и управленческие расходы.....		0%		
Всего постоянных затрат (Зпост).....	240 000 р.	3%	16,00 р. за единицу	
Прибыль до налогообложения.....	7 105 000 р.	91%	473,67 р. за единицу	

Рисунок 12.2 – Одне з діалогових вікон додатку „Расчет точки безубыточности” програми „Финансовый анализ AFD-Expert”<sup>26</sup>

Економіко-математичне моделювання виступає універсальним засобом дослідження виробничих та фінансово-господарських процесів і явищ. Широке використання математичних методів є важливим напрямком удосконалення управління фінансовими результатами, яке сприяє значному підвищенню економічної ефективності діяльності підприємств та їхніх підрозділів, а сучасні комп'ютерні програми дають можливість перебрати необмежену кількість комбінацій продаж для множини продуктів, що має практичну цінність для суб'єктів господарювання.

### 12.2 Економіко-математичні моделі аналізу фінансового стану і діагностики ймовірного банкрутства підприємства

Пошук резервів збільшення рентабельності та платоспроможності підприємств, що є метою діагностики фінансового стану, сприяє забезпеченню їх життєдіяльності та конкурентоспроможності.

Проблемам методики, теоретичного і практичного обґрунтування основних складових оцінювання фінансового стану – аналізу структури та динаміки показників активу і пасиву балансу, визначення ліквідності та платоспроможності, фінансової стійкості, ділової активності, а також процедурним аспектам дослідження руху грошових коштів та ймовірності банкрутства підприємства присвячені навчальна література [19], [20], [21], ін. та численні дослідження. Так, А.М. Турило, А.В. Агапова систематизували підходи до змісту категорії „фінансовий стан підприємства” [22].

<sup>26</sup> [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://afd-expert.ru/2012/12/1073/>

Напрацювання щодо якісного покращення і кількісної оптимізації системи фінансових коефіцієнтів для аналізу фінансового стану підприємств містяться у роботах Л.О. Ващенко [23], Д.В. Кабаченко [24], І.Т. Райковської [25] та ін. Над поєднанням екстраполяційних і експертних методів при інтегральній оцінці фінансового стану українських підприємств працював О.І. Павленко [26]. Питанням інтерпретації оцінок параметрів фінансового стану з урахуванням складно передбачуваних змін ринкової економіки, флуктуацій на ринках капіталів та інвестицій, займалися О.Є. Кузьмін і О.Г. Мельник [27]. Таким актуальним у країнах Євросоюзу методам діагностики фінансово-економічного стану компаній як стратегічний Due Diligence, метод економічних нормалей, діагностичному бенчмаркінгу, нечітко-множинному методу та ін., їх змісту, етапам реалізації та можливості застосування у практиці українських суб'єктів господарської діяльності приділена увага у наукових працях Н.Є. Сілічевої [28], Л.Н. Булгакової [29], F. Sercovich [30], О.О. Недосекіна [31, с. 58-104] та ін. вітчизняних і зарубіжних науковців.

Однак, попри наявність достатньої кількості досліджень з питань фінансового аналізу ця тема потребує подальшого вивчення з метою вибору найбільш адекватних сучасним умовам вираженого дестабілізуючого характеру впливу на економічний стан підприємств постійних змін у зовнішньому середовищі функціонування суб'єктів господарювання практичних рекомендацій щодо методик і збалансованих систем показників, що будуть застосовуватися вітчизняними підприємствами для підвищення їх платоспроможності та вартості.

Під *фінансовим станом* як однією з найважливіших характеристик виробничо-фінансової діяльності підприємства розуміють рівень його забезпеченості відповідним обсягом фінансових ресурсів, необхідних для здійснення ефективної господарської діяльності та своєчасних грошових розрахунків за своїми зобов'язаннями перед постачальниками, власними працівниками, бюджетом та іншими ланками фінансової системи, подальшого економічного та соціального розвитку. Метою оцінки фінансового стану підприємства є пошук резервів збільшення його рентабельності та платоспроможності. Фінансовий стан може бути стійким і нестійким.

*Фінансова стійкість* – це такий стан фінансових ресурсів підприємства, їх розподіл і використання, який забезпечує розвиток підприємства на основі зростання прибутку і капіталу при збереженні платоспроможності і кредитоспроможності в умовах припустимого рівня ризику. Фінансова стійкість є відображенням стабільного перевищення доходів над витратами і забезпечує вільне маневрування коштами підприємства шляхом їхнього ефективного використання [32, с. 86-87]. Стійкого фінансового стану досягають при достатності власного капіталу, високій якості активів, достатньому рівні рентабельності з урахуванням операційного і фінансового ризиків, при достатності ліквідності, стабільних доходах і широких можливостях залучення коштів (табл. 12.3). Аналіз фінансової стійкості підприємства є складовою моделі аналізу фінансового стану: „... в сучасних умовах ведення бізнесу

фінансову стійкість слід розглядати як комплексну категорію, що відображає рівень фінансового стану підприємства, здатність забезпечувати розвиток діяльності” [33, с. 137].

Таблиця 12.3 – Узагальнені групи фінансово-економічних показників моделі оцінки фінансового стану підприємства шляхом діагностики ризику його банкрутства

Коефіцієнт	Співвідношення
Показники оцінки майнового стану підприємства	
Зносу основних засобів	Знос / Первинна вартість основних засобів
Показники ліквідності та платоспроможності	
Загальної ліквідності	Баланс / Поточні зобов’язання
Швидкої ліквідності	(Дебіторська заборгованість + Грошові активи) / Поточні зобов’язання
Мобільності активів	Оборотні активи / Необоротні активи
Покриття (загальний)	Оборотні активи / Поточні зобов’язання
Показники ділової активності підприємства	
Оборотності оборотних активів	Чистий дохід від реалізації / Оборотні активи
Оборотності кредиторської заборгованості	Чистий дохід від реалізації / Поточні зобов’язання
Оборотності власного капіталу	Чистий дохід від реалізації / Власний капітал
Оборотності дебіторської заборгованості	Чистий дохід від реалізації / Дебіторська заборгованість
Показники фінансової стійкості та стабільності підприємства	
Фінансової автономії	Власний капітал / Баланс
Фінансової залежності	Баланс / Власний капітал
Поточної заборгованості	Поточні зобов’язання / Баланс
Фінансового ризику	(Забезпечення наступних витрат і платежів + Довгострокові зобов’язання + Поточні зобов’язання) / Власний капітал
Маневреності власного капіталу	(Власний капітал – Необоротні активи) / Власний капітал
Забезпеченості власними оборотними засобами	(Оборотні активи – Поточні зобов’язання) / Оборотні активи
Концентрації залученого капіталу	(Довгострокові зобов’язання + Поточні зобов’язання) / Баланс
Покриття боргів власним капіталом	Власний капітал / (Забезпечення наступних витрат і платежів + Довгострокові зобов’язання + Поточні зобов’язання)
Показники рентабельності	
Окупності активів	Баланс / Чистий дохід від реалізації
Покриття активів	Чистий дохід від реалізації / Баланс
Покриття інвестицій	(Власний капітал + Дебіторська заборгованість) / Баланс

Відносні показники моделі аналізу фінансового стану суб'єкта господарської діяльності, що підлягає дослідженню, можна порівнювати [34, с. 287-288.]:

- із загальноприйнятими „нормами” для оцінки ступеня ризику і прогнозування можливості банкрутства;
- аналогічними даними інших суб'єктів господарювання, що дозволяє виявити сильні і слабкі сторони підприємства і його можливості;
- аналогічними даними за попередні періоди для вивчення тенденцій покращення чи погіршення фінансового стану підприємства.

Наступним етапом аналізу є вивчення факторів зміни рівня досліджуваних показників, оцінка їх чутливості до управлінських впливів, виявлення резервів підвищення фінансової стійкості.

Упродовж 2015 року Державною службою статистики України, Національним банком, Нацкомфінпослуг та НКЦПФР (за згодою) з метою розвитку фінансової статистики було удосконалено розрахунки окремих показників індикаторів фінансової стійкості за оновленою методикою відповідно до рекомендацій Міжнародного валютного фонду та забезпечено їх поширення на веб-сайті МВФ і сторінці Офіційного інтернет-представництва Національного банку України „Статистика. Індикатори фінансової стійкості” [35].

„...значення показників оцінки фінансового стану підприємства не завжди вірно дають відповідь про наявність на ньому кризових явищ” [36, с. 104]. Оцінювання фінансової стабільності підприємства традиційно виконується на основі аналізу співвідношення власного і залученого капіталу; фінансового і операційного левериджу; фінансової рівноваги між активами і пасивами підприємства за функціональною ознакою; співвідношення фінансових і нефінансових актив, концепція якого запропонована М.С. Абрютіною і А.В. Грачовим. Беручи до уваги багатоманітність показників фінансової стійкості, різницю в рівні їхніх критичних оцінок і ускладнення, що виникають у зв'язку з цим у діагностиці кредитоспроможності підприємства і ризику його банкрутства, багато вітчизняних і зарубіжних економістів рекомендують оцінювати фінансову стабільність, застосовуючи інтегральні показники, для розрахунку яких можна використати скорингові моделі, запропоновані вперше на початку 40-х років ХХ ст. американським економістом Д. Дюраном. Зміст методики кредитного скорингу полягає у класифікації підприємств за ступенем ризику з урахуванням фактичного рівня показників фінансової стійкості і рейтингу кожного показника, вираженого у балах на основі експертних оцінок.

Для оцінювання рейтингу суб'єктів господарювання і ступеня фінансового ризику застосовуються також методи багатовимірної рейтингової аналізу, мультиплікативний дискримінантний аналіз, нелінійні моделі бінарного вибору (логіт-, пробіт-регресія), що враховують якісну різницю явищ, та ін.

На відміну від використання рейтингів провідних рейтингових агентств, джерелом об'єктивних оцінок фінансової стійкості підприємств може служити діагностика і прогнозування банкрутств [37, с. 243] (табл. 12.4).

До найбільш поширених підходів до визначення можливості банкрутства відносять:

1) *якісні підходи*, на зразок методу Аргенті, при яких розглядаються не лише фінансові показники, але й показники, що характеризують рівень менеджменту на підприємстві, і діагностування банкрутства здійснюється порівнянням даних досліджуваної компанії з відповідними даними по збанкрутілих компаніях [38] та робиться висновок щодо міри їх подібності;

2) *кількісні методи*, що базується на фінансових даних і передбачає обчислення таких узагальнених коефіцієнтів, як  $Z$ -рахунок Альтмана та ін.

Більшість кількісних методів оцінки ризику банкрутства підприємства мають в основі алгоритм дискримінантного аналізу, який вперше було застосовано для діагностики можливості банкрутства Едвардом Альтманом у 1968 році в умовах економіки США [39]. У результаті з'явилася широко відома п'ятифакторна модель:

$$Z = 1,2K_1 + 1,4K_2 + 3,3K_3 + 1,0K_4 + 0,6K_5, \quad (12.6)$$

де  $K_1$  = власний оборотний капітал / баланс;

$K_2$  = нерозподілений прибуток / баланс;

$K_3$  = прибуток до сплати відсотків / баланс;

$K_4$  = обсяг продажу / баланс;

$K_5$  = ринкова вартість власного капіталу / позиковий капітал.

Результати численних розрахунків за моделлю Альтмана виявили, що узагальнюючий показник  $Z$  може набувати значень в межах [-14; +22]. Альтман визначив інтервальні оцінки показника, для якого при  $Z < 1,81$  існує висока ймовірність банкрутства, а при  $Z > 2,67$  – низька ймовірність банкрутства. Інтервал [1,81; 2,67] складає зону невизначеності.

У 1983 році Альтман поширив свій підхід на компанії, чиї акції не котируються на ринку [40]. Співвідношення (12.6) у цьому випадку набуло вигляду:

$$Z = 0,717K_1 + 0,847K_2 + 3,107K_3 + 0,995K_4 + 0,42K_5,$$

де  $K_5$  = балансова вартість власного капіталу / позиковий капітал.

При  $Z < 1,23$  Альтман визначає високу ймовірність банкрутства, а при значенні  $Z > 1,23$  – низьку.

Наведений метод дискримінантного аналізу Альтмана був згодом застосований ним та його послідовниками у ряді країн (Великобританія, Німеччина, Франція, Бразилія та ін.). Так, наприклад, Таффлер і Тішоу [41] для

Великобританії одержали залежність

$$Z = 0,53K_1 + 0,13K_2 + 0,18K_3 + 0,16K_4,$$

де  $K_1$  = прибуток від реалізації / короткострокові зобов'язання;

$K_2$  = оборотний капітал / сума зобов'язань;

$K_3$  = короткострокові зобов'язання / баланс;

$K_4$  = обсяг продажу / баланс.

При  $Z > 0,3$  ймовірність банкрутства визначається як низька.

У Німеччині методологію багатофакторного дискримінантного аналізу вперше було застосовано для дослідження фінансового стану підприємств Клаусом Беєрманом 1976 року [42]. Свої висновки він базував на емпіричному дослідженні 21 пари підприємств, половина з яких були збитковими і перебували у фінансовій кризі. Дискримінантна модель Беєрмана:

$$Z = 0,077K_1 + 0,813K_2 + 0,124K_3 - 0,105K_4 - 0,063K_5 + \\ + 0,061K_6 + 0,268K_7 + 0,217K_8 + 0,012K_9 + 0,165K_{10},$$

де  $K_1$  = позиковий капітал / баланс;

$K_2$  = чистий прибуток / баланс;

$K_3$  = чистий прибуток / позиковий капітал;

$K_4$  = чистий прибуток / чиста виручка від реалізації;

$K_5$  = cash-flow I / позиковий капітал;

$K_6$  = чиста виручка від реалізації / баланс;

$K_7$  = запаси / чиста виручка від реалізації;

$K_8$  = сума амортизації / вартість основних засобів на кінець періоду;

$K_9$  = введені основні засоби / сума амортизації;

$K_{10}$  = заборгованість за банківськими позиками / позиковий капітал.

При коефіцієнті  $Z > 0,32$ , розрахованому за функцією Беєрмана, підприємство перебуває під загрозою банкрутства протягом найближчого року. При  $0,236 < Z < 0,32$  – неможливо чітко визначити рівень стійкості підприємства, тож виникає потреба в додатковому якісному аналізі. При  $Z < 0,236$  Беєрман зазначав, що підприємству протягом року банкрутство не загрожує.

Г. В. Давидова та А. Ю. Беліков застосували підхід Альтмана для умов російської економіки [43]:

$$Z = 8,38K_1 + 1,0K_2 + 0,054K_3 + 0,63K_4,$$

де  $K_1$  = оборотний капітал / баланс;

$K_2$  = чистий прибуток / власний капітал;



$K_3$  = обсяг продажу / баланс;

$K_4$  = чистий прибуток / собівартість.

При  $Z < 0$  Давидова та Беліков визначали максимальну ймовірність банкрутства підприємства (на рівні 0,9-1,0), при  $0 < Z < 0,18$  – високу ймовірність банкрутства (0,6-0,8),  $0,18 < Z < 0,32$  – середню ймовірність банкрутства (0,35-0,5),  $0,32 < Z < 0,42$  – незначну ймовірність банкрутства (0,15-0,20),  $Z > 0,42$  – низьку ймовірність банкрутства (до 0,1).

Низку моделей багатofакторного дискримінантного аналізу можливості банкрутства підприємств розроблено і для умов української економіки, зокрема О. О. Терещенком [44], [45.], [46], А. В. Матвійчуком [47], [48], [49], [50]. Наприклад, модель О. О. Терещенка має вигляд:

$$Z = 0,105K_1 + 1,567K_2 + 0,301K_3 + 1,375K_4 + 1,689K_5 + 0,168K_6 - 0,26,$$

де  $K_1$  = поточні активи / поточні зобов'язання;

$K_2$  = власний капітал / валюта балансу;

$K_3$  = чиста виручка від реалізації / валюта балансу;

$K_4$  = cash-flow I / (чиста виручка від реалізації + інші операційні доходи);

$K_5$  = прибуток до оподаткування / чиста виручка від реалізації;

$K_6$  = прибуток після оподаткування / власний капітал.

О. О. Терещенко встановив власні нормативні значення коефіцієнта  $Z$  для різних видів економічної діяльності. Так, наприклад, для підприємств сільськогосподарської галузі при  $Z < -0,8 = Z_1$  робиться висновок про високу ймовірність банкрутства, при  $Z > 0,48 = Z_2$  – про стабільний фінансовий стан підприємства, а при  $-0,8 < Z < 0,48$  – про неможливість чіткої ідентифікації стану компанії. Для підприємств, що функціонують у будівельній галузі,  $Z_1 = -0,6$ , а  $Z_2 = 0,44$ . Для харчової промисловості  $Z_1 = -0,65$ , а  $Z_2 = 0,43$ . І так для багатьох інших галузей.

Для нейтралізації надмірного впливу значення оборотності вкладеного капіталу  $K_3$  на результати розрахунків за даною моделлю О. О. Терещенком пропонується штучно встановити максимальне значення  $K_3$  для харчової промисловості, переробки сільськогосподарської продукції, сільського та лісового господарства, транспорту і зв'язку на рівні 10, для всіх інших видів діяльності – на рівні 5.

Також О. О. Терещенком зазначено, що оптимальне значення коефіцієнта покриття  $K_1$  становить від 1,5 до 2,5. У разі перевищення показником  $K_1$  рівня 2,5 для розрахунків пропонується використовувати скориговану величину. Так, якщо значення показника  $K_1$  знаходиться в межах 2,51-2,99, то Терещенко запропонував використовувати скориговане значення  $K_1$  на рівні 2,5; якщо в межах 3,00-4,00 – то на рівні 2,0; якщо більше 4,00 – то скориговане значення коефіцієнта  $K_1$  повинно бути 1,5.

Таблиця 12.4 – Найбільш поширені підходи до оцінювання фінансового стану підприємства [58]

Зміст підходу	Застосування	Проблеми, недоліки, обмеження	Вихід (вирішення проблем)
Базується на фінансових даних і включає оперування кількісними показниками, такими як Z-рахунок Е. Альтмана (США) [39], [40] та ін.	Набув широкого розповсюдження у багатьох країнах і застосовувався у різні періоди часу в моделях Таффлера і Тішоу (Велика Британія) [41], К. Беєрмана (Німеччина) [42], Давидової Г.В. та Белікова А.Ю. (Росія) [43], Терещенка О.О. [45], [46] і Матвійчука А.В. (Україна) [47], [49], [50], Конана і Гольдера [54], Спрінггейта [55], Чессера [53], Ліса та ін. [56]	Вагові коефіцієнти дискримінантних моделей та граничні нормативи значно відрізняються не тільки залежно від країни, а й від року в межах однієї країни. Числові методи діагностування банкрутства, що базуються на роботі тільки із фінансовими показниками, не мають стійкості до варіацій у вихідних даних. Низька здатність моделей до оцінки реального фінансового стану підприємств в умовах української економіки [37, с. 284-286]	Урахування в фінансовому аналізі поряд з кількісними показниками ще і якісної експертно-аналітичної інформації
Оперує якісними показниками, наприклад, метод бальної оцінки Аргенті, що зводиться до розрахунку інтегрованого показника (А-рахунок) на основі якісних факторів	Діагностування банкрутства здійснюється порівнянням даних досліджуваного підприємства з відповідними даними по збанкрутілих компаніях [38] та робиться висновок щодо міри їх подібності. При проведенні аналізу розглядаються не тільки фінансові показники, а й показники, що характеризують рівень менеджменту на підприємстві	Характеризується значною часткою суб'єктивізму (компанії, що здійснюють аналітичні огляди, здійснюють прогнозування і консультування, надають аудиторські послуги, використовують для аналітичних оцінок системи різних критеріїв) та не передбачає можливість адаптації моделі до реальних даних через відсутність загально визначених вимірників того чи іншого якісного фактора і ці вимірники не пройшли класифікацію на предмет відхилення фактичних їхніх значень від деяких припустимих нормативів	Поєднання кількісних (фінансових) і якісних (індикаторних) показників
Розроблений російським ученим Недосекіним О.О. [31] підхід до оцінювання ризику банкрутства підприємства на підґрунті теорії нечітких множин, що надає можливість здійснювати комплексну діагностику банкрутства на основі інформації статистичної та лінгвістичної природи	Дає змогу діагностувати можливість банкрутства підприємства, враховуючи не тільки його економічні та управлінські характеристики, а й специфіку країни, виду економічної діяльності, період часу та ін. Хоча в даному підході і заявлено про необхідність формування механізму нечіткого логічного висновку, сам він такої можливості не надає. Даний метод, фактично, являє собою інтервальний аналіз, коли множини можливих значень усіх показників розбиваються на чітко встановлені інтервали, а елементи теорії нечітких множин використовуються тільки для перетворення якісних показників у числову форму [37, с. 262]	Підхід позбавлений гнучкості та не дозволяє налаштувати параметри системи на реальних прикладах банкрутств підприємств; урахування специфіки підприємства здійснюється лише шляхом індивідуального відбору факторів впливу з їх ваговими коефіцієнтами, значимість яких визначається експертом на основі власних суб'єктивних суджень	Підвищити об'єктивність процесу класифікації можна за рахунок налаштування параметрів моделі на основі статистики щодо банкрутств підприємств, чого можна досягти, зокрема, за допомогою методу багатофакторного дискримінантного аналізу
Розроблений українським ученим-дослідником Матвійчуком А.В. [37, с. 263-327] підхід, що полягає у застосуванні адаптивних економіко-математичних	–	–	Подальшого розвитку набули у результаті розробки моделей на основі таких пояснюючих змінних та бази знань, які здатні виявляти ознаки дій із приховування банкрутства, фіктивного

Зміст підходу	Застосування	Проблеми, недоліки, обмеження	Вихід (вирішення проблем)
моделей оцінювання фінансового стану підприємств, у підґрунтя яких покладено методи дискримінантного аналізу, нечіткої логіки та нейронних мереж:			банкрутства чи навмисного доведення підприємства до банкрутства, що важливо як для керівництва підприємства, так і для потенційних інвесторів, банків-кредиторів та органів державної влади, зокрема, для державної фіскальної служби при виявленні платників податків, які використовують шахрайські схеми ухилення від виконання своїх податкових зобов'язань
дискримінантної моделі з відповідними параметрами та набором незалежних між собою пояснюючих змінних, що забезпечують чітке розмежування фінансового стану підприємств-банкрутів та фінансово стійких підприємств в умовах української економіки	Застосування не достатньо обґрунтоване для моделювання фінансового стану підприємств	Існує велика кількість обмежень і передумов для застосування інструментарію дискримінантного аналізу, яким реалії сучасної української економіки не задовольняють, зокрема, щодо стаціонарності досліджуваних процесів, незмінності зовнішніх умов та ін.	Використання при вивченні фінансового стану моделей, в основу яких покладено карти самоорганізації, а також при побудові та використанні моделей на нечіткій логіці, немає потреби у дотриманні зазначених вимог
регресійної моделі оцінювання часу, що залишається до ймовірного банкрутства підприємства	Аналіз автором ефективності побудованої моделі виявив її непридатність для використання в реальних умовах	Припущення про те, що загальні умови, які визначали розвиток показника у минулому, залишатимуться без суттєвих змін упродовж періоду упередження та ін.	Застосування інших математичних підходів для більш ґрунтовної оцінки фінансового стану підприємства, а також для визначення часу, протягом якого йому може загрозувати виникнення фінансової кризи
застосуванням моделей на нечіткій логіці, побудованих на основі наборів незалежних змінних та найбільш інформативних показників	Інструментарій надає можливість формувати модель з урахуванням української специфіки ведення бізнесу, дозволяє використовувати експертні знання з предметної області та не накладає обмежень на характер вхідної інформації, забезпечуючи водночас можливість налаштування параметрів моделі на реальних показниках діяльності фінансово стійких компаній та підприємств-банкрутів. Вдається не тільки здійснити кластеризацію підприємств за двома класами – фінансово стійкі та потенційні банкрути, але й із досить високою точністю оцінити час, протягом якого банкрутство може відбутись	Даний методологічний підхід є вільним від недоліків підходу Е. Альтмана в умовах країн із транзитивною економікою, оскільки зберігає свою стійкість у часі за рахунок того, що фінансова оцінка проводиться з урахуванням не стільки кількісних, скільки якісних ознак. Рівні різних якісних термів для всіх факторів можуть змінюватися з часом, проте в межах одного парадигмального періоду ці зміни не матимуть стрибкоподібного характеру із зміною рівня якості. До того ж, із надходженням нових даних за підприємствами-банкрутами та	Альтернативою нечіткій логіці при вирішенні задач класифікації можуть бути нейронні мережі типу персептрон

Зміст підходу	Застосування	Проблеми, недоліки, обмеження	Вихід (вирішення проблем)
економіко-математичних моделей на нейронних мережах перцептронного типу різної конфігурації, в основу яких покладено дві окремі множини незалежних між собою та найбільш інформативних пояснюючих змінних, сформованих при побудові дискримінантної та нечітких моделей діагностування банкрутства	При побудові перцептронів доцільно здійснювати спеціальний відбір вхідних факторів, а не застосовувати будь-які показники, які аналітик вважає потрібними, як це прийнятно для моделей на нечіткій логіці, що певною мірою ускладнює процедуру розробки нейронних мереж, як і необхідність володіння достатньо репрезентативною статистичною вибіркою. Моделі на нейронних мережах показали низьку точність оцінювання часу, який відділяє підприємство від банкрутства, проте вони виявилися ефективними для розподілу підприємств за двома класами порівняно з альтернативними підходами, якщо множина вхідних факторів сформована коректно	фінансово стійкими компаніями можна повторно здійснювати налаштування параметрів моделі  Підхід не дозволяє свідомо управляти процесом налаштування та подальшого прийняття рішень, аналітик при конструюванні нейронної мережі може лише навантажити її структуру та деякі параметри та після оптимізації на наявній статистиці робити висновки щодо ефективності отриманої моделі, у той час як при побудові моделі на основі інструментарію нечіткої логіки він має можливість відстежити та зрозуміти причини відхилення прогнозу від реальних даних та, відповідно, обґрунтовано скорегувати параметри моделі з метою зменшення похибок моделювання	Моделі на нечіткій логіці здатні ефективно здійснювати розрахунок вихідної змінної навіть без налаштування на реальних даних
економіко-математичних моделей оцінки фінансового стану підприємств на основі карт самоорганізації, розроблених фінським ученим Т. Кохоненом	Призначенням карти самоорганізації є ущільнення інформації в багатовимірних векторах даних за рахунок виокремлення спільних характеристичних особливостей у досліджуваних об'єктах кластеризації	Значна трудомісткість їх конструювання та досить низька ефективність цього інструментарію для передбачення банкрутств. Однією з головних причин цього за результатами експериментів було визначено недостатню точність інтерпретації результатів кластеризації [59]	Залучення до процесу налаштування нейронних мереж процедури навчання „з учителем” дозволило значно підвищити ефективність узагальнення та видобування знань з реальних даних, що суттєво збільшило точність автоматизованого розпізнавання результатів кластеризації
Доповнення до шару Кохонена шаром Гроссберга шляхом утворення нейронної мережі зустрічного розповсюдження	На відміну від карт Кохонена, нейронній мережі зустрічного розповсюдження вдається уникнути зони невизначеності у проведенні класифікації. Побудовані нейромережі зустрічного розповсюдження, як і самі карти Кохонена, продемонстрували суттєво вищу точність класифікації порівняно з розробленими раніше іншими дослідниками дискримінантними моделями	Порівняно з дискримінантною моделлю, налаштованою на тій же статистиці, нейронні мережі зустрічного розповсюдження виявилися менш ефективним інструментарієм	Проведення складних і трудомістких додаткових досліджень з пошуку більш адекватної структури карти самоорганізації, формування переліку вхідних факторів та їх попередньої обробки. На фоні результатів, продемонстрованих більш простими та інтуїтивно зрозумілими дискримінантними моделями, перегляд доцільності (обґрунтування) проведення спеціального дослідження з конструювання більш ефективної структури нейронної мережі зустрічного розповсюдження для вирішення завдання діагностування можливості банкрутства

Результати цих досліджень використано у Порядку проведення оцінки фінансового стану бенефіціара та визначення виду забезпечення для обслуговування та погашення позики, наданої за рахунок коштів міжнародних фінансових організацій [51]. Існує багато інших моделей, побудованих за тим самим принципом, наприклад, моделі Конана і Гольдера, Ліса, Спрінгейта, Чессера та ін., з якими можна ознайомитись у працях [52], [46], [53], [54], [55], [56], [57].

Проведене докт. екон. наук, проф. А. В. Матвійчуком дослідження точності прогнозування банкрутства українських підприємств із використанням ряду наведених моделей виявило занадто низьку здатність їх до оцінки реального фінансового стану компаній та передбачення банкрутств в умовах української економіки [37, с. 284-286]. Окрім того, дослідження інших авторів з даного напрямку свідчать, що коефіцієнти подібних дискримінантних моделей суттєво змінюються залежно від року та від країни. Тобто особливості української дійсності не дозволяють механічно використовувати модель Альтмана або інші зазначені моделі. При проведенні фінансового аналізу важливо враховувати поряд з кількісними показниками ще і якісну експертно-аналітичну інформацію.

Для побудови математичної моделі передбачення банкрутства необхідна репрезентативна статистика банкрутств різних підприємств, попередньо перевірена на відповідність для аналізу фінансового стану даного об'єкта з огляду на обсяг капіталу, вид економічної діяльності, країну і період часу, за який здійснюється оцінка. Аналіз потрібно проводити на основі тільки тих показників, що є найбільш важливими для діагностування банкрутства досліджуваного підприємства. Це пов'язано зі специфікою кожного виду економічної діяльності, з особливостями роботи підприємств, станом економічного середовища, в якому вони функціонують тощо. Важливо, щоб форми звітності, які використовуються для аналізу, достовірно відображали справжній фінансовий стан підприємства.

Не існує універсальних моделей, які б ідеально підходили для всіх видів економічної діяльності, економічних систем усіх країн. Вони повинні розроблятися (адаптуватися) для кожної галузі й підгалузі окремо, при цьому періодично уточнюватися за оновленими статистичними даними з урахуванням нових закономірностей розподілу, структурних зрушень, взаємозв'язку і тенденцій в економіці.

Для забезпечення стійкості і стабільності функціонування підприємств, спроможності самостійно захищатися від різних зовнішніх і внутрішніх негативних впливів і реалізовувати власні економічні інтереси, забезпечення економічної незалежності підприємства, спроможності використовувати конкурентні переваги для забезпечення рівноправності участі в ринкових взаємовідносинах та здійснення постійної модернізації виробництва, ефективної інвестиційної та інноваційної політики, розвитку кадрового потенціалу підприємства порівняльний аналіз концептуальних і методологічних підходів до аналізу фінансового стану дозволяє у якості найбільш адекватного і ефективного інструментарію у сучасних умовах розвитку економіки та

можливостей інформаційного забезпечення визнати адаптивні економіко-математичні моделі, в основу яких покладено методи дискримінантного аналізу, нечіткої логіки та нейронних мереж.

## Перелік посилань до теми 12

1. Аптекарь С. С. Моделювання динамічної точки безбитковості / С. С. Аптекарь, Ю. В. Нефьодова // Прометей. Зб. наук. пр. з економіки. – Донецьк : ДЕГІ, 2008. – Вип. 3 (27). – С. 139-145.
2. Данилишин В. І. Організаційно-економічні механізми забезпечення безбиткової діяльності підприємства : автореф. дис. ... канд. екон. наук : 08.06.01 / В. І. Данилишин. – Львів, 2005. – 20 с.
3. Іванова Н. Ю. Аналіз безбитковості виробництва : Теорія та практика : навч. посіб. / Іванова Н. Ю. – К. : Лібра, 2002. – 72 с.
4. Кобзій О. В. Планування безбиткової діяльності підприємства в умовах кризи / О. В. Кобзій // Вісник Хмельницького національного університету. – 2010. – № 5. – Т. 2. – С. 188-191.
5. Орлов О. А. Планирование деятельности промышленного предприятия : учебн. / Орлов О. А. – 2-е изд., перераб. и дополн. – К. : Скарбы, 2006. – 416 с.
6. Попович П. Я. Операційний аналіз безбитковості та маржинальний дохідна одиницю продукції / П. Я. Попович // Економічний аналіз. – 2008. – № 3 (19). – С. 216-220.
7. Скубій О. Л. Організація і методи внутрішньофірмового планування безбитковості діяльності підприємства (на прикладі підприємств, що спеціалізуються на виробництві товарів народного споживання) : автореф. дис. ... канд. екон. наук : 08.06.01 / О. Л. Скубій. – Тернопіль, 2000. – 19 с.
8. Щехорський А. Й. Моделі планових безбиткових обсягів виробництва. Проблеми теорії та методології бухгалтерського обліку, контролю і аналізу / А. Й. Щехорський // Міжнародний збірник наукових праць. Серія „Бухгалтерський облік, контроль і аналіз”. – Житомир : ЖДТУ. – 2006. – Вип. 3 (6). – С. 186-199.
9. Голов С. Ф. Управлінський облік : підруч. / Голов С. Ф. – К: Лібра, 2003. – 704 с.
10. Ляховець О. О. Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. для сам. вивч. дисц. / Ляховець О. О., Юрін Є. Г., Нетудихата К. Л. ; за ред. О. О. Ляховець. – Миколаїв : Іліон, 2013. – 304 с.
11. Моделі та методи прийняття рішень в аналізі й аудиті (модульний варіант) : навч. посіб. / З. М. Мочаліна, А. Л. Шутенко, І. А. Ачкасов, А. О. Гріщенко; Харк. нац. акад. міськ. госп-ва. – Х.: ХНАМГ, 2012. – 405 с.
12. Державна служба статистики України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.ukrstat.gov.ua/>
13. Чумаченко М. Г. Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : конспект лекцій / Чумаченко М. Г. – К. : КНЕУ, 1999. – 74 с.
14. Череп А. В. Моделі та методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч.-метод. посіб. для сам. вивчен. / Череп А. В., Шмиголь Н. М., Бутник О. М. – К. : Кондор, 2011. – С. 104-126.
15. Гаркуша Н. М. Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / Гаркуша Н. М., Цуканова О. В., Горошанська О. О. – К. : Знання, 2011. – 591 с.
16. Добровський О. В. Особливості аналізу безбитковості у багатопродуктових виробництвах [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://ir.kneu.edu.ua:8080/bitstream/2010/4679/1/218-227.pdf>
17. Управлінський облік / Дон Р. Хенсен, Мерієн М. Моувен, Небіл С. Еліас, Девід У. Сенков ; [пер. з англ. 5-го канад. видання]. – К. : Міленіум, 2002. – 974 с.
18. Ющенко Н. Л. Моделі і програмні продукти розв'язування проблем безбитковості діяльності / Н. Л. Ющенко, І. П. Куслії // Науковий вісник Полісся / Черніг. нац. технол. ун-т. – Чернігів: Черніг. нац. технол. ун-т, 2015. – № 4 (4). – С. 76-86.
19. Базилінська О. Я. Фінансовий аналіз : теорія та практика : навч. посіб. [для студ. вищ. навч. закл.] / Базилінська О. Я. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 328 с.
20. Савицька Г. В. Економічний аналіз діяльності підприємства : навч. посіб. – К. : Знання, 2007. – 654 с.
21. Шкарлет С. М. Аналіз фінансового стану промислових підприємств / С. М. Шкарлет, Г. В. Кравчук. – К. : ТОВ „Дорадо-Друк”, 2009. – 292 с.
22. Турило А. М. Теоретико-методологічні засади визначення сутності і оцінки категорії „економічний стан підприємства” / А. М. Турило, А. В. Агапова // Актуальні проблеми економіки. – 2010. – № 2 (104). – С. 156-159.
23. Ващенко Л. О. Оцінка методичного забезпечення аналізу фінансового

стану підприємств / Ващенко Л. О. // Інноваційна економіка. Всеукраїнський науково-виробничий журнал. – 2009. – № 1. – С. 97-100. **24.** Кабаченко Д. В. Використання системного підходу при формуванні комплексної оцінки фінансового стану підприємства / Кабаченко Д. В. // Держава та регіони. – 2010. – № 3. – С. 58-62. **25.** Райковська І. Т. Проблеми застосування методик аналізу фінансового стану в діяльності промислових підприємств / Райковська І. Т. // Вісник ЖДТУ. Економічні науки. – 2009. – № 3 (49). – С. 154-158. **26.** Павленко О. І. Вдосконалення механізму оцінки фінансового стану підприємства / Павленко О. І. // Бізнес-навігатор. Науково-виробничий журнал. – 2010. – № 2 (19). – С. 72-78. **27.** Кузьмін О. Є. Нормативно-критеріальне забезпечення діагностики фінансового стану підприємства / О. Є. Кузьмін, О. Г. Мельник // Фінанси України. – 2010. – № 8. – С. 105-114. **28.** Сілічева Н. Є. Сутність Due Diligence і можливі перспективи розвитку в Україні / Сілічева Н. Є. // Економічний простір. – 2011. – № 45. – С. 288-291. **29.** Булгакова Л. Н. Операционный леверидж. Золотое правило экономики. Теория и практика / Булгакова Л. Н. // Финансовый менеджмент. – 2001. – № 4 [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.finman.ru/articles> **30.** Sercovich F. Policy benchmarking in the developing countries and the economies in transition : principles and practice : [report] / F. Sercovich. – UNIDO, January, 2003. – P. 372-391. **31.** Недосекин А. О. Методологические основы моделирования финансовой деятельности с использованием нечетко-множественных описаний : Дис... докт. экон. наук : 08.00.13 – „Математические и инструментальные методы экономики” / СПбГУЭФ. – СПб., 2003. – 280 с. **32.** Лубенець С. В. Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / Лубенець С. В. – Львів : ПП „Магнолія 2006”. – 2010. – 261 с. **33.** Подольська В. О. Комплексна оцінка фінансової стійкості підприємства / В. О. Подольська, О. О. Оржинська // Науковий вісник Полтавського університету споживчої кооперації України. – 2009. – № 4 (35). – С. 136-142. **34.** Савицкая Г. В. Анализ хозяйственной деятельности : [учеб.] / Савицкая Г. В. – 2-е изд., испр. и доп. – Минск : РИГТО, 2012. – 367 с. **35.** Статистика індикаторів фінансової стійкості // Сторінка Офіційного інтернет-представництва Національного банку України [Електронний ресурс]. – Режим доступу : [http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/article?art\\_id=58001](http://www.bank.gov.ua/control/uk/publish/article?art_id=58001) **36.** Коренева А. Б. Критичний аналіз класичного підходу до оцінки фінансового стану підприємства / Коренева А. Б. // Вісник економіки транспорту і промисловості. – 2010. – № 29. – С. 104-107. **37.** Матвійчук А. В. Штучний інтелект в економіці : нейронні мережі, нечітка логіка : монографія / Матвійчук А. В. – К. : КНЕУ, 2011. – 439 с. **38.** Эйтингон В. Прогнозирование банкротства : основные методики и проблемы / В. Эйтингон, С. Анохин [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.iteam.ru/articles.php?tid=2&pid=1&sid=&id=141> **39.** Altman E. I. Pinancial Ratios, Discriminant Analysis and the Prediction of Corporate Bankruptcy // The Journal of Finance. – 1968. – № 4. – P. 589-609. **40.** Altman E. I. Further Empirical Investigation of the Bankruptcy Cost Question // The Journal of Finance. – 1984. – № 4. – P. 1067-1089. **41.** Taffler R., Tishaw H. Going, going, gone – four factors which predict // Accountancy. – 1977. – March. – P. 50-54. **42.** Beermann K. Prognosemöglichkeiten von Kapitalverlusten Mit Hilfe von Jahresabschlüssen // Schriftenreihe des Instituts Pelz Revisionsswesen der Westfälischen Wilhelms-Universität Münster. – 1976. – Düsseldorf. – Band 11. – S. 118-121. **43.** Давидова Г. В. Методика количественной оценки риска банкротства предприятий / Г. В. Давидова, А. Ю. Беликов. // Управление риском. – 1999. – № 3. – С. 13-20. **44.** Терещенко О. О. Дискримінантний аналіз в оцінці кредитоспроможності підприємства / Терещенко О. О. // Вісник Національного банку України. – 2003. – № 6 (88). – С. 2427. **45.** Терещенко О. О. Дискримінантна модель інтегральної оцінки фінансового стану підприємства / Терещенко О. О. // Економіка України. – 2003. – № 8. – С. 38-45. **46.** Терещенко О. О. Антикризове фінансове управління на підприємстві / Терещенко О. О. – К. : КНЕУ, 2004. – 268 с. **47.** Матвійчук А. В. Моделювання фінансової стійкості підприємств із застосуванням теорій нечіткої логіки, нейронних мереж і дискримінантного аналізу / Матвійчук А. В. // Вісник НАН України. – 2010. – № 9. – С. 24-46. **48.** Матвійчук А.В. Дискримінантна модель оцінки ймовірності банкрутства / Матвійчук А.В. // Моделювання та інформаційні системи в економіці. – К. : КНЕУ, 2006. – Вип. 74. – С.

299-314. **49.** *Матвійчук А. В.* Діагностика банкрутства підприємств / Матвійчук А. В. // Економіка України. – 2007. – № 4. – С. 20-28. **50.** *Matviychuk A.* Bankruptcy prediction in transformational economy : discriminant and fuzzy logic approaches // Fuzzy economic review. – 2010. – May. – Vol. XV. – № 1. – P. 21-38. **51.** *Порядок* проведення оцінки фінансового стану бенефіціара та визначення виду забезпечення для обслуговування та погашення позики, наданої за рахунок коштів міжнародних фінансових організацій : Наказ Міністерства фінансів України № 247 від 01.04.2003 р. **52.** *Недосекин А. О.* Нечетко-множественный анализ рисков фондовых инвестиций / Недосекин А. О. – СПб. : Сезам, 2002. – 181 с. **53.** *Chesser D. L.* Predicting Loan Noncompliance // The Journal of Commercial Bank Lending. – 1974. – № 56 (12). – P. 28-38. **54.** *Conan J., Holder M.* Variables explicatives de performances et controle de gestion dans les PMI : These de doctorat d'Etat / Universite Dauphine, Paris. – 1979. – Septembre [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://diane.bvdep.com/Diane/help/HelpDiane/diadoc10.htm> **55.** *Springate G. L. V.* Predicting the Possibility of Failure in a Canadian Firm : Unpublished M. B. A. Research Project / Simon Fraser University. – 1978. – January. [Електронний ресурс]. – Режим доступу : <http://www.sands-trustee.com/insolart.htm> **56.** *Лігоненко Л. О.* Антикризове управління підприємством : підруч. / Лігоненко Л. О. – К. : Київ. нац. торг.-екон. ун-т, 2005. – 824 с. **57.** *Шеремет А. Д.* Финансы предприятий / А. Д. Шеремет, Р. С. Сайфулин. – М. : ИНФРА-М, 1998. – 344 с. **58.** *Ющенко Н. Л.* Порівняльна характеристика методологічних підходів до проведення аналізу фінансового стану підприємства / Ющенко Н. Л. // Проблеми і перспективи економіки та управління : науковий журнал / Черніг. нац. технол. ун-т. – Чернігів : Черніг. нац. технол. ун-т, 2016. – № 2 (6). – С. 346-356. **59.** *Матвійчук А. В.* Оцінка ризику банкрутства підприємств із застосуванням карт самоорганізації / А. В. Матвійчук, Д. Б. Кайданович // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. – 2010. – № 8 (150). – С. 171-177.



### Питання для самоперевірки до теми 12

1. Зміст математичної моделі беззбитковості діяльності підприємства.
2. Математичне моделювання точки беззбитковості при одно- та багатоменклатурному виробництві.
3. У чому полягає суть та які етапи аналізу фінансового стану підприємства?
4. Охарактеризуйте економіко-математичні моделі аналізу фінансової стійкості підприємства.
5. Дайте характеристику моделі аналізу ліквідності балансу підприємства.
6. Економіко-математичні моделі аналізу рентабельності.
7. Економіко-математичні моделі діагностики ймовірного банкрутства підприємства.



## ОРІЄНТОВНА ТЕМАТИКА НАВЧАЛЬНО-ДОСЛІДНИХ РОБІТ

---

1. Математичні моделі в системах моніторингу економічних процесів.
2. Аналіз пакетів прикладних програм, що використовуються в моделюванні економічних об'єктів і процесів.
3. Економетричні моделі та проблеми економетричного моделювання.
4. Математичні моделі дослідження хаотичної динаміки в економічних системах.
5. Математичне моделювання в актуарних розрахунках.
6. Математичне моделювання в зовнішньоекономічній діяльності.
7. Математичні моделі в проблемах захисту економічної та підприємницької інформації.
8. Математичні моделі в управлінні інформаційними ресурсами.
9. Математичні моделі аналізу проблем глобалістики.
10. Математичні моделі адаптивних і раціональних очікувань в економіці та підприємстві.
11. Моделі макроекономічного прогнозування.
12. Математичні моделі в галузевому регулюванні.
13. Комплекс математичних моделей у регіональному регулюванні.
14. Концептуальні засади математичного моделювання економічної безпеки країни.
15. Математичні моделі антикризового менеджменту.
16. Математичні моделі трансформаційного менеджменту.
17. Методологічні аспекти моделювання конкуренції та поведінки економічних суб'єктів на ринках товарів і послуг.
18. Математичні моделі програмно-цільового управління.
19. Моделювання інструментів фондового ринку.
20. Методологічні аспекти й інструментарій моделювання процесів активної адаптації в економіці та підприємстві.

21. Огляд і аспекти класифікації економіко-математичних моделей планування та розміщення об'єктів.

22. Огляд і аспекти класифікації економіко-математичних моделей планування й упорядкування робіт.

23. Огляд і аспекти класифікації економіко-математичних моделей системи міської сфери обслуговування.

24. Огляд і аспекти класифікації економіко-математичних моделей управління системою охорони здоров'я.

25. Огляд і аспекти класифікації економіко-математичних моделей системи освіти.

26. Огляд і аспекти класифікації економіко-математичних моделей транспортної системи.

27. Огляд і аспекти класифікації економіко-математичних моделей систем в екології.

28. Огляд і аспекти класифікації економіко-математичних моделей військової системи.

29. Огляд і аспекти класифікації економіко-математичних моделей електроенергетичної системи.

30. Огляд і аспекти класифікації економіко-математичних моделей організації дозвілля.

Та інші теми з урахуванням тематики майбутніх випускних кваліфікаційних робіт, кола наукових інтересів та намірів щодо подальших досліджень студентів.

*Навчальне завдання кейсу полягає у наступному.*

Мала група у складі трьох осіб (розподіл виконується викладачем дисципліни під час першого аудиторного заняття або студентами самостійно під контролем менеджера академгрупи з метою урізноманітнення тематики робіт) повинна:

1) визначитися з предметною сферою, що досліджуватиметься, тобто економічною системою – об'єктом пізнання та надати у разі самостійного розподілу на малі групи не пізніше ніж наприкінці першого місяця навчання викладачеві відповідну інформацію;

2) опрацювати не менше 45 різних першоджерел стосовно предмету дослідження (публікації у наукових фахових виданнях, матеріали науково-практичних конференцій, автореферати дисертацій на здобуття наукового ступеня, навчальна література, інтернет-ресурси тощо);

3) систематизувати, проаналізувати та виконати класифікацію економіко-математичних моделей прийняття управлінських рішень у досліджуваній предметній сфері;

4) одну з адекватних моделей адаптувати до умов реального підприємства (організації, установи);

5) виконати порівняльний аналіз програмного забезпечення, що дозволяє автоматизувати моделювання і розрахунки за обраною математичною моделлю;

б) виконати розрахунки за даними минулого року, оцінити економічний ефект внаслідок прийняття рішень з використанням економіко-математичної моделі.

З прикладом виконання навчально-дослідного завдання можна ознайомитися в методичній розробці:

*Економіко-математичні моделі в управлінні та економіці* : метод. вказ. до викон. розрахункової (контр.) роботи для студ. напр. підгот. 6.030509 „Облік і аудит” заочної форми навч. / [уклад. Ющенко Н. Л.]. – Чернігів : ЧДТУ, 2014. – 59 с.

# ТЕРМІНОЛОГІЧНИЙ СЛОВНИК<sup>27</sup>

---

**Алгоритмів теорія** – розділ математики, що вивчає математичні моделі алгоритмів.

**Аналітична модель** є системою таких співвідношень між заданими й невідомими величинами, котрі виражені математичними формулами в явному вигляді. Завдяки цьому аналітичні моделі особливо зручні для аналізу властивостей розв'язків, а також для розрахунків. За сприятливих умов розв'язки аналітичних моделей вдається одержати в явному вигляді за допомогою лише алгебраїчних формул – такий розв'язок називається аналітичним. Зазвичай аналітичні моделі є рівняннями чи нерівностями різного типу (алгебраїчними, диференційними, різницевиими, інтегральними, функціональними). Однак не завжди зв'язки між величинами можна виразити формулами (наприклад, єдиним доступним способом задавання залежності однієї величини від іншої може бути алгоритм розрахунку значення функції за значеннями її аргументів). Навіть, якщо це вдалося, побудована таким чином аналітична модель не обов'язково має аналітичний розв'язок або він залишається не знайденим. Тоді модель досліджують засобами числового аналізу чи непрямими (побічними) методами.

**Багатопродуктова модель**, описуючи економічні процеси і/чи явища, явно враховує наявність декількох продуктів (які виробляються, розподіляються, споживаються, зберігаються, транспортуються тощо) так, що для кожного із них вводяться величини (екзогенні й ендогенні змінні), котрі вимірюють кількість цих продуктів у грошовому і/чи натуральному вираженні.

**Балансові моделі** – моделі формалізованого опису взаємної відповідності ресурсів і потреб у них, доходів і витрат тощо. Серед інших класів економіко-математичних моделей (оптимізаційних, економетричних тощо) балансові моделі вирізняються такими особливостями: представлення співвідношень моделі у вигляді систем лінійних рівнянь, які мають єдиний розв'язок; екзогенне задавання всіх структурних параметрів, що характеризують взаємозв'язки змінних; відсутність можливості вибору між різними варіантами взаємозв'язків змінних (наприклад різними технологічними способами) та між

---

<sup>27</sup> Більшість визначень взята з *Вітлінський В. В. Моделювання економіки : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисципліни / В. В. Вітлінський, Г. І. Великоіваненко. – К. : КНЕУ, 2004. – С. 292-323.*

взаємозамінними ресурсами.

**Вальраса модель** – динамічна модель ринкової рівноваги. Ціна і обсяг товару (проданого і купленого) на ринку, що перебуває у стані рівноваги, задані рівняннями попиту і пропозиції. Є ціна, котра забезпечує рівновагу і за якої використовуватиметься весь обсяг пропонованого товару. Але за умови встановлення на ринку іншої ціни невідомо, чи збережеться положення рівноваги і як швидко відбуватиметься процес пристосування. Для розв’язання цієї задачі й використовують моделі Вальраса.

**Верифікація економіко-математичної моделі** (від лат. *verus* – справжній і *facere* – робити) – перевірка моделі, зіставлення її з дійсністю, з’ясування відповідності реальним даним і змістовному уявленню про об’єкт й мету моделювання. Йдеться про верифікацію економіко-математичної моделі лише у тому разі, коли сама форма моделі, структура і вид залежностей, які вона містить, одержані з деяких загальних теоретичних уявлень.

**Виробнича функція** поєднує величину випуску з обсягом ресурсів (чинників виробництва) для деякої виробничої одиниці: установки, комплексу, окремого підприємства (фірми), галузі, народного господарства загалом. Поняття випуску і чинників виробництва конкретизуються залежно від характеру і масштабу розглядуваної виробничої одиниці, мети дослідження, доступної інформації.

**„Витрати-випуск” модель** (метод) – альтернативна назва моделі міжгалузевого балансу, запропонована академіком В.С. Немчиновим як переклад російською мовою англійського терміна *Input-Output Techniques*, що означає метод, впроваджений американським економістом В. В. Леонтєвим.

**„Витрати-ефективність” метод**, частково формалізована процедура прийняття рішень, яка широко використовує економіко-математичні моделі; метод, головню, призначений для оцінювання й відбору значних за обсягом, зазвичай державних, проектів; широко застосовується в аналізі варіантів у технічній і військовій галузях.

**Внутрішньорегіональні моделі** призначені для вирішення завдань розвитку й розміщення виробництва регіону з урахуванням передусім його внутрішніх потреб і ґрунтуються на тому, що зв’язки регіону з іншими, позарегіональними, системами, задаються переважно екзогенно.

**Глобальне моделювання** – системний аналіз довготермінових процесів світового розвитку на основі використання економіко-математичних засобів і комп’ютерних розрахунків. Потреба у поглибленому вивченні таких процесів із застосування найпотужніших аналітичних засобів виникла через загострення глобальних проблем (екологічна, ресурсна, демографічна, проблеми соціальної і економічної нерівності, безпеки тощо), зумовлених загальноцивілізаційними процесами, що торкаються інтересів усього людства і потребують для свого вирішення скоординованих дій усіх країн.

**Гомоморфізм** – відношення подібності систем в деякому структурному чи функціональному аспекті, узагальнення поняття ізоморфізм у разі відповідності між системами, однозначної тільки в один бік.

**Графічна модель** – зображення модельованої системи за допомогою наочних геометричних засобів. У широкому сенсі до графічних моделей відносять досить різноманітні об'єкти: 1) блок-схеми, в яких графічні елементи (прямокутники, ромби, овали та інші плоскі фігури і стрілки, що їх з'єднують) використовуються для відображення причинно-наслідкових, часових і просторових зв'язків між елементами модельованої системи; 2) моделі графів теорії; плоскі графи завжди можна зобразити за допомогою стандартних графічних засобів (цей спосіб навіть має певні переваги над аналітичним, зокрема доступність, наочність, хоча й незручний у разі великої розмірності, використання комп'ютерів і застосування деяких алгоритмів); 3) різноманітні геометричні площинні конструкції.

**Дані** в інформатиці й програмуванні – все, що можна обробляти за допомогою комп'ютерів і що може слугувати початковими чи вихідними даними для обробки (тобто те, що на початку „дано” для обробки), а також проміжні та результуючі (кінцеві) дані. Як синонім до терміна „дані” використовують слово „інформація”, але йому часто надають додаткових смислових (семантичних) значень.

**Демографічні моделі** призначені для опису і прогнозування стану населення, його кількісних і структурних характеристик, процесів його репродукування й динаміки, зокрема під впливом економічних, екологічних, соціальних, політичних та інших чинників.

**Дерево цілей** – теоретико-графова модель, використовувана в декомпозиційному аналізі щодо можливості досягнення деякої складної цілі. Цей аналіз може здійснюватися в різних аспектах, наприклад, для виявлення умов, які необхідні і (чи) достатні для досягнення поставленої мети (цілі); для віднаходження комплексу засобів, які забезпечують досягнення цілі; для вибору оптимального набору таких засобів тощо.

**Дескриптивна модель** має на меті формалізований опис об'єкта, процесу, явища і відповідає на питання „як побудований об'єкт”, „як відбувається перебіг процесу”, „яким чином, за яких умов відбувається явище”. Дескриптивні моделі широко застосовуються в прогнозуванні (особливо в генетичному підході), виявленні чинників, що визначають поведження об'єкта чи перебіг процесу, поясненні характеру, механізму впливу цих чинників („пояснювальні” моделі), у встановленні зв'язків різних явищ тощо. Методологічним підґрунтям дескриптивного моделювання є математична статистика, експертні процедури, імітаційні методи; інші математичні методи.

**Детерміністична модель** будується на припущенні про однозначність причинно-наслідкових зв'язків між усіма елементами модельованої системи та її взаємодій із зовнішнім середовищем. Неоднозначність зв'язків і взаємодій призводить до стохастичності чи невизначеності, для вивчення котрих застосовуються засоби логіки й математики.

**Динамічні моделі** в економіці описують зміни модельованої системи в часі, тому час в цих моделях представлений явно як неперервна або як дискретна величина, скінченим набором чи нескінченною послідовністю дискретних значень. У першому випадку для величин (відомих і невідомих), що

змінюються в часі, застосовують звичайні позначення як для математичних функцій.

**Дискретна модель** – математична модель, невідомі котрої набувають дискретних значень (цілочислові, булеві тощо). До дискретних моделей звертаються для вирішення частих в економіці проблемам вибору кінцевої множини альтернатив, особливо коли ця множина безпосередньо невидима.

**Дискретно-неперервна модель** – математична модель, що містить як неперервні елементи (наприклад, змінні, здатні приймати будь-яке значення в заданому інтервалі), так і дискретні (наприклад, змінні, здатні приймати значення із скінченої чи зліченої множини рівнянь чи нерівностей, для запису котрих використовуються розривні функції тощо).

**Допустима множина** в задачах вибору – сукупність елементів, які задовольняють деяку систему необхідних вимог до розв'язку задачі. У разі оптимального вибору допустимою множиною вважають сукупність елементів, що задовольняє всі вимоги задачі, без вимог оптимальності; підмножина допустимих множин, яка складається з елементів, що задовольняють цю вимогу, називається оптимальною множиною, чи множиною розв'язків.

**Допустимий розв'язок** у задачах вибору – елемент, який за своїми властивостями може бути прийнятим за розв'язок задачі, якщо не брати до уваги будь-які умови, наприклад вимоги до якості за умови оптимізації; елемент допустимої множини.

**Дослідження операцій** – наукова дисципліна, що розробляє загальні принципи постановки та розв'язування задач із метою покращання функціонування реальних виробничих, обслуговуючих і керуючих систем, а також способи реалізації вироблених рекомендацій з урахуванням найсуттєвіших для цих систем наслідків.

**Екзогенні змінні** в математичних моделях – величини, що характеризують середовище функціонування модельованої системи, умовно приймаються незалежними від невідомих моделі й за одноразового проведення розрахунків задаються як константи. Однак за багаторазових розрахунків, використання моделі в діалоговому режимі, включення її до різних ітеративних процедур як блоку, підмоделі екзогенні змінні зазнають. Варіювання екзогенних змінних виконується у разі їхнього недостатньо точного значення, для того щоб з'ясувати вплив похибок на розв'язок моделі. У разі розширенні моделі за рахунок включення до неї зв'язку, що характеризує залежність якої-небудь екзогенної змінної від невідомих, ця змінна стає ендогенною.

**Економетрія** – наукова дисципліна, що дає змогу на підставі положення економічної теорії й результатів економічних вимірювань надавати конкретний кількісний вираз загальним (якісним) закономірностям, зумовленим економічною теорією. Головну роль у математичному забезпеченні цієї дисципліни відіграють концептуальні положення економіко-математичного моделювання, методи математичної статистики, і передусім, – багатовимірний статистичного аналізу.

**Економіко-математичні методи і моделі в логістиці** – набір формалізованих засобів, які реалізуються в інформаційно-обчислювальних

системах на базі комп'ютерів і комунікаційної техніки для вирішення планових й управлінських завдань у сфері логістики.

**Економіко-математичні методи планування** – комплекс математичних засобів, призначених для розроблення планів функціонування і розвитку народного господарства й окремих економічних ланок – галузей, регіонів, корпорацій, фірм, підприємств тощо. Апарат економіко-математичних методів планування створювався паралельно з уособленням у сфері планування формальних процедур і був орієнтований, головню, на обслуговування управлінських структур, які реалізують ці процедури, тобто на підвищення швидкодії, точності розрахунків, розширення інформаційної бази і набору чинників, що їх потрібно враховувати, складаючи план.

**Економіко-математична модель** – стисле вираження найсуттєвіших економічних взаємозв'язків досліджуваних об'єктів (процесів) у вигляді математичних функцій, нерівностей і рівнянь.

**Економічна динаміка** – розділ математичної економіки, в якому будуються і вивчаються моделі розвитку (руху) тієї чи іншої економічної системи. Ці моделі описують зміни станів системи в часі. Під станом зазвичай розуміють  $n$ -мірний невід'ємний вектор ( $n$ -кількість продуктів у системі),  $i$ -та компонента якого показує кількість  $i$ -го продукту в цьому стані: як продукти можуть виступати предмети споживання, основні фонди, трудові та природні ресурси тощо. Сукупність усіх допустимих у момент  $t$  станів утворює фазовий простір моделі в цей момент. Час у моделях економічної динаміки може бути дискретним чи неперервним, розглядаються як скінченні, так і нескінченні часові проміжки.

**Економічної рівноваги моделі** утворюють клас найважливіших для загальнотеоретичного застосування абстрактних і насичених формальним апаратом економіко-математичних моделей.

**Економічного розвитку і зростання моделювання** – застосування математичних методів для вивчення чинників, які впливають на довготермінові тенденції змін національного продукту й аналізу подібних проблем, зокрема, поставлених економічного зростання теоріями. Зазвичай розрізняють теорію зростання, розглядаючи процес довготермінового економічного зростання насамперед в розвинених країнах (країнах-членах Організації економічного співробітництва і розвитку, ОЕСР) і теорію розвитку, що вивчає зміни в економіці країн, що розвиваються (таких, що не входять в ОЕСР, за виключенням країн із перехідною економікою).

**Економічного циклу теорії і моделі** розглядають регулярні коливання ділової активності. Усталенню сучасних уявлень про природу економічних циклів і криз сприяли наукові праці не одного покоління економістів, насамперед таких авторитетних дослідників, як М. І. Туган-Барановський, Дж. Кейнс, П. Семюельсон, У. Мітчелл, Й. Шумпетер. Сучасна проблема циклів належить до низки центральних в економічній науці.

**Експертна система** – програма (комплекс програм), що дає змогу представити в потрібній для обчислювальної машини формі й систематизувати знання експертів у деякій прикладній області і, ґрунтуючись на цих



представленнях, розв'язувати прикладні задачі подібно до експерта на запит користувачів. Експертні системи належать до систем, що ґрунтуються на знаннях (СБЗ) і містять у собі характерні для СБЗ компоненти – базу знань (БЗ), механізм одержання розв'язків і засоби інтерфейсу з користувачем.

**Експертні методи** – різноманітні методи розв'язування задач, ґрунтуються на використанні суджень спеціалістів-експертів. Експертні методи поділяються на **індивідуальні**, коли використовуються судження одного експерта; **групові**, коли задачу розв'язують кілька експертів (не менше 5-7); **комбіновані**, коли поєднуються індивідуальні й групові судження. Комбінований метод реалізується двома етапами: 1) одержання суджень одного експерта; 2) аналіз цього судження групою експертів і одержання групового (колективного) судження. Найпоширенішими є групові методи.

**Ендогенні змінні** – невідомі математичної моделі, її «внутрішні» змінні, що характеризують стан модельованої системи. Побудова кількісної моделі в результаті зводиться до опису залежності ендогенних змінних між собою, та від характеристик середовища – екзогенних змінних і абсолютних констант. Використання моделі передбачає задавання всіх екзогенних змінних і абсолютних констант, а також розрахунок відповідних щодо цього задавання значень ендогенних змінних. У процесі роботи з моделлю може виникнути необхідність фіксації значення якоїсь із ендогенних змінних, хоча б для декількох реалізацій моделі; в такому разі ендогенна змінна стає ензогенною.

**Ерроу-Дебре модель** – одна з перших математичних моделей конкурентної рівноваги, розроблена у 1950-х рр. американськими економістами й математиками К. Ерроу і Дж. Дебре. Є підґрунтям теорії економічної рівноваги. Модель описує економічні процеси у сфері виробництва, взаємозв'язки між якими регулюються механізмами цін і розподілу доходів.

**Ефективність** у загальному сенсі – відношення корисного ефекту (результату) до витрат на його одержання. В економічному контексті – зіставлення результатів (зокрема побічних і непрямих) господарської діяльності з витраченими ресурсами: трудовими, матеріальними, природними, фінансовими, основними фондами тощо. Теорія ефективності розробляє методи вимірювання витрат і результатів функціонування економіки та її окремих ланок.

**Заробітної плати моделі** – економіко-математичні залежності, призначені для аналізу і прогнозування рівня середньої заробітної платні й оцінювання розподілу працівників за рівнем оплати праці. Моделі прогнозування середньої заробітної платні є рівняннями, котрі поєднують рівень заробітної платні із значеннями, що зумовлюють його чинники.

**Зовнішньоторгові моделі** – різновид економіко-математичних моделей, призначених для опису зовнішньоторговельної діяльності окремої країни чи групи країн. Можуть використовуватися як для аналізу механізмів зовнішньої торгівлі (в теоретичному й прикладному планах), так і для прогнозування зовнішньоторговельних потоків.

**Ідентифікація моделі** – вибір моделі об'єкта з деякої сукупності. Підхід статистичного моделювання передбачає, що наявні спостереження є

реалізацією випадкового елемента  $\xi$  із значеннями у вимірному просторі  $(X, \chi)$  з розподілом  $\mu$ , залежним від параметра  $\theta \in \Theta$ . Функція  $\theta \rightarrow \mu_\theta$  описує модель об'єкта.

**Ізоморфізм** (від грец. isos – рівний, однаковий і morphe – форма) відношення тотожності систем в деякому структурному чи функціональному аспекті.

**Імітаційна модель** – економіко-математична (переважно комп'ютерна) модель, дослідження якої проводиться експериментальними методами. Термін запроваджений на початку 1960-х р., його межі досить широкі, але не досить чітко визначені. Виникнення імітаційної моделі пов'язане з „ною хвилею» в економіко-математичному моделюванні.

**Імітаційне моделювання** – метод пізнання економічної дійсності в процесі конструювання імітаційних моделей і проведення з ними лабораторних економічних експериментів.

**Імовірнісні моделі економічної динаміки** – моделі, що описують процес розвитку економічної системи, на котру впливають випадкові чинники. Покладається, що всі основні характеристики економічної системи, що розглядається (технологічні множини, цільові функції, вектори втрат, випуску, цін тощо) залежать від змінних у часі випадкових параметрів.

**Імовірнісні моделі економічної рівноваги (стійкості)** – моделі, що розбудовують і узагальнюють класичні моделі економічної рівноваги (типу моделей Гейла, Ерроу-Дебре) шляхом урахування чинника невизначеності, що діє в економічній системі.

**Інформаційні технології** – сукупність методів і засобів (технічних, програмних, організаційно-технологічних тощо), які забезпечують збір, накопичення, обробку, збереження, передавання і представлення інформації в різних сферах людської діяльності.

**Ітеративні методи економіко-математичних розрахунків** – клас обчислювальних алгоритмів і частково формалізованих обчислювальних процедур, застосовуваних для розв'язування різноманітних оптимізаційних і балансових задач, які вирізняються характерною циклічною будовою, повторюваністю набору операторів.

**Корисності теорія математична** – теорія, предметом якої є представлення відношень переваги кількісними критеріями: щоб переважаючій альтернативі відповідала більша кількість, а рівноцінним альтернативам – одна й та сама кількість. З формальнішого погляду, теорія вивчає функції корисності – монотонні відображення впорядкованих множин з різними додатковими структурами у простір дійсних чисел.

**Критерій оптимальності** – 1) те що й цільова функція; 2) критерій оптимізації, умова, виконання котрої для деякого об'єкта означає, що він є оптимальним розв'язком задачі вибору.

**Лагранжа функція** (лагранжіан) – допоміжна функція, застосовувана як у теоретичному аналізі екстремальних задач, так і в розробленні кількісних методів їх розв'язування.

**Макроекономічне моделювання** – формалізоване узагальнення динаміки народногосподарських показників в їхньому взаємозв'язку. Макроекономічне моделювання розвивалось, головню у двох напрямках. Перший напрям макроекономічного моделювання – розроблення моделей, призначених забезпечити потреби економічних теорій. Це моделі економічного зростання, моделі економічного циклу, моделі, що відображають конкретні гіпотези про вплив на економіку загалом таких інструментів державної політики, як державні витрати (зокрема військові), форми і обсяги оподаткування, обсяги державного боргу, сальдо платіжного балансу тощо. До них можна додати макромоделі споживчого попиту й моделі, котрі описують взаємодію макроекономічних показників із динамікою обсягу грошей в обігу.

**Максимізація** – розв'язування оптимізаційної (екстремальної) задачі на максимум, відшукування найбільшого значення цільової функції такої задачі.

**Математична модель** – абстракція реальної дійсності (світу), в якій відношення між реальними елементами, а саме ті, що цікавлять дослідника, замінені відношеннями між математичними категоріями. Ці відношення зазвичай подаються у формі рівнянь і/чи нерівностей, відношеннями формальної логіки між показниками (змінними), які характеризують функціонування реальної системи, що моделюється.

**Марківський процес** – випадковий процес, що має марківську властивість – умовну незалежність „минулого” і „майбутнього” за відомого „теперішнього”. Друге еквівалентне формулювання марківської властивості – за фіксованого поведження процесу до моменту  $t$  його майбутнє поведження залежить лише від стану процесу в момент  $t$  і не залежить від минулих значень.

**Математична економія** (математична економіка) – сукупність наукових напрямів, які розвивають економічну теорію на основі аксіоматичного методу: постулати формалізуються у вигляді математичних відношень, а одержувані модельні конструкції та їхні узагальнення вивчаються математичними засобами.

**Математична теорія оптимальних процесів** – дисципліна, що вивчає математичні задачі автоматичного регулювання, насамперед в технічних системах. Останнім часом цю теорію активно застосовують в управлінні економічними процесами, зокрема, в теоретичному аналізі процесів перспективного розвитку.

**Математичні моделі попиту і споживання** – економіко-математичний інструментарій, призначений для аналізу й прогнозування процесів формування попиту і споживання населення. Характеризує залежність обсягу та структури особистого споживання і попиту населення від доходів, цін і соціально-демографічних чинників. Найпоширенішими є моделі оптимізації споживчого поведження з обмеженнями бюджетного типу.

**Математичне програмування** – розділ математики, що розбудовує теорію й числові методи розв'язування багатомірних екстремальних задач з обмеженнями, тобто задач на екстремум функції багатьох змінних з обмеженнями на область змін цих змінних. На відміну від класичної теорії екстремальних задач, що є частиною математичного програмування, головна

увага приділяється тим задачам, в яких активно задіяні обмеження на область змінних параметрів.

**Математичне очікування** – головна й найбільш вживана числова характеристика центру групування значень випадкової величини. Математичне очікування слугує деяким „типовим” параметром розподілу, і його роль аналогічна ролі статичного моменту – координати центру ваги розподілу маси – в механіці.

**Матрична модель** – одна з найпоширеніших форм представлення кількісної економічної інформації. Застосовується, зокрема, коли сукупність даних (чи невідомих) величин може зображатись за допомогою прямокутної

таблиці чисел – матрицею  $A = (a_{ij})_{m \times n}$ ,  $i = \overline{1; m}$ ;  $j = \overline{1; n}$ .

**Матричний техпромфінплан підприємства** – математична модель річного плану виробничо-технічної та фінансової діяльності промислового підприємства; характеризує в сукупності виробництво і розподіл продукції на ньому, включає сировину, енергію, комплектуючі вироби, напівфабрикати й кінцеву продукцію. Матричний техпромфінплан підприємства відтворює ідею матричної побудови міжгалузевого балансу і, відповідно, складається з чотирьох квадрантів.

**Міжгалузевий баланс у системі національних рахунків ООН (СНР ООН)** – двоматрична схема міжгалузевого балансу. Модель міжгалузевого балансу (МОБ), включена до СНР ООН у 1968 р., відрізняється від традиційної низкою особливостей. Прикладний характер використання СНР передбачає, зокрема, що структура утворюючих її елементів (рахунків різного типу) повинна якомога точніше відображати структуру реальної економіки. Відповідно до цієї вимоги, в описі виробничої структури економіки не може бути використана прийнята в теорії МОБ гіпотеза про існування „чистої” галузі, бо на практиці один і той самий продукції випускається підприємствами різного профілю (наприклад, меблі можуть випускатися цехом суднобудівного заводу). Зазначена суперечність між адміністративно-господарським і натурально-речовим аспектами відтворювального процесу вирішується в СНР ООН за допомогою відокремленого опису руху продуктів і процесу функціонування господарських галузей.

**Міжгалузевого балансу моделювання** – побудова, аналіз і використання економіко-математичних моделей, які відображають взаємозв'язки галузей народного господарства, розподіл між ними випуску продукції та послуг, формування кінцевого продукту і низки інших аспектів функціонування та розвитку економіки. Першу завершену модель міжгалузевого балансу розбудував в 1930-ті рр. американський економіст В. Леонт'єв.

**Міжрегіональні макроекономічні моделі** – один із напрямів в макроекономічному моделюванні, пов'язаний із побудовою інтегрованих систем моделей окремих країн і регіонів.

**Міжцехового планування моделі** – сукупність засобів, використовуваних для визначення виробничих програм цехів підприємств на кожний планово-обліковий період.

**Міського розвитку моделювання** пропонує комплекс економіко-математичних методів для описування структури окремих міст та їхніх агрегатів, їхніх внутрішніх і зовнішніх зв'язків, закономірностей їхнього розвитку з метою формування, аналізу й оцінки рішень щодо розвитку міських систем.

**Моделювання апарат** визначається типом математичних конструкцій, що використовуються для побудови моделі. Найпоширенішими є моделі, побудовані за допомогою апарату лінійної алгебри, регресійного аналізу, лінійних диференціальних рівнянь. Вибір того чи іншого апарату економіко-математичного моделювання значною мірою ґрунтується на гіпотезах, що покладені в основу побудови моделі.

**Моделювання** – спосіб вивчення об'єкта (процесу, явища) за допомогою деякого його спрощеного представлення – моделі; розбудова й використання моделей. Побудова моделі передбачає наявність суб'єкта (дослідника), об'єкта моделювання й цілі (мети), задля якої воно здійснюється (інколи побудова моделі непотрібна – суб'єкт знаходить її немовби готовою серед фізичних об'єктів чи матеріальних продуктів). Використання моделі ґрунтується, по-перше, на її здатності замінювати, заміщувати об'єкт стосовно до мети дослідження, по-друге, – на її властивості бути при цьому доступнішою для вивчення у відповідному аспекті, ніж модельований об'єкт. Перше забезпечується подібністю моделі до об'єкта моделювання в тому, що для мети дослідження є суттєвим, друге – спрощенням тих властивостей, які для мети є несуттєвими, але ускладнюють безпосереднє вивчення об'єкта. Інші відносини моделі та об'єкта є несуттєвими.

Моделювання є процесом побудови, вивчення та застосування моделей. Процес моделювання включає три системоутворюючих елементи: суб'єкт дослідження (системний аналітик); об'єкт дослідження; модель, яка опосередковує відносини між об'єктом, що вивчається, та суб'єктом, що пізнає (системним аналітиком).

**Модель** (від лат. *modulus* – міра, зразок) – один із важливих інструментів наукового пізнання, умовний образ об'єкта дослідження чи управління. Модель – це уявний або реальний об'єкт, який у процесі свого вивчення замінює об'єкт-оригінал. Вона конструюється суб'єктом дослідження чи управління так, щоб відобразити найсуттєвіші для дослідження характеристики об'єкта (властивості, взаємозв'язки, структурні й функціональні параметри тощо). Конструювання моделі на підставі попереднього вивчення об'єкта і виокремлення його суттєвих характеристик, її експериментальний і/або теоретичний аналіз, зіставлення результатів з даними про об'єкт, корегування моделі тощо є змістом методу моделювання.

**Монте-Карло метод** (метод статистичних випробовувань) – числовий метод, який використовує моделювання випадкових величин і побудову статистичних оцінок для шуканих величин.

**Нейронних мереж метод** – технологія пошуку цілей і засобів поведіння в широкому діапазоні середовищ, на підставі імітації дій інтелекту; породжена дослідженням роботи людського мозку, спрямована на побудову

логічно функціонуючої системи з великою кількістю простих елементів, взаємоспряжених розгалуженими зв'язками, призначена для виявлення нелінійних закономірностей за відсутності апріорних знань про об'єкт, який вивчається, застосовується в прогнозуванні динаміки ринку і в інших сферах економіки.

**Неперервна модель** – математична модель, кожне невідоме якої змінюється неперервно в області свого визначення; крім того, зазвичай, також покладається, що в описі моделі використані тільки неперервні залежності її елементів від первинних даних і невідомих (елементи опису моделі – праві й ліві частини рівнянь тощо).

**Несумісні моделі** (взаємно несумісні) характеризуються тим, що кожна із них має розв'язок, але у сукупності ніякі їхні розв'язки не задовольняють визначеним необхідним умовам. Розрізняють два типи таких умов: 1) моделі об'єднані прямим зв'язком, тобто вихід (ендогенні змінні) однієї моделі (чи сукупності декількох моделей) є входом (екзогенні змінні) іншої. Моделі несумісні, якщо ні при жодному значенні виходу першої моделі, друга не має розв'язку, хоча й має такий за інших значень входу; 2) накладаються загальні обмеження на розв'язок двох і більше моделей; зокрема, ці обмеження можуть мати характер рівнянь чи нерівностей, яким повинні задовольняти елементи розв'язків окремих моделей.

**Нечітких множин теорія** (розпливчастих множин теорія) – розділ прикладної математики, котрий вивчає методи опису й моделі об'єктів, які мають специфічну форму невизначеності, наприклад неточність, що властива конструкціям природної мови або виникає в результаті аналізу складних систем.

**Оптимальне планування** – складання плану, що трактується як розв'язок оптимізаційної задачі. Вперше ця проблема була поставлена російським математиком і економістом Л. В. Канторовичем наприкінці 1930-х рр.

**Оптимальність за Парето** (ефективність за Парето) в задачах раціонального вибору – властивість альтернатив, яка звичайно визнається необхідною для розв'язання у разі багатокритеріальності, тобто при виборі з урахуванням декількох паритетних функцій цілі. Альтернатива називається оптимальною за Парето, якщо будь-яка інша альтернатива, більш приваблива за якою-небудь функцією цілі, виявляється хоча б за однією з інших функцій менш привабливою, ніж дана. Тобто, покращання за якимось критерієм стосовно альтернативи, оптимальної за Парето, може бути досягнуто тільки за рахунок погіршення за деяким іншим критерієм із обраної множини критеріїв.

**Оптимальності принципи** – формальний опис різних уявлень про оптимальність, що відображають ті чи інші аспекти інтуїтивного усвідомлення та сприйняття розумності й доцільності. Ці ознаки групуються навколо змістовних уявлень про стійкість, вигідність і справедливість. Суттєво, що одночасна реалізація всіх (чи хоча б достатньо великої кількості) аспектів оптимальності виявляється неможливою через їхню формальну несумісність. Аналіз можливостей, що виникають, труднощів і меж вдається проводити за

допомогою аксіоматичного методу.

**Освіти і підготовки кадрів моделі** – кількісний опис за допомогою математичного інструментарію процесу освіти і підвищення кваліфікації працівників, а також впливу цього процесу на господарський і соціальний розвиток.

**Пенсійного забезпечення моделювання** – економіко-математичний інструментарій, призначений для визначення показників і параметрів рівня, структури і диференціації пенсійного забезпечення у країні чи великій організаційно-господарчій системі, як в натуральному вираженні (очікувана в найближчі роки чисельність пенсіонерів різних пенсійних груп), так і в грошовому (складові пенсійних виплат за джерелами фінансування тим же групам).

**Прескриптивна модель** (нормативна модель), має на меті побудову **припису** стосовно того, до якого результату повинен прийти модельований процес, яким має бути поводження (функціонування, розвиток) модельованого об'єкта, як має відбуватися модельоване явище; прескриптивна модель будується також для знаходження якої-небудь норми, котрої необхідно дотримуватись у реальності.

**Прогнозування економічне** – вид управлінської діяльності, метою якого є організація уявлень про майбутнє відповідно до задач, що стоять перед господарством загалом чи його складовими частинами. Результат прогнозування – прогноз. Економічний прогноз спирається на існуючі в господарстві структури, враховує закономірності, й тенденції, що виникають, орієнтований на аналіз виникнення нових елементів структури та пов'язаних з цим наслідків.

**Програмування економічне** – найбільш розвинена форма перспективного регулювання національної економіки, здійснюваного державою. Державне економічне програмування за своїми властивостями є індикативним, це означає, що підприємства не одержують директивних завдань за номенклатурою і кількістю продукції (послуг) і державні плани виступають тільки як базові орієнтири для підприємств і розвитку економіки загалом. Через це економічне програмування є не прямим (виробничим), а побічним (переважно фінансовим і кредитно-грошовим) впливом держави на економіку. Воно є комбінацією економічного прогнозу з постановкою завдань економічного розвитку і системою заходів щодо їх реалізації, в основному шляхом регулювання та стимулювання.

**Раціонального очікування теорія** – економічна концепція, що ґрунтується на принципі раціональних очікувань, сформульованому в 1961 р. американським економістом Дж. Мутом: якщо припустити, що деяка теоретична модель найкращим чином відображає економічну реальність, то в якості очікування учасників господарського процесу в простих економічних схемах слід використовувати значення змінних, спрогнозовані за допомогою цієї моделі. В сучасній інтерпретації гіпотеза раціональних очікувань формулюється простіше: якщо вся наявна економічна інформація оптимально використовується учасником господарського процесу для формування своїх

очікувань, то таке очікування можна вважати раціональним.

**Регіонального розвитку модель** – математичний опис природно-кліматичного середовища, екологічних умов життєдіяльності людини, природних ресурсів, у тому числі флори й фауни досліджуваних регіонів, закономірностей демографічних і соціально-економічних процесів, які відбуваються з його населенням і системою виробництва як у просторі, так і в часі, з метою аналізу регіонального соціально-економічного розвитку і його використання в системах підтримки рішень. Модель регіонального розвитку дає змогу представити складну структуру регіональних систем, передбачати зміни в їхніх станах, визначати міру й механізми можливого впливу на них у бажаному напрямі. Класифікуються моделі за низкою ознак.

**Регулювання** – спеціальний вид управління, що забезпечує потрібні значення змінних, суттєві для функціонування об'єкта управління, з урахуванням змін зовнішнього середовища. На відміну від управління в широкому сенсі, регулювання характеризується не лише квантифікованістю суттєвих змін, а й досить високим ступенем залежності параметрів стану об'єкта управління від керуючих впливів, а також обмеженням на передбачувані можливі зміни середовища.

**Ризик** – економічна категорія, котра відображає характерні особливості сприйняття зацікавленими суб'єктами економічних відносин об'єктивно наявних невизначеності й конфліктності, іманентних процесам цілепокладання, управління, прийняття рішень, оцінювання, що обтяжені можливими загрозами і невикористаними можливостями.

**Ризикологія** – наука про основні закономірності, принципи та інструментарій виявлення, врахування, оцінювання й управління ризиком, який відображає характерні особливості сприйняття зацікавленими суб'єктами господарювання об'єктивно наявних невизначеності, конфліктності, іманентних процесам цілепокладання, оцінювання, управління об'єктами ризику, котрі обтяжені можливими загрозами й невикористаними можливостями.

**Рішення**, в управлінні, дослідженні операцій, економіко-математичному моделюванні – 1) вибір однієї чи кількох альтернатив із множини можливих; 2) процес здійснення такого вибору.

**Система економіко-математичних моделей** – комплекс моделей, пов'язаних одна з однією інформаційними каналами, а саме, ендогенні змінні (вихід) одних моделей є екзогенними змінними (вхід) для інших.

**Система підтримки прийняття рішень** – комплекс математичних і евристичних методів і моделей, об'єднаних загальною методикою формування альтернатив управлінських рішень в організаційних системах, визначення наслідків реалізації кожної альтернативи і обґрунтування вибору найприйнятнішого рішення.

**Системний підхід в економіці** – комплекс методологічних положень, що дають змогу впорядкувати дослідження складних соціально-економічних об'єктів. Процедури, що реалізують системний підхід, називають системним аналізом. Фундаментальні поняття – система й середовище, в якому система



функціонує і розвивається.

**Сітьова модель** в економічному аналізі, плануванні й управлінні – орієнтований, антисиметричний граф, що відображає технологію здійснення складного проекту; дає змогу визначити найближчий можливий термін завершення проекту, з'ясувати, запізнення яких дій спричинить довше тривання інших процедур, що відсуне його завершення, а також оцінити резерви приросту передбачуваної тривалості процедур, що обмежують маневр ресурсами для страхування встановленого терміну реалізації проекту чи його прискорення.

**Соціально-економічна система** – складна ймовірнісна динамічна система, що охоплює процеси виробництва, обміну, розподілу й споживання матеріальних та інших благ. Соціально-економічні системи належать до класу кібернетичних, тобто, керованих систем. Системою називають комплекс взаємопов'язаних елементів разом із відношеннями (зв'язками) між цими елементами та між їхніми атрибутами, які спільно реалізують певні цілі.

**Статистичне моделювання** – моделювання випадкових величин чи процесів для кількісного багатократного розв'язування математичних задач. Тут шукані величини є ймовірнісними характеристиками деякої випадкової події (величини); цю подію моделюють, після чого потрібні характеристики наближено визначають (оцінюють) за допомогою статистичного оброблення „спостережень” моделі.

**Статичні моделі** в економіці припускають, що модельована система незмінна в часі, тобто повністю відмежовуються від принципово можливих (інколи навіть невідворотних) змін, оскільки їх врахування вважається несуттєвим для досягнення цілей моделювання; крім цього припускається, що всі процеси, котрі відбуваються в системі й цікавлять дослідника, не потребують для свого опису розгортання в часі, тому можуть бути з достатньою точністю охарактеризовані незалежними від часу величинами – відомими й невідомими.

**Стохастична модель** відображає зв'язки між вимірними величинами (залежності ендогенних змінних від низки інших ендогенних змінних і/чи екзогенних змінних), причому хоча б деякі з цих зв'язків мають ймовірнісний характер і/або хоча б деякі з величин є випадковими. Самі зв'язки формалізуються як рівняння, нерівності чи умови оптимізації функцій ендогенних змінних.

**Стохастична оптимізація** – розділ теорії оптимізації, в якому вивчаються умовно-екстремальні задачі, цільова функція яких і/або обмеження мають ймовірнісну сутність. Важливість цього розділу зумовлена тим, що моделі прийняття рішень в умовах ризику формулюються як задачі стохастичної оптимізації.

**Теорія ймовірностей** – математична теорія, що дає змогу за ймовірностями одних випадкових подій знаходити ймовірності інших випадкових подій, пов'язаних деяким чином із першими. Теорія ймовірностей на теоретико-модельному рівні виявляє закономірності, котрі виникають під впливом великої кількості випадкових чинників.

**Теорія катастроф** – розділ прикладної математики, що вивчає сукупність математичних моделей теорії біфуркацій, теорії особливостей і деяких інших теорій, призначених для опису й аналізу якісного (зазвичай стрибкоподібного) поведіння економічних, екологічних, біологічних, хімічних та інших систем за неперервної зміни параметрів. Термін „катастрофа” в науковий обіг був запроваджений американським математиком Р. Томом у 1970 р. і набув широкої популярності після запровадження іншим американським математиком Е. Зіманом терміну „теорія катастроф”.

**Транспорту моделювання** широко застосовується в системах управління транспортом як єдиним комплексом – підсистемою економіки, його окремими підгалуззями, а також у вирішенні різних часткових задач функціонування й розвитку транспортних систем.

**Трендові моделі** – моделі, котрі визначають загальний напрям розвитку, головну тенденцію (тренд) часових рядів (рядів динаміки).

**Факторний аналіз** – сукупність методів побудови математичних моделей, які дають змогу відновити передбачувану структуру, що лежить в основі спостережуваних даних, для їх опису в стислому й інтерпретованому вигляді. Структурою вважається невелика кількість не спостережуваних змінних, які називаються факторами, а також їх кількісне перетворення в спостережувані змінні (показники, ознаки, індекси тощо).

**Фінансова математика** – сукупність математичних методів і моделей для розрахунків, пов'язаних з операціями на фінансових ринках (тобто на ринках цінних паперів і фінансових послуг). Головні завданням фінансової математики – розрахунок, аналіз і оптимізація грошових потоків, що виникають під час використання тих чи інших фінансових інструментів.

**Формування виробничих запасів моделі** – моделі аналізу і обґрунтувань обсягу оборотних активів, необхідних для фінансування запасів матеріальних ресурсів на вході виробничого процесу; режиму (стратегії) поповнення цих запасів, який забезпечував би ефективну (без непередбачуваних збоїв) роботу підприємства; організації роботи, розвитку і нового будівництва складів для зберігання виробничих запасів.

**Функція вибору** – одне з най абстрактніших понять теорії прийняття рішень. Функція вибору ставить у відповідність кожній розглядуваній множині об'єктів (альтернатив, варіантів) деяку її підмножину, трактовану як ефективну множину об'єктів.

**Цільова функція**, в оптимізаційних (екстремальних) задачах – функція невідомих, екстремум (максимум чи мінімум) якої необхідно знайти. Якщо він існує, то сукупність тих невідомих задачі, за яких цільова функція досягає шуканого екстремуму, називається розв'язком (інколи розв'язком називають саме значення екстремуму). Вибір показника, формалізований опис якого буде прийнято за цільову функцію, – найважливіша частина змістовності (інтелектуальної) роботи у постановці оптимізаційної задачі. Формально цільова функція задається по-різному залежно від обраних математичних засобів опису задачі. Як синоніми цільової функції застосовуються: функція цілі; показник якості розв'язку; критерій оптимізації; критерій якості тощо.

# ПРИКЛАДИ ЗАВДАНЬ ДЛЯ ЕКСПРЕС-ТЕСТУВАННЯ З ВИВЧЕНОГО ТЕОРЕТИЧНОГО МАТЕРІАЛУ КУРСУ

---

## *До теми 1*

1. Управлінське рішення – це:

- 1) вольовий акт особи, яка приймає рішення, оформлений у вигляді документа;
- 2) обміркований намір зробити що-небудь;
- 3) процес розробки альтернативи для вирішення проблеми.

2. Зміст закону цілепередбачення прийняття управлінських рішень полягає в тому, що:

- 1) підприємство ставить цілі зростання ефективності виробництва і досягає їх;
- 2) підприємство ставить, розробляє і обґрунтовує заходи, спрямовані на зростання прибутку власників;
- 3) цілі дій управлінської системи мають ґрунтуватися на основі об'єктивних законів змін і специфічних законів функціонування елементів керованої організаційної системи.

3. Закон зворотного зв'язку:

- 1) установлює відповідальність об'єкта господарювання перед муніципальними органами;
- 2) установлює зв'язок керівного й керованого органу, їхні сили взаємодії;
- 3) прийняття відповідних управлінських рішень на випадкові зміни в системі управління.

4. Технологія процесу управління поділяється на цикли:

- 1) інформаційний, логіко-розумовий, організаційний;
- 2) побудови „дерева цілей”, визначення моделі розробки рішення, визначення ефективності прийнятого рішення;
- 3) вироблення й виконання управлінського рішення.

5. Блокова модель підготовки та ухвалення рішення включає наступне:

- 1) визначення осіб, відповідальних за розробку і виконання рішення, погодження управлінського рішення із відповідними організаціями (санітарна, пожежна та інші служби); розрахунок доходів від прийнятого рішення;
- 2) збір, обробка та збереження інформації; ідентифікація сформованої ситуації; розробка проектів рішення проблеми; оцінка альтернатив; прийняття рішення;
- 3) розгляд альтернативних проектів, вибір оптимального проекту, визначення джерел фінансування, визначення ефективності прийнятого рішення.

6. Яка структура управлінського рішення в організації?

- 1) ієрархічна, у якій склалося три рівні управління: стратегічний, тактичний, функціональний;
- 2) специфічна, що відповідає галузевим особливостям організації;
- 3) функціональна, завдяки якій виробляються стратегії розвитку, маркетингу, виробництва, фінансів та інші, що визначають життєдіяльність організації на багато років.

7. Оптимальність управлінського рішення – це:

- 1) забезпечення максимальної віддачі від реалізації рішення;
- 2) гнучкість, можливість коригування рішення при зміні ситуації з метою стабільності фінансового стану підприємства;
- 3) властивість управлінського рішення бути найкращим відповідно до системи критеріїв оптимальності.

8. Вимоги до управлінського рішення: своєчасність відпрацювання, наявність механізму реалізації, ... Продовжити перелік.

9. При формуванні критеріїв вибору рішення головною є:

- 1) їх кількість;
- 2) величина корисного ефекту;
- 3) повнота поданої ними характеристики цілі.

10. Декомпозиція – це :

- 1) виділення в системі всіх складових частин, доступних для аналізу;
- 2) перегляд цілей і вироблення нових моделей рішення проблеми;
- 3) поділ системи на підсистеми за цілями.

11. Системний аналіз – це :

- 1) аналіз проблем за допомогою математичного апарату: системи рівнянь тощо;
- 2) методологія дослідження та проектування складних систем, пошуку, планування й реалізації заходів, спрямованих на вирішення проблемних ситуацій;
- 3) вивчення максимально повної інформації про об'єкти та суб'єкти системи.

12. Назвіть основні завдання аналізу, які можна виділити згідно системного підходу до дослідження економічних проблем.

13. Модель системних взаємозв'язків:

- 1) математичне описання процесу, явища, що відбуваються в системі;
- 2) взаємозв'язки між цілями, засобами їхнього досягнення, навколишнім середовищем і ресурсами, необхідними у процесі прийняття рішень;
- 3) взаємозв'язки між складовими системи і засобами їхнього досягнення.

14. Наявність яких складових передбачає методологія системного аналізу у процесі дослідження систем?

15. Принципи системного аналізу: принцип кінцевої мети, системності, ...  
Продовжити перелік.

16. Принцип розвитку в системному аналізі означає:

- 1) спільний розгляд структури та функції системи з пріоритетом функції над структурою;
- 2) корисне введення ієрархії елементів та (або) їхнє ранжування, корисне виділення модулів (підсистем) у системі та розгляд системи як сукупності підсистем;
- 3) урахування динамічності системи, її здатності до розширення, накопичення інформації, врахування невизначеності та випадковості при функціонуванні системи.

### *До теми 2*

1. Із наведених визначень оберіть правильне:

- 1) методи – засоби творчої дослідницької роботи;
- 2) методи – це організація прийомів і способів, що забезпечують досягнення певних цілей;
- 3) методи – порядок застосування математичного апарату при розрахунку чинників та за допомогою інших сил особи, яка приймає рішення.

2. Евристичні методи базуються на:

- 1) вимогах і правилах, установлених особою, яка приймає рішення, при розробці управлінських рішень;
- 2) вимогах і правилах, що базуються на законодавчих засадах і потребують творчого доробку;
- 3) вимогах і правилах, що визначають стратегію і тактику особи, яка приймає рішення, при вирішенні слабо визначених і невизначених проблем.

3. Як Ви розумієте детерміновані та стохастичні зв'язки, чому від точності їхнього опису залежить якість прогнозів?

4. Дайте визначення й укажіть на різницю між кількісними та якісними методами дослідження.

5. Чому методи називають аналітичними?

6. До традиційних методів аналізу належать:

- 1) порівняння, групування, графічні, балансовий, ланцюгових підстановок, абсолютних і відносних різниць, індексні;
- 2) балансовий, ланцюгових підстановок, логарифмічний, морфологічного аналізу, економетрії;
- 3) порівняння, групування, абсолютних і відносних різниць, індексні, управління запасами, методи моделювання та вивчення одномірних статистичних сукупностей.

7. Модель – це:

- 1) опис цілей досліджень;
- 2) формалізація критеріїв рішення;
- 3) відображення досліджуваного об'єкта чи процесу у спрощеному вигляді.

8. Аналітичні моделі є:

- 1) рівняннями чи нерівностями різного типу (алгебраїчними, диференційними, різницевиими, інтегральними, функціональними);
- 2) зображеннями модельованої системи за допомогою наочних геометричних засобів;
- 3) орієнтованими графами, що відображають технологію здійснення складного проекту.

9. Економіко-математична модель – це:

- 1) застосування засобів логіки й математики для вивчення неоднозначності зв'язків і взаємодій, що призводять до стохастичності чи невизначеності;
- 2) відношення тотожності систем в деякому структурному чи функціональному аспекті;
- 3) стисле вираження найсуттєвіших економічних взаємозв'язків досліджуваних об'єктів (процесів) у вигляді математичних функцій, нерівностей і рівнянь.

10. Дескриптивні моделі широко застосовуються:

- 1) для вирішення завдань розвитку й розміщення виробництва регіону з урахуванням передусім його внутрішніх потреб;
- 2) у прогнозуванні, виявленні чинників, що визначають поведінку об'єкта чи перебіг процесу, поясненні характеру, механізму впливу цих чинників, у встановленні зв'язків різних явищ;
- 3) для відображення причинно-наслідкових, часових і просторових зв'язків між елементами модельованої системи.

До теми 3

1. Серед наведених пар ознак результативними є:
  - 1) розмір податку; 2) обсяг прибутку;
  - 3) сукупний дохід сім'ї; 4) заощадження;
  - 5) сума виплачених дивідендів; 6) розмір акціонерного капіталу;
  - 7) ціни на товар; 8) попит на товар.
  
2. Зі зміною значень факторної ознаки функціональна залежність проявляється:
  - 1) у зміні індивідуальних значень результативної ознаки;
  - 2) у зміні розподілу сукупності за результативною ознакою.
3. Кореляційна залежність проявляється:
  - 1) у зміні розподілу сукупності за факторною ознакою;
  - 2) у зміні середніх значень результативної ознаки.
  
3. Показниками, що характеризують ряди динаміки, є:
  - 1) варіація;
  - 2) темпи зростання і приросту;
  - 3) дисперсія та середнє квадратичне відхилення;
  - 4) середнє лінійне відхилення.
  
4. У лінійному рівнянні тренду  $\hat{y}_t = b_0 + b_1 \cdot t$  параметр  $b_0$  характеризує:
  - 1) середній рівень ряду динаміки;
  - 2) рівень ряду динаміки при  $t = 0$ .
  
5. У лінійному рівнянні тренду  $\hat{y}_t = b_0 + b_1 \cdot t$  параметр  $b_1$  характеризує:
  - 1) середній абсолютний приріст;
  - 2) середній темп зростання;
  
6. Коли є підстави для припущення, що явище зростає з більш-менш стабільним абсолютним приростом, то аналітичне вирівнювання ряду динаміки доцільно виконувати з використанням функції:
  - 1) лінійної;
  - 2) показникової.
  
7. Щомісячне зростання оплати послуг населенням регіону (млн. грн.) описується трендовим рівнянням  $\hat{y}_t = 14,6 + 1,8t$ . Це означає, що оплата послуг населенням зростає щомісяця у середньому на:
  - 1) 1,8%; 2) 101,8%; 3) 1,8 млн. грн.; 4) 16,4 млн. грн.
  
8. Надходження торгівельної виручки у касу Ощадбанку за 8 місяців поточного року (травень-грудень) описується трендовим рівнянням  $\hat{y}_t = 90 + 8t$ , де  $t = 1; 2; \dots$ . Визначте очікуваний обсяг надходжень торгової виручки у січні наступного року.

1) 162; 2) 194; 3) 178; 4) 138.

9. Верифікація економіко-математичної моделі – це:

- 1) перевірка моделі, зіставлення її з дійсністю, з'ясування відповідності реальним даним і змістовному уявленню про об'єкт й мету моделювання;
- 2) вибір кінцевої множини альтернатив;
- 3) системний аналіз довготермінових процесів світового розвитку на основі використання економіко-математичних засобів і комп'ютерних розрахунків.

#### *До теми 4*

1. Модель міжгалузевого балансу („витрати-випуск”) запропонована:

- 1) академіком В.С. Немчиновим;
- 2) американським економістом В.В. Леонтьєвим;
- 3) авторитетними дослідниками Дж. Кейнсом і П. Семюельсоном.

2. Серед інших класів економіко-математичних моделей (оптимізаційних, економетричних, інших) балансові моделі вирізняються такими особливостями:

- 1) представлення співвідношень моделі у вигляді систем лінійних рівнянь, які мають єдиний розв'язок;
- 2) екзогенне задавання всіх структурних параметрів, що характеризують взаємозв'язки змінних;
- 3) відсутність можливості вибору між різними варіантами взаємозв'язків змінних та між взаємозамінними ресурсами.

#### *До теми 5*

1. Стандартні проблеми – це проблеми:

- 1) що розв'язуються в умовах невизначеності й ризику;
- 2) які за заданих зовнішніх умов (середовищі) забезпечують досягнення максимального значення показника якості операції й дотримання заданих обмежень;
- 3) із однозначністю цілей, що відбиває реальну систему, моделлю та єдиним критерієм для оцінки ефективності функціонування системи.

2. При доборі варіантів рішень із використанням правила "максимін" обирають альтернативу:

- 1) яка за несприятливого стану зовнішнього середовища має найбільше значення вартості капіталу;
- 2) із мінімальним значенням вартості капіталу;
- 3) із максимальним значенням прибутку.

3. Чи враховується ризик від несприятливої зміни зовнішнього середовища під час добору варіантів рішень відповідно правилу максімакс?

- 1) так;
- 2) не враховується;
- 3) тільки у випадку оптимальної альтернативи.



4. Недоліки правил максімакс і максімін – це:

- 1) використання лише одного варіанта розвитку ситуації для кожної альтернативи при ПР;
- 2) використання безлічі варіантів розвитку ситуації для кожної альтернативи при ПР;
- 3) використання тільки одного варіанта розвитку ситуації для безлічі альтернатив при ПР.

5. У випадку однакової ймовірності умов середовища рішення приймають з використанням:

- 1) критерію Севіджа;
- 2) критерію Гурвіца;
- 3) критерію Бернуллі;
- 4) критерію Лапласа.

6. Дайте визначення критеріїв вибору кращих варіантів.

7. Економіко-математичні моделі застосовують для вирішення проблем управління виробництвом:

- 1) цілком формалізованих, із чітко визначеною цільовою функцією та критеріями рішення;
- 2) різних несхожих ситуацій;
- 3) варіантів рішень, що мають вірогідний характер.

8. Багатопродуктова модель, описуючи економічні процеси або явища враховує:

- 1) формалізований опис об'єкта, процесу, явища і відповідає на питання „як побудований об'єкт”, „як відбувається перебіг процесу”, „яким чином, за яких умов відбувається явище”;
- 2) наявність кількох продуктів, що виробляються, розподіляються, споживаються, зберігаються, транспортуються тощо, так, що для кожного із них вводяться величини (екзогенні й ендогенні змінні), які вимірюють кількість цих продуктів у грошовому чи натуральному вираженні;
- 3) зміни модельованої системи в часі.

### *До теми 9*

1. Імітаційна модель – це:

- 1) модель, що відображає конкретні гіпотези про вплив на економіку загалом таких інструментів державної політики, як державні витрати (зокрема військові), форми і обсяги оподаткування, обсяги державного боргу, сальдо платіжного балансу тощо;
- 2) економіко-математична (переважно комп'ютерна) модель, дослідження якої проводиться експериментальними методами;
- 3) одна з найпоширеніших форм представлення кількісної економічної

інформації, коли сукупність даних (чи невідомих) величин може зображатись за допомогою прямокутної таблиці чисел – матрицею.

2. Детерміністична модель будується на припущенні про:

- 1) необхідність фіксації значення якоїсь із ендогенних змінних хоча б для декількох реалізацій моделі;
- 2) взаємну відповідність ресурсів і потреб у них, доходів і витрат тощо;
- 3) однозначність причинно-наслідкових зв'язків між усіма елементами модельованої системи та її взаємодій із зовнішнім середовищем.

3. Динамічні моделі в економіці описують:

- 1) зміни модельованої системи в часі;
- 2) управління запасами з урахуванням ризику;
- 3) однорідні ланцюги Маркова з дискретним і неперервним часом.

4. До дискретних моделей звертаються:

- 1) для виявлення умов, які необхідні та (або) достатні для досягнення поставленої мети (цілі); для віднаходження комплексу засобів, які забезпечують досягнення цілі; для вибору оптимального набору таких засобів тощо;
- 2) коли поєднуються індивідуальні й групові судження спеціалістів-експертів;
- 3) для вирішення частих в економіці проблемам вибору кінцевої множини альтернатив, особливо коли ця множина безпосередньо невидима.



## РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. *Абрамов Л. М.* Математическое программирование / Л. М. Абрамов, В. Ф. Капустин. – Л. : Изд-во Ленинград. ун-та, 1976. – 184 с.
2. *Абчук В. А.* Экономико-математические методы: Элементарная математика и логика. Методы исследования операций / Абчук В. А. – СПб. : Союз, 1999. – 320 с.
3. *Акофф Р.* Основы исследования операций / Р. Акофф, М. Сасиени. – М. : Мир, 1971.
4. *Акулич И. Л.* Математическое программирование в примерах и задачах / Акулич И. Л. – М. : Высш. шк., 1986. – 319 с.
5. *Алексеев А. А.* Фінансово-економічні експертні системи / Алексеев А. А. – К. : Скарби, 2004. – 208 с.
6. *Антонів В. Б.* Оптимізаційні методи і моделі: Практикум / В. Б. Антонів, М. В. Дацко. – Львів : Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2012. – 116 с.
7. *Ашманов С. А.* Линейное программирование / Ашманов С. А. – М. : Наука, 1981.
8. *Бакаев А. А.* Имитационные методы и модели исследования материальных потоков логистических систем / Бакаев А. А. – К. : Логос, 2009. – 212 с.
9. *Бакаев О. О.* Теоретичні засади логістики : підруч. / Бакаев О. О., Кутах О. П., Пономаренко Л. А. – У 2-х т. – К. : Фенікс, 2005. – 951 с.
10. *Балашевич В. А.* Основы математического программирования / Балашевич В. А. – Мн. : Высш. шк., 1985. – 173 с.
11. *Беллман Р.* Динамическое программирование / Беллман Р. – М. : Издательство иностранной литературы, 1960. – 400 с.
12. *Беллман Р.* Прикладные задачи динамического программирования / Р. Беллман, С. Дрейфус. – М. : Наука, 1965.
13. *Бережная Е. В.* Математические методы моделирования экономических систем : учебн. пос. / Е. В. Бережная, В. И. Бережной. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 368 с.
14. *Берж К.* Теория графов / Берж К. – М. : Мир, 1968. – 168 с.
15. *Бешелев С. Д.* Математико-статистические методы экспертных оценок / С. Д. Бешелев, Ф. Г. Гурвич. – М. : Статистика, 1974.
16. *Боровик О. Л.* Дослідження операцій в економіці / О. Л. Боровик, Л. В. Боровик. – К., 2007.
17. *Букан Дж.* Научное управление запасами / Дж. Букан, Э. Кенигсберг; пер. с англ. – М. : Наука, 1967. – 424 с.

18. *Бусленко Н. Л.* Лекции по теории сложных систем / Бусленко Н. Л., Коваленко И. Н., Калашников В. В. – М. : „Советское радио”, 1973.
19. *Вагнер Г.* Основы исследования операций / Вагнер Г. – М. : Статистика, 1976. – 231 с.
20. *Вальтер Я.* Стохастические модели в экономике / Вальтер Я. – М. : Статистика, 1976. – 231 с.
21. *Вентцель Е. С.* Исследование операций / Вентцель Е. С. – М. : „Советское радио”, 1972. – 552 с.
22. *Вентцель Е. С.* Элементы динамического программирования / Вентцель Е. С. – М. : Наука, 1964.
23. *Вдовин М. Л.* Математичне програмування: теорія та практикум / М. Л. Вдовин, Л. Г. Данилюк. – Львів : Новий Світ, 2009. – 158 с.
24. *Вітлінський В. В.* Аналіз, моделювання та управління економічним ризиком : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц. / В. В. Вітлінський, П. І. Верченко. – К. : КНЕУ, 2000. – 292 с.
25. *Воронин В. Г.* Математические методы планирования и управления в пищевой промышленности / Воронин В. Г. – М. : Пищевая промышленность, 1977. – 320 с.
26. *Гевко І. Б.* Методи прийняття управлінських рішень : підруч. / Гевко І. Б. – К. : Кондор, 2009. – 187 с.
27. *Голіков А. П.* Економіко-математичне моделювання світогосподарських процесів : навч. посіб. / Голіков А. П. – К. : Знання, 2009.
28. *Голов С. Ф.* Управлінський облік / Голов С. Ф. – К. : Лібра, 2003. – 704 с.
29. *Гольштейн Е. Г.* Новые направления в линейном программировании / Е. Г. Гольштейн, Д. Б. Юдин. – М. : „Советское радио”, 1966.
30. *Гольштейн Е. Г.* Задачи линейного программирования транспортного типа / Е. Г. Гольштейн, Д. Б. Юдин. – М. : Наука, 1969.
31. *Городня Т. А.* Математичні методи в економічній діагностиці : навч. посіб. / Т. А. Городня, А. Ф. Щербак. – Львів : ПП „Магнолія 2006”, 2010.
32. *Горчаков А. А.* Компьютерные экономико-математические модели / А. А. Горчаков, И. В. Орлова. – М., 1995. – 134 с.
33. *Грабовецький Б. Є.* Економічне прогнозування і планування / Грабовецький Б. Є. – К., 2003. – 188 с.
34. *Грандберг А. Г.* Моделирование социалистической экономики / Грандберг А. Г. – М. : Экономика, 1988.
35. *Данциг Дж.* Линейное программирование, его обобщение и приложения / Данциг Дж. – М. : Прогресс, 1966.
36. *Даффин Р.* Геометрическое программирование / Даффин Р., Питерсон З., Зенер К. – М. : Мир, 1972.
37. *Деордица Ю. С.* Компьютерные технологии в экономике и менеджменте : учебн. пос. / Ю. С. Деордица, В. Т. Савченко. – Луганск : ВУГУ, 1999.
38. *Дерлоу Дес.* Ключові управлінські рішення. Технологія прийняття рішень / Дерлоу Дес. – К. : Всеуито, Наукова думка. – 2001. – 242 с.
39. *Дослідження операцій в економіці* / [І. К. Федоренко, О. І. Черняк, О. О. Карагодова та ін.]. – К. : Знання, 2006. – 720 с.

40. Дюбин Г. Н. Введение в прикладную теорию игр / Г. Н. Дюбин, В. Г. Суздаль. – М. : Наука, 1981. – 335 с.
41. Евланов Л. Г. Экспертные оценки в управлении / Л. Г. Евланов, В. А. Кутузов. – М. : Экономика, 1978. – 133 с.
42. Евланов Л. Г. Теория и практика принятия решений / Евланов Л. Г. [редкол. Е. М.Сергеев и др.]. – М. : Экономика, 1984. – 176 с.
43. Економіко-математичне моделювання : метод. вказ. до викон. контрольної роботи для студ. напр. підгот. 6.030508 „Фінанси і кредит”, 6.030509 „Облік і аудит” заочної форми навчання / [уклад. Ющенко Н. Л.]. – Чернігів : ЧДТУ, 2012. – 72 с.
44. Економіко-математичні моделі в управлінні та економіці : метод. вказ. до викон. розрахункової (контр.) роботи для студ. напр. підгот. 6.030509 „Облік і аудит” заочної форми навч. / [уклад. Ющенко Н. Л.]. – Чернігів : ЧДТУ, 2014. – 59 с.
45. Ермольев Ю. М. Математические методы исследования операций / Ермольев Ю. М. и др. – К. : Вища шк., 1979. – 312 с.
46. Ермольев Ю. М. Методы стохастического программирования / Ермольев Ю. М. – М. : Наука, 1976. – 234 с.
47. Ермольев Ю. М. Стохастические модели и методы в экономическом планировании / Ю. М. Ермольев, А. И. Ястремский. – М. : Наука, 1979. – 249 с.
48. Эддоус М. Методы принятия решений / М. Эддоус, Р. Стенсфилд. – М. : Аудит, ЮНИТИ, 1997. – 540 с.
49. Экономико-математические методы и прикладные модели / [под ред. В. В. Федосеева]. – М. : ЮНИТИ, 2001. – 391 с.
50. Экспертные оценки в социологических исследованиях / С. Б. Крымский, Б. В. Жилин, В. И. Паниотто и др.; [отв. ред. С. Б. Крымский; АН УССР. Ин-т философии]. – К. : Наук. думка, 1990. – 320 с.
51. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій : підруч. – 4-те вид., перероб. і допов. / Зайченко Ю. П. – К., 2000. – 688 с.
52. Зайченко Ю. П. Исследование операций / Зайченко Ю. П. – К. : Вища шк., 1979. – 392 с.
53. Зайченко Ю. П. Исследование операций: нечеткая оптимизация / Зайченко Ю. П. – К. : Вища школа, 1991. – 191 с.
54. Замков О. О. Экономические методы в макроэкономическом анализе. Курс лекцій / Замков О. О. – М. : ГУВШЭ, 2001. – 124 с.
55. Замков О. О. Математические методы в экономике / Замков О. О., Толстопятенко А. В., Черемных Ю. Н. – М. : МГУ им. М. В. Ломоносова, Изд-во „Дело и Сервис”, 1999. – 368 с.
56. Зангвилл У. Нелинейное программирование. Единый поход / Зангвилл У. – М. : „Советское радио”, 1973. – 312 с.
57. Испирян Г. П. Математические методы и модели в планировании и управлении в лёгкой промышленности / Испирян Г. П., Рожок В. Д., Романюк Т. П. – К. : Вища шк., 1978. – 280 с.
58. Исследование операций в экономике : учебн. пос. / Н. Ш. Кремер, Б. А. Путко, И. М. Тришин, М. Н. Фридман. – М. : ЮНИТИ, 2002. – 407 с.

59. *Исследование операций* : [в 2 т.]. Пер. с англ. / под ред. Дж. Моудера, С. Элмаграби. – М. : Мир, 1981. – Т. 1. – 677 с.
60. *Івченко І. Ю.* Математичне програмування : навч. посіб. / Івченко І. Ю. – К. : Центр учбової літератури, 2007. – 232 с.
61. *Калихман И. Л.* Сборник задач по математическому программированию / Калихман И. Л. – М. : Высшая шк., 1975.
62. *Калихман И. Л.* Динамическое программирование в примерах и задачах / И. Л. Калихман, М. А. Войтенко. – М. : Вышш. шк., 1973.
63. *Камінський А. Б.* Економічний ризик та методи його вимірювання / Камінський А. Б. – К. : Козаки, 2002. – 120 с.
64. *Карагодова О. О.* Дослідження операцій : навч. посіб. / Карагодова О. О., Кігель В. Р., Рожок В. Д. – К. : Центр навчальної літератури, 2007. – 256 с.
65. *Карасев А. М.* Математические методы и модели в планировании / Карасев А. М., Кремер Н. Ш., Савельева Т. И. – М. : Экономика, 1987. – 240 с.
66. *Карманов В. Г.* Математическое программирование / Карманов В. Г. – М. : Наука, 1986. – 288 с.
67. *Катренко А. В.* Теорія прийняття рішень / Катренко А. В., Пасічник В. В., Пасько В. П. – К. : Видавнича група ВНУ, 2009. – 448 с.
68. *Кини Р. Л.* Принятие решений при многих критериях: предпочтения и замещения / Р. Л. Кини, Х. Райфа. – М. : Радио и связь, 1981.
69. *Киреев В. И.* Численные методы в примерах и задачах : учебн. пос. / В. И. Киреев, А. В. Пантелеев. – М. : Вышш. шк., 2008. – 480 с.
70. *Кігель В. Р.* Математичні методи ринкової економіки : навч. посіб. / Кігель В. Р. – К. : Кондор, 2003. – 158 с.
71. *Корбут А. А.* Дискретное программирование / А. А. Корбут, Ю. Ю. Финкельштейн. – М. : Наука, 1970.
72. *Костіна Н. І.* Фінанси: система моделей і прогнозів : навч. посіб. / Костіна Н. І., Алексеев А. А., Василик О. Д. – К. : Четверта хвиля, 1998. – 304 с.
73. *Коффман А.* Займемся исследованием операций / А. Коффман, Р. Фор. – М. : Мир, 1966.
74. *Крушевский А. В.* Математическое программирование и моделирование в экономике / А. В. Крушевский, К. И. Швецов. – К. : Вища шк., 1979. – 456 с.
75. *Кузнецов А. В.* Математическое программирование / А. В. Кузнецов, П. И. Холод. – Мн. : Вышш. шк., 1984. – 221 с.
76. *Кузнецов Ю. Н.* Математическое программирование / Кузнецов Ю. Н., Кузубов В. И., Волощенко А. Б. – М. : Вышш. шк., 1980. – 302 с.
77. *Кузьмичов А. І.* Математичне програмування в Excel : навч. посіб. / А. І. Кузьмичо, М. Г. Медведєв. – К. : Вид-во Європ. ун-ту, 2005. – 320 с.
78. *Кулиш С. А.* Математические методы в планировании материально-технического снабжения / Кулиш С. А., Валовельская С. Н., Рабинович И. А. – К. : Вища школа, 1974. – 228 с.
79. *Кучма М. І.* Математичне програмування: приклади і задачі / Кучма М. І. – Львів : Новий світ-2000, 2006. – 342 с.
80. *Кюнци Г. П.* Нелинейное программирование / Г. П. Кюнци, В. Крелле. – М. : „Советское радио”, 1965. – 299 с.

81. Лабскер Л. Г. Теория массового обслуживания в экономической сфере / Л. Г. Лабскер, Л. О. Бебешко. – М. : Банки и биржи, 1998. – 319 с.
82. Ланкастер К. Математическая экономика / Ланкастер К. – М. : „Советское радио”, 1976. – 464 с.
83. Ларионов А. И. Экономико-математические методы в планировании / Ларионов А. И. и др. – М. : Высш. шк., 1991. – 240 с.
84. Линейное и нелинейное программирование / [под ред. И. П. Ляшенко]. – К. : Вища шк., 1975. – 372 с.
85. Литвинов В. В. Методы построения имитационных систем / В. В. Литвинов, Т. П. Мартьянови. – К. : Наукова думка, 1991. – 117 с.
86. Литвок Б. Г. Экспертные оценки и принятие решений / Литвок Б. Г. – М., 1996.
87. Лихтенштейн В. Е. Экономико-математическое моделирование / В. Е. Лихтенштейн, В. И. Павлов. – М. : „Изд-во ПРИОР”, 2001. – 448 с.
88. Лігоненко Л. О. Сучасні інформаційні технології економічних досліджень : навч. посіб. / Лігоненко Л. О. – К. : КНТЕУ, 2002.
89. Лубенець С. В. Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : навч. посіб. / Лубенець С. В. – Львів : ПП „Магнолія 2006”, 2010. – 261 с.
90. Лугінін О. Є. Економетрія / Лугінін О. Є. – К. : Центр навчальної літератури, 2005. – 252 с.
91. Малик Г. С. Основы экономики и математические методы в планировании / Малик Г. С. – М. : Высш. шк., 1988. – 279 с.
92. Математичне програмування / І. М. Богаєнко, В. С. Григорків, М. О. Бойчук, М. О. Рюмшин. – К. : Логос, 1996. – 266 с.
93. Математичне програмування : навч. посіб. / Т. П. Романюк, Т. О. Терещенко, Г. В. Присенко, І. М. Городкова. – К. : ІЗМН, 1996. – 312 с.
94. Матвійчук А. В. Моделювання економічних процесів із застосуванням методів нечіткої логіки / Матвійчук А. В. – К. : КНЕУ, 2007. – 263 с.
95. Машина Н. І. Математичні методи в економіці / Машина Н. І. – К., 2003. – 148 с.
96. Машина Н. І. Економічний ризик і методи його вимірювання / Машина Н. І. – К., 2003. – 188 с.
97. Медведев М. Г. Економетричні методи моделювання : навч. посіб. / Медведев М. Г. – К. : Вид-во Європ. ун-ту, 2003. – 140 с.
98. Методи і системи прийняття фінансових рішень : підруч. / [О. С. Олексюк, В. Г. Мельничук, П. І. Штаблюк та ін.]. – Тернопіль : ДП ТВПК „Збруч”, 2001. – 360 с.
99. Мину М. Математическое программирование: Теория и алгоритмы / Мину М. – М. : Наука, 1990. – 458 с.
100. Мирзоахмедов Ф. Математические модели и методы управления производством с учетом случайных факторов / Мирзоахмедов Ф. – К. : Наукова думка, 1991. – 224 с.
101. Михалевич В. С. Методы выпуклой оптимизации / Михалевич В. С., Гупал А. М., Норкин В. М. – М. : Наука, 1987.

102. Мних Є. В. Економічний аналіз : підруч. / Мних Є. В. – К. : Центр навчальної літератури, 2003. – 412 с.
103. *Моделі і методи прийняття рішень в аналізі і аудиті* / [за ред. Ф. Ф. Бутинця, М. М. Шигун]. – Житомир : ЖДТУ, 2004. – 352 с.
104. *Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті. Змістовий модуль 1 : метод. вказ. до практ. занять для студ. за напр. підгот. 0501 „Економіка і підприємництво” спеціальності 7.050106 „Облік і аудит”* / [уклад. Ющенко Н.Л.]. – Чернігів : ЧДТУ, 2010. – 167 с.
105. *Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті : метод. вказ. до лабораторних робіт для студ. за напр. підгот. 0501 „Економіка і підприємництво” спеціальності 7.050106 „Облік і аудит” заоч. форми навчання* / [уклад. Ющенко Н.Л.]. – Чернігів : ЧДТУ, 2008. – 75 с.
106. Мур Дж. Економічне моделювання в Microsoft Excel / Дж. Мур, Л. Уедерфорд. – К. : Видавничий дім „Вільям”, 2004. – 1024 с.
- 107.
108. Муртаф Б. Современное линейное программирование. Теория и практика / Муртаф Б. – М. : Мир, 1984.
109. Мухачева Э. А. Математическое программирование / Э. А. Мухачева, Г. Ш. Рубинштейн. – Новосибирск : Наука. Сиб. отделение, 1987. – 271 с.
110. Наконечный С. И. Математическое моделирование экономических процессов сельскохозяйственного производства : учебн. пос. / С. И. Наконечный, В. Г. Андрийчук. – Киев : КИНХ, 1982. – 106 с.
111. *Наконечний С. І. Математичне програмування : навч. посіб.* / С. І. Наконечний, С. С. Савіна. – К. : КНЕУ, 2003. – 452 с.
112. *Наконечний С. І. Економетрія : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц.* / С. І. Наконечний, Т. О. Терещенко. – К. : КНЕУ, 2001. – 192 с.
113. *Нейман Дж. Теория игр и экономическое поведение* / Дж. Нейман, О. Моргенштерн. – М. : Наука, 1970.
114. *Олексюк О. С. Системи підтримки прийняття фінансових рішень на макрорівні* / Олексюк О. С. – К. : Наукова думка, 1998. – 508 с.
115. *Оптимальне планування виробництва : метод. вказ. до виконання курсової роботи з дисципліни „Економіко-математичні методи і моделі” для студ. спеціальності 7.050104 – „Фінанси” денної форми навчання* / [уклад. Ющенко Н. Л.]. – Чернігів : ЧТІ, 1999. – 16 с.
116. *Пасічник В. Г. Конкурентоспроможність фірми* / В. Г. Пасічник, О. В. Акіліна. – К. : ЦНЛ, 2005. – 112 с.
117. *Плоткин Б. К. Экономико-математические методы и модели в логистике : учебн. пос.* / Б. К. Плоткин, Л. А. Делюкин. – СПб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2010. – 96 с.
118. *Пономаренко О. І. Системні методи в економіці, менеджменті та бізнесі* / О. І. Пономаренко, В. О. Пономаренко. – К. : „Либідь”, 1995. – 240 с.
119. *Поттосина С. А. Экономико-математические модели и методы : учебн. пос.* / С. А. Поттосина, В. А. Журавлев. – Мн. : БГУИР, 2003. – 94 с.
120. *Приймак В. І. Математичні методи економічного аналізу : навч. посіб.* / Приймак В. І. – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 296 с.



121. Прокопенко І. Ф. Комп'ютеризація економічного аналізу (теорія, практика) : навч. посіб. / Прокопенко І. Ф. – К. : Центр навчальної літератури, 2005. – 340 с.
122. Рейлян Я. Ф. Аналитические основы принятия управленческих решений / Рейлян Я. Ф. – М. : Экономика, 1984. – 175с.
123. Ременников В. Б. Разработка управленческого решения : учебн. пос. [для вузов] / Ременников В. Б. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2000. – 140 с.
124. Салманов О. М. Математическая экономика с применением Mathcad и Excel / Салманов О. М. – СПб., 2003.
125. Сакович В. А. Исследование операций (детерминированные методы и модели): Справочное пособие / Сакович В. А. – Мн. : Выш. шк., 1984. – 256 с.
126. Сакович В. А. Оптимальные решения экономических задач / Сакович В. А. – Мн. : Выш. шк., 1986. – 272 с.
127. Сергиенко И. В. Математические модели и методы решения задач дискретной оптимизации / Сергиенко И. В. – К. : Наук. думка., 1985. – 384 с.
128. Серіков А. В. Метод аналізу ієрархій у прийнятті рішень : навч. посіб. / А. В. Серіков, О. В. Білоцерківський. – Харків : Бурун книга, 2006.
129. Ситник В. Ф. Математические модели в планировании и управлении предприятиями / В. Ф. Ситник, Е. А. Карагодова. – К. : Вища школа, 1985. – 214 с.
130. Солодовников А. С. Математика в экономике. В 3-х част. / Солодовников А. С. и др. – М. : Финансы и статистика, 1998. – 217 с.
131. Сорока К. О. Основы теории систем і системного аналізу : навч. посіб. / Сорока К. О. – Харків : Тимченко А. М., 2005. – 228 с.
132. Справочник по оптимизационным задачам в АСУ/ [В. А. Бункин, Д. Колев, Б. Я. Курицкий и др.]. – Л. : Машиностроение, 1984. – 212 с.
133. Степанюк В. В. Методи математичного програмування / Степанюк В. В. – К. : Вища школа, 1997. – 272 с.
134. Сурмин Ю. П. Теория систем и системный анализ : учебн. пос. / Сурмин Ю. П. – К. : МАУП, 2003. – 365 с.
135. Таха Х. Введение в исследование операций / Таха Х. – М. : Мир, 1985. – Т. 1, 2.
136. Тынкевич М. А. Экономико-математические методы (исследование операций) : учебн. пос. / Тынкевич М. А. – Кемерово : Кузбасс. гос. техн. ун-т, 2011. – 222 с.
137. Томас Ричард. Количественные методы анализа хозяйственной деятельности / Томас Ричард; пер. с англ. – 1999. – 432 с.
138. Томашевський В. М. Моделювання систем / Томашевський В. М. – К. : Видавнича група ВНУ, 2005. – 352 с.
139. Трухаев Р. И. Модели принятия решений в условиях неопределенности / Трухаев Р. И. – М. : Наука, 1981. – 258 с.
140. Ульяновченко О. В. Дослідження операцій в економіці / Ульяновченко О. В. – Харків : ВКФ „Гриф”, 2006. – 580 с.
141. Федоренко Н. Б. Оптимизация экономики / Федоренко Н. Б. – М. : Наука, 1977. – 287 с.

142. Федосеев В. В. Экономико-математические методы и модели в маркетинге / Федосеев В. В. – М. : АО „Финстатинформ”, 1996. – 112 с.
143. Филлипс Д. Методы анализа сетей / Д. Филлипс, А. Гарсиа-Диас. – М. : Мир, 1984. – 496 с.
144. Фомин Г. П. Математические методы и модели в коммерческой деятельности / Фомин Г. П. – М. : Финансы и статистика, 2001. – 544 с.
145. Хедли Дж. Нелинейное и динамическое программирование / Хедли Дж. – М. : Мир, 1967.
146. Череп А. В. Моделі і методи прийняття рішень в аналізі та аудиті / А. В. Череп, Н. М. Шмиголь, О. М. Бутник. – К. : Кондор, 2011.
147. Чернов В. П. Математические модели и методы в менеджменте : учебн. пос. / Чернов В. П. – СПб. : Изд-во СПбГУЭФ, 2010. – 235 с.
148. Чумаченко Н. Г. Экономические методы управления / Н. Г. Чумаченко, Д. Данилов, 1988. – 296 с.
149. Шарапов О. Д. Системний аналіз : навч.-метод. посіб. для самост. вивч. дисц. / Шарапов О. Д., Дербенцев В. Д., Семьонов Д. Є. – К. : КНЕУ, 2003. – 154 с.
150. Швачич Г. Г. Лінійна алгебра в розрахунках середовища MATHCAD : підруч. / Швачич Г. Г. – Дніпропетровськ : ДАУБП, 2000.
151. Шелобаев С. И. Математические методы и модели в экономике, финансах, бизнесе : учебн. пос. / Шелобаев С. И. – М. : ЮНИТИ-ДАНА, 2001. – 367 с.
152. Ястремский А. И. Стохастические модели математической экономики / Ястремский А. И. – К., 1983.
153. Ястремский А. И. О соотношениях двойственности в условиях оптимальности в линейных задачах стохастического программирования / Ястремский А. И. // Кибернетика. – 1987. – № 1. – С. 102-107.
154. Bartholomew D. I. Stochastic models for social processes. Ed.2. – N.Y. : J. Willey and Sons, 1973. – 473 p.
155. Borys M. Software economics driven by requirements engineering / M. Borys // Актуал. пробл. економіки. – 2011. – № 6. – С. 310-315.
156. Ermoliev Y., Gaivoronski A. and Nedeva C. Stochastic optimization problems with incomplete information on distribution functions // *SIAM J. Control and Optimization*. – 1985. – № 23. – P. 697-716.
157. Fuzzy Sets in Management, Economy and Marketing / Ed. by Zopounidis C. and oth. – World Scientific Pub Co, 2002.
158. Handbook of operations research / Edited by J. Moder and S. Elmaghraby. – N.Y. : Van Nostrand Reinhold Company, 1978.
159. Kotliarov I. How much should a franchisee pay // *Economic Computation and Economic Cybernetics Studies and Research*. – 2011. – № 4. – P. 181-190.
160. Kazachkov I. V., Chesnokov Ye. V. and Kazachkova O. M. Modelling off Potentially Hazardous Objects with Time Shits // *WSEAS Trans. on Business & Economics*. 2004, Issu 3, № 1, p. 37-43.

161. Paksoy T. A multi-objective mixed integer programming model for multi echelon supply chain network design and optimization / T. Paksoy, E. Ozceylan, G.-W. Weber // Систем. дослідж. та інформ. технології . – 2010. – № 4. – С. 47-57.
162. Rackow P., Corcoran W. The analysis of academic retrenchment using parametric programming and Markov chains // *Comput. and Oper. Res.* – 1984. – V. 11. – № 3. – P. 307-319.
163. Rossetti, Manuel D. Simulation Modeling with Arena. John Wiley & Sons, Inc., 2010.
164. Zeynalov C. I. Mathematical modeling for optimal use of bounded area / C. I. Zeynalov, A. A. Niftiyev, H. C. Efendiyeva // Актуал. пробл. економіки . – 2011. – № 2. – С. 261-269.
165. Zimmerman H. Fuzzy Sets Theory and its applications. – Kluwer Academic Publishers, 2001.



# ІНФОРМАЦІЙНІ РЕСУРСИ

Режим доступу	Коментар
<a href="http://archive.nbu.gov.ua/portal/soc_gum/emmses/">http://archive.nbu.gov.ua/portal/soc_gum/emmses/</a>	Архів статей за 2007-2012 рр. у Національній бібліотеці ім. В. І. Вернадського та у Науковій електронній бібліотеці періодичних видань НАН України, відповідно, збірника наукових праць „Економіко-математичне моделювання соціально-економічних систем”
<a href="http://dspace.nbu.gov.ua/handle/123456789/10297">http://dspace.nbu.gov.ua/handle/123456789/10297</a>	
<a href="http://journal.iasa.kpi.ua/arhiv">http://journal.iasa.kpi.ua/arhiv</a>	Архів міжнародного журналу „Системні дослідження та інформаційні технології” (Інститут прикладного системного аналізу НАН України та Міносвіти і науки України)
<a href="http://www.problecon.com/main/">http://www.problecon.com/main/</a>	Міжнародний науковий рецензований журнал із відкритим доступом „The Problems of Economy” („Проблеми економіки”, Науково-дослідний центр індустріальних проблем розвитку НАН України), представлений у міжнародних інформаційних та наукометричних базах; див. тематичний розділ „Математичні методи та моделі в економіці”
<a href="http://eco-science.net/Arhive.html">http://eco-science.net/Arhive.html</a>	Архів фахового економічного журналу „Актуальні проблеми економіки”, див. тематичний розділ „Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці”
<a href="http://archive.nbu.gov.ua/portal/soc_gum/Ek/index.html">http://archive.nbu.gov.ua/portal/soc_gum/Ek/index.html</a>	У архіві Національної бібліотеки ім. В. І. Вернадського (Наукова періодика України) статті з міжнародного наукового журналу „Экономическая кибернетика”, див. тематичний розділ „Методы исследования операций и теории систем”
<a href="http://www.economukraine.com.ua/index.php?id=13748&amp;show=50667">http://www.economukraine.com.ua/index.php?id=13748&amp;show=50667</a>	Всеукраїнський щомісячний науковий журнал „Економіка України”, див. розділ „Методи економіко-математичного моделювання”

## **ДОДАТКИ**

---

### Одна з методик оцінки адекватності й точності регресійних і трендових моделей

Модель  $\hat{y}_j$  побудована на основі матеріалів спостереження  $y_j$  вважається адекватною, якщо для залишкової компоненти  $\varepsilon_j = y_j - \hat{y}_j$  ( $j = \overline{1; n}$ ) послідовно виконуються властивості випадкової компоненти<sup>28</sup>:

- 1) випадковість коливань рівнів залишкової послідовності  $\varepsilon_j$ ;
- 2) відповідність розподілу випадкової компоненти нормальному закону розподілу;
- 3) рівність математичного очікування випадкової компоненти нулю;
- 4) незалежність значень рівнів випадкової компоненти.

Перевірка випадковості коливань рівнів залишкової послідовності означає перевірку гіпотези про правильність вибору виду моделі. Для перевірки можна скористатися одним з непараметричних критеріїв: критерієм серій (з використанням медіани вибірки) або критерієм піків (поворотних точок).

При застосуванні критерію серій ряд з величин  $\varepsilon_j$  розташовується за зростанням або зменшенням їх значень (виконується ранжування) і встановлюється медіана  $\varepsilon_{Me}$ , тобто серединне значення, якщо  $n$  – непарне число, або середня арифметична з двох серединних значень при  $n$  парному. Повернувшись до початкової послідовності  $\varepsilon_j$  і порівнюючи значення цієї послідовності з  $\varepsilon_{Me}$ , ставиться, скажімо, знак „+”, коли  $\varepsilon_j > \varepsilon_{Me}$ , і знак „-”, коли  $\varepsilon_j < \varepsilon_{Me}$ ; у випадку рівності  $\varepsilon_j = \varepsilon_{Me}$  відповідне значення  $\varepsilon_j$  не розглядається. Таким чином, виходить послідовність, що складається з плюсів і мінусів, загальна кількість яких не перевищує  $n$ . Послідовність плюсів або мінусів, що йдуть підряд один за одним, називається серією. Для того, щоб послідовність  $\varepsilon_j$  була випадковою вибіркою, розмір найдовшої серії ( $K_{max}$ ) не повинен бути занадто великим, а загальне число серій ( $V$ ) – дуже малим, тобто для 5%-го рівня значущості  $\alpha$  повинні виконуватися нерівності (А.1), (А.2):

$$K_{max} < [3,3(\lg n + 1)] \quad (\text{А.1})$$

та

$$v > \left[ \frac{1}{2}(n + 1 - 1,96\sqrt{n-1}) \right], \quad (\text{А.2})$$

де квадратні дужки означають цілу частину числа.

<sup>28</sup> *Экономико-математические методы и прикладные модели : учебн. пос. / [Федосеев В. В., Гармаш А. Н., Дайитбегов Д. М. и др.] ; под ред. В. В. Федосеева. – М. : ЮНИТИ, 2001. – 391 с.*

## Продовження додатку А

Якщо хоча б одна з цих нерівностей не виконується, то гіпотеза про випадковий характер відхилень фактичних значень результативної ознаки від теоретичних відхиляється і, як наслідок, відповідна модель визнається неадекватною.

Альтернативним критерієм для даної перевірки є критерій поворотних точок (піків). Рівень послідовності  $\varepsilon_j$  вважається максимумом, коли він перевищує два сусідні рівні, тобто  $\varepsilon_{j-1} < \varepsilon_j > \varepsilon_{j+1}$ , і мінімумом, коли він  $\varepsilon_{j-1} > \varepsilon_j < \varepsilon_{j+1}$  – менший за обидва сусідні рівні. В обох випадках  $\varepsilon_j$  є поворотною точкою. Загальна кількість поворотних точок для залишкової послідовності  $\varepsilon_j, j = \overline{1; n}$  позначається  $p$ . Критерієм випадковості з 5%-м рівнем значущості  $\alpha$ , тобто з довірчою імовірністю 95%, є виконання нерівності (А.3).

$$p > \left[ \bar{p} - 1,96 \sqrt{\sigma_p^2} \right], \quad (\text{А.3})$$

де квадратні дужки, як і раніше, означають цілу частину числа;

$$\bar{p} - \text{математичне очікування кількості точок повороту} \left( \bar{p} = \frac{2}{3}(n-2) \right);$$

$$\sigma_p^2 - \text{дисперсія числа точок повороту} \left( \sigma_p^2 = \frac{16n-29}{90} \right).$$

Якщо нерівність (А.3) не виконується, модель вважається неадекватною.

Перевірка відповідності розподілу випадкової компоненти  $\varepsilon_j$  нормальному закону розподілу може бути виконана лише наближено шляхом дослідження показників асиметрії ( $\gamma_1$ ) та ексцесу ( $\gamma_2$ ), оскільки кількість спостережень, як правило, не дуже велика. При нормальному розподілі показники асиметрії й ексцесу генеральної сукупності дорівнюють нулю. Припускається, що відхилення  $\varepsilon_j$  являють собою вибірку з генеральної сукупності, отже можна визначити тільки вибіркові характеристики асиметрії й ексцесу та їх помилки:

$$\hat{\gamma}_1 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \varepsilon_j^3}{\sqrt{\left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2 \right)^3}},$$

$$\sigma_{\hat{\gamma}_1} = \sqrt{\frac{6(n-2)}{(n+1)(n+3)}},$$

$$\hat{\gamma}_2 = \frac{\frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \varepsilon_j^4}{\left( \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2 \right)^2} - 3,$$

$$\sigma_{\hat{\gamma}_2} = \sqrt{\frac{24n(n-2)(n-3)}{(n+1)^2(n+3)(n+5)}},$$

де  $\hat{\gamma}_1$  – вибіркова характеристика асиметрії;

$\hat{\gamma}_2$  – вибіркова характеристика ексцесу;

$\sigma_{\hat{\gamma}_1}$ ,  $\sigma_{\hat{\gamma}_2}$  – відповідні середні квадратичні (стандартні) помилки.

Якщо одночасно виконуються нерівності (А.4), гіпотеза про нормальний характер розподілу випадкової компоненти приймається. Якщо виконується хоча б одна з нерівностей (А.5), гіпотеза про нормальний характер розподілу відхиляється, модель визнається неадекватною. Інші випадки потребують додаткової перевірки за допомогою більш складних критеріїв.

$$|\hat{\gamma}_1| < 1,5\sigma_{\hat{\gamma}_1} \text{ та } \left| \hat{\gamma}_2 + \frac{6}{n+1} \right| < 1,5\sigma_{\hat{\gamma}_2}. \quad (\text{А.4})$$

$$|\hat{\gamma}_1| \geq 2\sigma_{\hat{\gamma}_1} \text{ або } \left| \hat{\gamma}_2 + \frac{6}{n+1} \right| \geq 2\sigma_{\hat{\gamma}_2}. \quad (\text{А.5})$$

Окрім вищенаведеного методу відомими є і ряд інших методів перевірки на відповідність нормальному емпіричних розподілів випадкової величини: метод Вестергарда, *RS*-критерій та ін. Так, розрахункове значення *RS*-критерію (формула (А.6)) порівнюється з табличними (критичними) нижнім і верхнім його граничними значеннями і, якщо обчислене значення не потрапляє в інтервал між критичними межами, то із наперед обраним рівнем значущості  $\alpha$  гіпотеза про нормальність розподілу відхиляється; у протилежному випадку ця гіпотеза підтверджується.

$$RS = \frac{R}{S} = \frac{R}{\sigma_{\hat{y}}}, \quad (\text{А.6})$$

де  $R$  – варіаційний розмах випадкової величини ( $R = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}$ );



## Продовження додатку А

$$\sigma_{\hat{y}} - \text{стандартне відхилення} \left( \sigma_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2}{n - r'}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2}{n - r'}} \right);$$

$r'$  – число параметрів моделі без урахування вільного члена.

Перевірка рівності математичного очікування випадкової компоненти нулю за умови, що вона розподілена за нормальним законом, здійснюється на основі  $t$ -критерію (критерію Стюдента). Його розрахункове значення  $t$  визначається за формулою (А.7) і порівнюється з відповідним критичним значенням  $t_{\alpha}(n - r')$ , що табульовані залежно від рівня значущості  $\alpha$  та числа ступенів свободи  $n - r'$  (див., наприклад, додаток 2<sup>29</sup>). Якщо  $t < t_{\alpha}(n - r')$ , то гіпотеза про рівність нулю математичного очікування випадкової послідовності приймається. У протилежному випадку ця гіпотеза відхиляється і модель вважається неадекватною.

$$t = \frac{\bar{\varepsilon} - 0}{\sigma_{\varepsilon}} \sqrt{n}, \quad (\text{А.7})$$

де  $\bar{\varepsilon}$  – середнє арифметичне значення рівнів залишкової послідовності  $\varepsilon_j$ :

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sum_{j=1}^n \varepsilon_j}{n};$$

$\sigma_{\varepsilon}$  – стандартне (середнє квадратичне) відхилення для цієї послідовності:

$$\sigma_{\varepsilon} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (\varepsilon_j - \bar{\varepsilon})^2}{n}}.$$

Перевірка незалежності значень рівнів випадкової компоненти може виконуватися за допомогою ряду критеріїв, найбільш поширеним з яких критерій Дарбіна-Уотсона ( $d$ -критерій). Розрахункове значення цього критерію ( $d$ ) обчислюється за формулою (А.8). Слід зауважити, що розрахункове значення критерію Дарбіна-Уотсона в інтервалі від 2 до 4 свідчить про

<sup>29</sup> Єріна А. М. Статистика : підруч. / А. М. Єріна, З. О. Пальян. – К. : КНЕУ, 2010. – с. 345

негативний зв'язок; у такому випадку його необхідно перетворити за формулою  $d' = 4 - d$  і у подальшому використовувати значення  $d'$ .

$$d = \frac{\sum_{j=2}^n (\varepsilon_j - \varepsilon_{j-1})^2}{\sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2}. \quad (\text{A.8})$$

Розрахункове значення критерію  $d$  (або  $d'$ ) порівнюється з верхнім  $d_2$  та нижнім  $d_1$  критичними значеннями статистики Дарбіна-Уотсона, що визначаються за спеціальними таблицями (див., наприклад, додатки 4 і 5<sup>30</sup>) залежно від кількості спостережень  $n$ , числа визначальних параметрів моделі  $r'$  та рівня значущості  $\alpha$ . Якщо розрахункове значення критерію  $d$  (або  $d'$ ) перевищує верхнє табличне значення  $d_2$ , то гіпотеза про незалежність рівнів залишкової послідовності, тобто про відсутність у ній автокореляції, приймається. Якщо значення  $d$  менше за нижнє табличне значення  $d_1$ , то ця гіпотеза відхиляється і модель вважається неадекватною. Якщо значення  $d$  знаходиться між значеннями  $d_1$  і  $d_2$ , включаючи самі ці значення, то вважається, що немає достатніх підстав зробити той чи інший висновок і необхідні подальші дослідження, наприклад, після збільшення кількості спостережень  $n$ .

Таким чином, висновок щодо адекватності моделі робиться, після того як усі наведені вище чотири послідовно виконані перевірки властивостей залишкової послідовності  $\varepsilon_j, j = \overline{1; n}$  дають позитивний результат.

Далі відносно адекватних моделей вирішується завдання оцінки їх точності, т.б. серед адекватних моделей для подальшого використання необхідно вибрати найточнішу. Точність моделі характеризується величиною відхилення виходу моделі від реального значення змодельованої змінної (досліджуваного показника). Для показника, представленого матеріалами спостереження, точність визначається як різниця між значенням фактичного рівня результативної ознаки та її відповідною оцінкою, одержаною розрахунковим шляхом з використанням моделі. При цьому у якості статистичних показників точності застосовуються наступні:

$$\sigma_{\hat{y}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2}{n - r'}} = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2}{n - r'}} \text{ – середнє квадратичне відхилення}$$

або

<sup>30</sup> Лук'яненко І. Г. Економетрика : підруч. / І. Г. Лук'яненко, Л. І. Краснікова. – К. : Товариство „Знання”, КОО, 1998. – С. 485-488

Закінчення додатку А

$$\bar{\varepsilon}_{\text{vidn}} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n \left| \frac{y_j - \hat{y}_j}{y_j} \right| \cdot 100\% \quad \text{– середня відносна помилка апроксимації,}$$

або

$$\varphi^2 = \frac{\sum_{j=1}^n (y_j - \hat{y}_j)^2}{\sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2} = \frac{\sum_{j=1}^n \varepsilon_j^2}{\sum_{j=1}^n (y_j - \bar{y})^2} \quad \text{– коефіцієнт наближеності,}$$

або

$$R^2 = 1 - \varphi^2 \quad \text{– коефіцієнт детермінації}$$

та інші показники.

У вищенаведених формулах  $n$  – число спостережень;  $r'$  – кількість параметрів моделі (без вільного члена);  $\hat{y}_j$  – оцінка результативної ознаки за моделлю (розрахункове значення досліджуваного показника);  $\bar{y}$  – середнє арифметичне значення результативної ознаки, обраховане за матеріалами

спостереження  $\left( \bar{y} = \frac{\sum_{j=1}^n y_j}{n} \right)$ .

## Форми № 1 і № 2 та перелік додаткових статей фінансової звітності

Додаток 1  
до Національного положення (стандарту)  
бухгалтерського обліку  
1 «Загальні вимоги до фінансової звітності»

	Дата (рік, місяць, число)	КОДИ	
Підприємство _____	за ЄДРПОУ		01
Територія _____	за КОАТУУ		
Організаційно-правова форма господарювання _____	за КОПФГ		
Вид економічної діяльності _____	за КВЕД		
Середня кількість працівників _____			
Адреса, телефон _____			
Одиниця виміру: тис. грн. без десяткового знака			
Складено (зробити позначку «v» у відповідній клітинці):			
за положеннями (стандартами) бухгалтерського обліку			
за міжнародними стандартами фінансової звітності			

## Баланс (Звіт про фінансовий стан)

на \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Форма № 1 Код за ДКУД 1801001

Актив	Код рядка	На початок звітного періоду	На кінець звітного періоду
1	2	3	4
<b>I. Необоротні активи</b>			
Нематеріальні активи	1000		
первісна вартість	1001		
накопичена амортизація	1002		
Незавершені капітальні інвестиції	1005		
Основні засоби	1010		
первісна вартість	1011		
знос	1012		
Інвестиційна нерухомість	1015		
Довгострокові біологічні активи	1020		
Довгострокові фінансові інвестиції: які обліковуються за методом участі в капіталі інших підприємств	1030		
інші фінансові інвестиції	1035		
Довгострокова дебіторська заборгованість	1040		
Відстрочені податкові активи	1045		
Інші необоротні активи	1090		
<b>Усього за розділом I</b>	<b>1095</b>		
<b>II. Оборотні активи</b>			
Запаси	1100		
Поточні біологічні активи	1110		
Дебіторська заборгованість за продукцію, товари, роботи, послуги	1125		
Дебіторська заборгованість за розрахунками: за виданими авансами	1130		
з бюджетом	1135		
у тому числі з податку на прибуток	1136		
Інша поточна дебіторська заборгованість	1155		

## Продовження додатку Б

Поточні фінансові інвестиції	1160		
Гроші та їх еквіваленти	1165		
Витрати майбутніх періодів	1170		
Інші оборотні активи	1190		
<b>Усього за розділом II</b>	<b>1195</b>		
<b>III. Необоротні активи, утримувані для продажу, та групи вибуття</b>	<b>1200</b>		
<b>Баланс</b>	<b>1300</b>		
Пасив	Код рядка	На початок звітного періоду	На кінець звітного періоду
1	2	3	4
<b>I. Власний капітал</b>			
Зареєстрований капітал	1400		
Капітал у дооцінках	1405		
Додатковий капітал	1410		
Резервний капітал	1415		
Нерозподілений прибуток (непокритий збиток)	1420		
Неоплачений капітал	1425	( )	( )
Вилучений капітал	1430	( )	( )
<b>Усього за розділом I</b>	<b>1495</b>		
<b>II. Довгострокові зобов'язання і забезпечення</b>			
Відстрочені податкові зобов'язання	1500		
Довгострокові кредити банків	1510		
Інші довгострокові зобов'язання	1515		
Довгострокові забезпечення	1520		
Цільове фінансування	1525		
<b>Усього за розділом II</b>	<b>1595</b>		
<b>III. Поточні зобов'язання і забезпечення</b>			
Короткострокові кредити банків	1600		
Поточна кредиторська заборгованість за:			
довгостроковими зобов'язаннями	1610		
товари, роботи, послуги	1615		
розрахунками з бюджетом	1620		
у тому числі з податку на прибуток	1621		
розрахунками зі страхування	1625		
розрахунками з оплати праці	1630		
Поточні забезпечення	1660		
Доходи майбутніх періодів	1665		
Інші поточні зобов'язання	1690		
<b>Усього за розділом III</b>	<b>1695</b>		
<b>IV. Зобов'язання, пов'язані з необоротними активами, утримуваними для продажу, та групами вибуття</b>	<b>1700</b>		
<b>Баланс</b>	<b>1900</b>		

Керівник

Головний бухгалтер

## ДОДАТКИ

## Продовження додатку Б

Підприємство \_\_\_\_\_  
(найменування)

Дата (рік, місяць, число)  
за ЄДРПОУ

КОДИ	
	01

**Звіт про фінансові результати (Звіт про сукупний дохід)**  
за \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.

Форма № 2 Код за ДКУД

1801003

**I. ФІНАНСОВІ РЕЗУЛЬТАТИ**

Стаття	Код рядка	За звітний період	За аналогічний період попереднього року
1	2	3	4
Чистий дохід від реалізації продукції (товарів, робіт, послуг)	2000		
Собівартість реалізованої продукції (товарів, робіт, послуг)	2050	( )	( )
<b>Валовий:</b>			
прибуток	2090		
збиток	2095	( )	( )
Інші операційні доходи	2120		
Адміністративні витрати	2130	( )	( )
Витрати на збут	2150	( )	( )
Інші операційні витрати	2180	( )	( )
<b>Фінансовий результат від операційної діяльності:</b>			
прибуток	2190		
збиток	2195	( )	( )
Дохід від участі в капіталі	2200		
Інші фінансові доходи	2220		
Інші доходи	2240		
Фінансові витрати	2250	( )	( )
Втрати від участі в капіталі	2255	( )	( )
Інші витрати	2270	( )	( )
<b>Фінансовий результат до оподаткування:</b>			
прибуток	2290		
збиток	2295	( )	( )
Витрати (дохід) з податку на прибуток	2300		
Прибуток (збиток) від припиненої діяльності після оподаткування	2305		
<b>Чистий фінансовий результат:</b>			
прибуток	2350		
збиток	2355	( )	( )

## Продовження додатку Б

## II. СУКУПНИЙ ДОХІД

Стаття	Код рядка	За звітний період	За аналогічний період попереднього року
1	2	3	4
Дооцінка (уцінка) необоротних активів	2400		
Дооцінка (уцінка) фінансових інструментів	2405		
Накопичені курсові різниці	2410		
Частка іншого сукупного доходу асоційованих та спільних підприємств	2415		
Інший сукупний дохід	2445		
<b>Інший сукупний дохід до оподаткування</b>	<b>2450</b>		
Податок на прибуток, пов'язаний з іншим сукупним доходом	2455		
<b>Інший сукупний дохід після оподаткування</b>	<b>2460</b>		
<b>Сукупний дохід (сума рядків 2350, 2355 та 2460)</b>	<b>2465</b>		

## III. ЕЛЕМЕНТИ ОПЕРАЦІЙНИХ ВИТРАТ

Назва статті	Код рядка	За звітний період	За аналогічний період попереднього року
1	2	3	4
Матеріальні затрати	2500		
Витрати на оплату праці	2505		
Відрахування на соціальні заходи	2510		
Амортизація	2515		
Інші операційні витрати	2520		
<b>Разом</b>	<b>2550</b>		

## IV. РОЗРАХУНОК ПОКАЗНИКІВ ПРИБУТКОВОСТІ АКЦІЙ

Назва статті	Код рядка	За звітний період	За аналогічний період попереднього року
1	2	3	4
Середньорічна кількість простих акцій	2600		
Скоригована середньорічна кількість простих акцій	2605		
Чистий прибуток (збиток) на одну просту акцію	2610		
Скоригований чистий прибуток (збиток) на одну просту акцію	2615		
Дивіденди на одну просту акцію	2650		

Керівник

Головний бухгалтер

Додаток 3  
до Національного положення (стандарту)  
бухгалтерського обліку  
1 «Загальні вимоги до фінансової звітності»

**Перелік додаткових статей фінансової звітності**

Статті	Код рядка
Первісна вартість інвестиційної нерухомості	1016
Знос інвестиційної нерухомості	1017
Первісна вартість довгострокових біологічних активів	1021
Накопичена амортизація довгострокових біологічних активів	1022
Гудвіл	1050
Відстрочені аквізиційні витрати	1060
Залишок коштів у централізованих страхових резервних фондах	1065
Виробничі запаси	1101
Незавершене виробництво	1102
Готова продукція	1103
Товари	1104
Депозити перестраховання	1115
Векселі одержані	1120
Дебіторська заборгованість за розрахунками з нарахованих доходів	1140
Дебіторська заборгованість за розрахунками із внутрішніх розрахунків	1145
Готівка	1166
Рахунки в банках	1167
Частка перестраховика у страхових резервах	1180
у тому числі в:	1181
резервах довгострокових зобов'язань	
резервах збитків або резервах належних виплат	1182
резервах незароблених премій	1183
інших страхових резервах	1184
Емісійний дохід	1411
Накопичені курсові різниці	1412
Інші резерви	1435
Пенсійні зобов'язання	1505
Довгострокові забезпечення витрат персоналу	1521
Благодійна допомога	1526
Страхові резерви	1530
у тому числі:	1531
резерв довгострокових зобов'язань	
резерв збитків або резерв належних виплат	1532
резерв незароблених премій	1533
інші страхові резерви	1534
Інвестиційні контракти	1535
Призовий фонд	1540



## Продовження додатку Б

Статті	Код рядка
Резерв на виплату джек-поту	1545
Векселі видані	1605
Поточна кредиторська заборгованість за одержаними авансами	1635
Поточна кредиторська заборгованість за розрахунками з учасниками	1640
Поточна кредиторська заборгованість із внутрішніх розрахунків	1645
Поточна кредиторська заборгованість за страховою діяльністю	1650
Відстрочені комісійні доходи від перестраховиків	1670
V. Чиста вартість активів недержавного пенсійного фонду	1800
Чисті зароблені страхові премії	2010
Премії підписані, валова сума	2011
Премії, передані у перестраховання	2012
Зміна резерву незароблених премій, валова сума	2013
Зміна частки перестраховиків у резерві незароблених премій	2014
Чисті понесені збитки за страховими виплатами	2070
Дохід (витрати) від зміни у резервах довгострокових зобов'язань	2105
Дохід (витрати) від зміни інших страхових резервів	2110
Зміна інших страхових резервів, валова сума	2111
Зміна частки перестраховиків в інших страхових резервах	2112
Дохід від зміни вартості активів, які оцінюються за справедливою вартістю	2121
Дохід від первісного визнання біологічних активів і сільськогосподарської продукції	2122
Витрат від зміни вартості активів, які оцінюються за справедливою вартістю	2181
Витрат від первісного визнання біологічних активів і сільськогосподарської продукції	2182
Дохід від благодійної допомоги	2241
Прибуток (збиток) від впливу інфляції на монетарні статті	2275
Надходження від отримання субсидій, дотацій	3011
Надходження авансів від покупців і замовників	3015
Надходження від повернення авансів	3020
Надходження від відсотків за залишками коштів на поточних рахунках	3025
Надходження від боржників неустойки (штрафів, пені)	3035
Надходження від операційної оренди	3040
Надходження від отримання роялті, авторських винагород	3045
Надходження від страхових премій	3050
Надходження фінансових установ від повернення позик	3055
Зобов'язання з податку на прибуток	3116
Зобов'язання з податку на додану вартість	3117
Зобов'язання з інших податків і зборів	3118
Витрачання на оплату авансів	3135
Витрачання на оплату повернення авансів	3140
Витрачання на оплату цільових внесків	3145
Витрачання на оплату зобов'язань за страховими контрактами	3150

Статті	Код рядка
Витрачання фінансових установ на надання позик	3155
Надходження від погашення позик	3230
Надходження від вибуття дочірнього підприємства та іншої господарської одиниці	3235
Витрачання на надання позик	3275
Витрачання на придбання дочірнього підприємства та іншої господарської одиниці	3280
Надходження від продажу частки в дочірньому підприємстві	3310
Витрачання на сплату відсотків	3360
Витрачання на сплату заборгованості з фінансової оренди	3365
Витрачання на придбання частки в дочірньому підприємстві	3370
Витрачання на виплати неконтрольованим часткам у дочірніх підприємствах	3375
Прибуток (збиток) від участі в капіталі	3521
Зміна вартості активів, які оцінюються за справедливою вартістю, та дохід (витрати) від первісного визнання	3522
Збиток (прибуток) від реалізації необоротних активів, утримуваних для продажу та груп вибуття	3523
Збиток (прибуток) від реалізації фінансових інвестицій	3524
Зменшення (відновлення) корисності необоротних активів	3526
Фінансові витрати	3540
Збільшення (зменшення) запасів	3551
Збільшення (зменшення) поточних біологічних активів	3552
Збільшення (зменшення) дебіторської заборгованості за продукцію, товари, роботи, послуги	3553
Зменшення (збільшення) іншої поточної дебіторської заборгованості	3554
Зменшення (збільшення) витрат майбутніх періодів	3556
Зменшення (збільшення) інших оборотних активів	3557
Збільшення (зменшення) поточної кредиторської заборгованості за товари, роботи, послуги	3571
Збільшення (зменшення) поточної кредиторської заборгованості за розрахунками з бюджетом	3572
Збільшення (зменшення) поточної кредиторської заборгованості за розрахунками зі страхування	3573
Збільшення (зменшення) поточної кредиторської заборгованості за розрахунками з оплати праці	3574
Збільшення (зменшення) доходів майбутніх періодів	3576
Збільшення (зменшення) інших поточних зобов'язань	3577
Сплачені відсотки	3585
Сума чистого прибутку, належна до бюджету відповідно до законодавства	4215
Сума чистого прибутку на створення спеціальних (цільових) фондів	4220
Сума чистого прибутку на матеріальне заохочення	4225
Зменшення номінальної вартості акцій	4280
Придбання (продаж) неконтрольованої частки в дочірньому підприємстві	4291

**Деталізація змісту статей  
форми № 1 „Баланс (Звіт про фінансовий стан) на \_\_\_\_\_ 20\_\_ р.”<sup>31</sup>**

У статті „Нематеріальні активи” відображається вартість об’єктів, які віднесені до складу нематеріальних активів згідно з Положенням (стандартом) бухгалтерського обліку 8 „Нематеріальні активи”, затвердженим наказом Міністерства фінансів України від 18.10.1999 р. № 242, зареєстрованим у Міністерстві юстиції України 02.11.1999 р. за № 750/4043 (зі змінами). У цій статті наводяться окремо первісна та залишкова вартість нематеріальних активів, а також нарахована у встановленому порядку сума накопиченої амортизації. До підсумку балансу включається залишкова вартість, яка визначається як різниця між первісною вартістю і сумою накопиченої амортизації, яка наводиться у дужках.

У статті „Незавершені капітальні інвестиції” відображається вартість незавершених на дату балансу капітальних інвестицій в необоротні активи на будівництво, реконструкцію, модернізацію (інші поліпшення, що збільшують первісну (переоцінену) вартість необоротних активів), виготовлення, створення, вирощування, придбання об’єктів основних засобів, нематеріальних активів, довгострокових біологічних активів (у тому числі необоротних матеріальних активів, призначених для заміни діючих, і устаткування для монтажу).

У статті „Основні засоби” наводиться вартість власних та отриманих на умовах фінансового лізингу об’єктів і орендованих цілісних майнових комплексів, які віднесені до складу основних засобів згідно з Положенням (стандартом) бухгалтерського обліку 7 „Основні засоби”, затвердженим наказом Міністерства фінансів України від 27.04.2000 р. № 92, зареєстрованим в Міністерстві юстиції України 18.05.2000 р. за № 288/4509 (зі змінами), а також вартість основних засобів, отриманих у довірче управління або на праві господарського відання чи праві оперативного управління. У цій статті також наводиться вартість інших необоротних матеріальних активів.

У цій статті наводяться окремо первісна (переоцінена) вартість, сума зносу основних засобів (у дужках) та їх залишкова вартість. До підсумку балансу включається залишкова вартість, яка визначається як різниця між первісною (переоціненою) вартістю основних засобів і сумою їх зносу на дату балансу.

У статті „Інвестиційна нерухомість” відображається вартість об’єктів, що віднесені до інвестиційної нерухомості згідно з Положенням (стандартом) бухгалтерського обліку 32 „Інвестиційна нерухомість”, затвердженим наказом Міністерства фінансів України від 02.07.2007 р. № 779, зареєстрованим у Міністерстві юстиції України 16.07.2007 р. за № 823/14090 (зі змінами). У цій статті наводиться справедлива вартість інвестиційної нерухомості, визначена на дату балансу. У разі якщо відповідно до зазначеного положення (стандарту)

<sup>31</sup> Методичні рекомендації щодо заповнення форм фінансової звітності : Наказ Міністерства фінансів України від 28.03.2013 р.

бухгалтерського обліку інвестиційна нерухомість обліковується за первісною вартістю, у цій статті наводиться її залишкова вартість, яка включається до підсумку балансу, при цьому у додаткових статтях окремо наводяться первісна вартість інвестиційної нерухомості та сума зносу (у дужках).

У статті „Довгострокові біологічні активи” відображається вартість довгострокових біологічних активів, облік яких ведеться за Положенням (стандартом) бухгалтерського обліку 30 „Біологічні активи”, затвердженим наказом Міністерства фінансів України від 18.11.2005 р. № 790, зареєстрованим у Міністерстві юстиції України 05.12.2005 р. за №1456/11736 (зі змінами) (далі – Положення (стандарт) 30). У цій статті наводиться справедлива вартість довгострокових біологічних активів. У разі якщо відповідно до Положення (стандарту) 30 довгострокові біологічні активи обліковуються за первісною вартістю, у цій статті наводиться їх залишкова вартість, яка включається до підсумку балансу, при цьому у додаткових статтях окремо наводяться їх первісна вартість та сума накопиченої амортизації (у дужках).

У статті „Довгострокові фінансові інвестиції” відображаються фінансові інвестиції на період більше одного року, а також усі інвестиції, які не можуть бути вільно реалізовані в будь-який момент. У цій статті виділяються фінансові інвестиції, які згідно з відповідними національними положеннями (стандартами) бухгалтерського обліку обліковуються методом участі в капіталі.

У статті „Довгострокова дебіторська заборгованість” відображається заборгованість фізичних та юридичних осіб, яка не виникає в ході нормального операційного циклу та буде погашена після дванадцяти місяців з дати балансу.

У статті „Відстрочені податкові активи” відображається сума податку на прибуток, що підлягає відшкодуванню в наступних періодах, що визначається відповідно до Положення (стандарту) бухгалтерського обліку 17 „Податок на прибуток”, затвердженого наказом Міністерства фінансів України від 28.12.2000 р. № 353, зареєстрованого в Міністерстві юстиції України 20.01.2001 р. за № 47/5238 (зі змінами) (далі – Положення (стандарт) 17).

У додатковій статті „Гудвіл” відображається сума перевищення вартості придбання над часткою покупця у справедливій вартості придбаних ідентифікованих активів, зобов'язань і непередбачених зобов'язань на дату придбання, що визначається відповідно до Положення (стандарту) бухгалтерського обліку 19 „Об'єднання підприємств”, затвердженого наказом Міністерства фінансів України від 07.07.1999 р. № 163, зареєстрованого в Міністерстві юстиції України 23.07.1999 р. за № 499/3792 (зі змінами). Інформація щодо вартості гудвілу включається до підсумку балансу.

У додатковій статті „Відстрочені аквізиційні витрати” страховиками відображається сума аквізиційних витрат страховика, що мали місце протягом поточного та/або попередніх звітних періодів, але які належать до наступних звітних періодів та визнаються у витратах одночасно з визнанням відповідної заробленої премії протягом строку дії страхового договору (контракту). Сума відстрочених аквізиційних витрат включається до підсумку балансу.

## Продовження додатку В

У додатковій статті „Залишок коштів у централізованих страхових резервних фондах” страховиками відображаються кошти у централізованих страхових резервних фондах, зокрема, які перебувають в управлінні Моторно-транспортного страхового бюро України, але які належать страховикам. Інформація про залишки коштів у централізованих страхових резервних фондах включається до підсумку балансу.

У статті „Інші необоротні активи” наводиться вартість необоротних активів, для відображення яких за ознаками суттєвості неможна було виділити окрему статтю, або які не можуть бути включені до наведених вище статей розділу „Необоротні активи”.

У статті „Запаси” відображається загальна вартість активів, які визнаються запасами згідно з Положенням (стандартом) бухгалтерського обліку 9 „Запаси”, затвердженим наказом Міністерства фінансів України від 20.10.1999 р. № 246, зареєстрованим у Міністерстві юстиції України 02.11.1999 р. за № 751/4044 (зі змінами) (далі – Положення (стандарт) 9), зокрема, які утримуються для подальшого продажу за умов звичайної господарської діяльності; перебувають у процесі виробництва з метою подальшого продажу продукту виробництва; утримуються для споживання під час виробництва продукції, виконання робіт та надання послуг, а також управління підприємством.

У разі відповідності ознакам суттєвості може бути окремо наведена у додаткових статтях інформація про вартість виробничих запасів, незавершеного виробництва, готової продукції та товарів. До підсумку балансу включається загальна вартість запасів, інформація про вартість окремих складових запасів наводиться у додаткових статтях в межах загальної суми.

У додатковій статті „Виробничі запаси” відображається вартість запасів малоцінних та швидкозношуваних предметів, сировини, основних і допоміжних матеріалів, палива, покупних напівфабрикатів і комплектуючих виробів, запасних частин, тари, будівельних матеріалів та інших матеріалів, призначених для споживання в ході нормального операційного циклу.

У додатковій статті „Незавершене виробництво” відображаються витрати на незавершене виробництво і незавершені роботи (послуги), а також вартість напівфабрикатів власного виробництва і валова заборгованість замовників за будівельними контрактами.

У додатковій статті „Готова продукція” відображаються запаси виробів на складі, обробка яких закінчена та які пройшли випробування, приймання, укомплектовані згідно з умовами договорів із замовниками і відповідають технічним умовам і стандартам. Продукція, яка не відповідає наведеним вимогам (крім браку), та роботи, які не прийняті замовником, відображаються у складі незавершеного виробництва.

У додатковій статті „Товари” відображається без суми торгових націнок вартість залишків товарів, які придбані підприємствами для подальшого продажу.

У статті „Поточні біологічні активи” відображається вартість поточних біологічних активів тваринництва (дорослі тварини на відгодівлі і в нагулі, птиця, звірі, кролики, дорослі тварини, вибракувані з основного стада для реалізації, молодняк тварин на вирощуванні і відгодівлі) в оцінці за справедливою або первісною вартістю, а також рослинництва (зернові, технічні, овочеві та інші культури) в оцінці за справедливою вартістю, облік яких ведеться згідно з Положенням (стандартом) 30.

У додатковій статті „Депозити перестраховання” страховиками наводиться сума за угодами перестраховання, які характеризуються передачею незначного страхового ризику або відсутністю передачі страхового ризику і використовуються переважно як засіб оптимізації грошових потоків у короткостроковій та середньостроковій перспективі. Сума за угодами перестраховання включається до підсумку балансу.

У додатковій статті „Векселі одержані” відображається заборгованість покупців, замовників та інших дебіторів за відвантажену продукцію (товари), інші активи, виконані роботи та надані послуги, яка забезпечена векселями. Інформація щодо зазначеної заборгованості включається до підсумку балансу.

У статті „Дебіторська заборгованість за продукцію товари, роботи, послуги” відображається заборгованість покупців або замовників за надані їм продукцію, товари, роботи або послуги (крім заборгованості, яка забезпечена векселем, якщо така інформація наводиться в окремій статті), скоригована на резерв сумнівних боргів (нетто).

У статті „Дебіторська заборгованість за розрахунками за виданими авансами” відображається сума авансів, наданих іншим підприємствам, у рахунок наступних платежів.

(із змінами внесеними наказом Мінфіну від 27.06.2013 р. №635)

У статті „Дебіторська заборгованість за розрахунками з бюджетом” відображається дебіторська заборгованість фінансових і податкових органів, а також переплата за податками, зборами та іншими платежами до бюджету. Окремо наводиться дебіторська заборгованість з податку на прибуток.

У додатковій статті „Дебіторська заборгованість за розрахунками з нарахованих доходів” відображається сума нарахованих дивідендів, процентів, роялті тощо. Інформація щодо суми зазначеної заборгованості включається до підсумку балансу.

У додатковій статті „Дебіторська заборгованість за розрахунками із внутрішніх розрахунків” відображається заборгованість пов'язаних сторін та дебіторська заборгованість із внутрішніх розрахунків, зокрема між учасниками групи тощо. Інформація щодо вказаної заборгованості включається до підсумку балансу.

У статті „Інша поточна дебіторська заборгованість” відображається заборгованість дебіторів, яка не відображена в окремих статтях щодо розкриття інформації про дебіторську заборгованість або яка не може бути включена до

## Продовження додатку В

інших статей дебіторської заборгованості та яка відображається у складі оборотних активів.

Показники дебіторської заборгованості наводяться у балансі за вартістю, яка визначається згідно з Положенням (стандартом) бухгалтерського обліку 10 „Дебіторська заборгованість”, затвердженим наказом Міністерства фінансів України від 08.10.1999 р. № 237, зареєстрованим в Міністерстві юстиції України 25.10.1999 р. за № 725/4018 (зі змінами) (далі – Положення (стандарт) 10).

У статті „Поточні фінансові інвестиції” відображають фінансові інвестиції на строк, що не перевищує один рік, які можуть бути вільно реалізовані в будь-який момент (крім інвестицій, які є еквівалентами грошових коштів), а також сума довгострокових фінансових інвестицій, які підлягають погашенню протягом дванадцяти місяців з дати балансу.

У статті „Гроші та їх еквіваленти” відображаються готівка в касі підприємства, гроші на поточних та інших рахунках у банках, які можуть бути вільно використані для поточних операцій, а також грошові кошти в дорозі, електронні гроші, еквіваленти грошей. У цій статті наводяться кошти в національній або іноземній валютах. Кошти, які не можна використати для операцій протягом одного року, починаючи з дати балансу або протягом операційного циклу внаслідок обмежень, виключаються зі складу оборотних активів та відображаються як необоротні активи.

У разі відповідності ознакам суттєвості, окремо може бути наведена у додаткових статтях інформація про готівку та гроші на рахунках в банку. До підсумку балансу включається загальна сума грошей та їх еквівалентів, інформація про готівку і гроші на рахунках в банку наводиться у додаткових статтях в межах загальної суми.

У статті „Витрати майбутніх періодів” відображаються витрати, що мали місце протягом поточного або попередніх звітних періодів, але належать до наступних звітних періодів.

У додатковій статті „Частка перестраховика у страхових резервах” страховики наводять визначену та оцінену суму частки перестраховиків у страхових резервах кожного виду відповідно до вимог чинного законодавства. До підсумку балансу включається загальна сума частки перестраховальника у страхових резервах.

У статті „Інші оборотні активи” відображаються суми оборотних активів, для відображення яких за ознаками суттєвості неможна було виділити окрему статтю або які не можуть бути включені до наведених вище статей розділу „Оборотні активи”.

У розділі III „Необоротні активи, утримувані для продажу, та групи вибуття» відображається вартість необоротних активів та груп вибуття, утримуваних для продажу, що визначається відповідно до Положення (стандарту) бухгалтерського обліку 27 „Необоротні активи, утримувані для продажу, та припинена діяльність”, затвердженого наказом Міністерства

фінансів України від 07.11.2003 р. № 617, зареєстрованого в Міністерстві юстиції України 17.11.2003 р. за № 1054/8375 (зі змінами) (далі – Положення (стандарт) 27).

У статті „Зареєстрований капітал” наводиться зафіксована в установчих документах сума статутного капіталу, іншого зареєстрованого капіталу, а також пайовий капітал у сумі, яка формується відповідно до законодавства.

У статті „Капітал у дооцінках” наводиться сума дооцінки необоротних активів і фінансових інструментів.

У статті „Додатковий капітал” відображається емісійний дохід (сума, на яку вартість продажу акцій власної емісії перевищує їхню номінальну вартість), вартість безкоштовно отриманих необоротних активів, сума капіталу, який вкладено засновниками понад статутний капітал, накопичені курсові різниці, які відповідно до національних положень (стандартів) бухгалтерського обліку відображаються у складі власного капіталу та інші складові додаткового капіталу.

У разі якщо інформація про розмір емісійного доходу та накопичених курсових різниць відповідає ознакам суттєвості, вона розкривається у додаткових статтях „Емісійний дохід” та „Накопичені курсові різниці”. До підсумку балансу включається загальна сума додаткового капіталу.

У статті „Резервний капітал” наводиться сума резервів, створених відповідно до чинного законодавства або установчих документів за рахунок нерозподіленого прибутку підприємства.

У статті „Нерозподілений прибуток (непокритий збиток)” відображається або сума нерозподіленого прибутку, або сума непокритого збитку. Сума непокритого збитку наводиться в дужках та вираховується при визначенні підсумку власного капіталу.

У статті „Неоплачений капітал” відображається сума заборгованості власників (учасників) за внесками до статутного капіталу. Ця сума наводиться в дужках і вираховується при визначенні підсумку власного капіталу.

У статті „Вилучений капітал” господарські товариства відображають фактичну собівартість акцій власної емісії або часток, викуплених товариством у його учасників. Сума вилученого капіталу наводиться в дужках і підлягає вирахуванню при визначенні підсумку власного капіталу.

У додатковій статті „Інші резерви” страховиками наводяться інші компоненти власного капіталу, які не можуть бути включені до наведених вище статей розділу. Сума інших резервів включається до підсумку балансу.

У статті „Відстрочені податкові зобов'язання” наводиться сума податків на прибуток, що підлягають сплаті в майбутніх періодах, яка визначається відповідно до Положення (стандарту) 17.

У додатковій статті „Пенсійні зобов'язання” наводиться сума довгострокових зобов'язань, пов'язаних з виплатами по закінченні трудової діяльності. Сума пенсійних зобов'язань включається до підсумку балансу.



## Продовження додатку В

У статті „Довгострокові кредити банків” наводиться сума заборгованості підприємства банкам за отриманими від них позиками, яка не є поточним зобов'язанням.

У статті „Інші довгострокові зобов'язання” наводиться сума довгострокової заборгованості підприємства, не включена в інші статті, в яких розкривається інформація про довгострокові зобов'язання, зокрема зобов'язання із залучення позикових коштів (крім кредитів банків), на які нараховуються відсотки.

У статті „Довгострокові забезпечення” відображаються нараховані у звітному періоді майбутні витрати та платежі (витрати на оплату майбутніх відпусток, гарантійні зобов'язання тощо), розмір яких на дату складання балансу може бути визначений тільки шляхом попередніх (прогнозних) оцінок. У разі якщо сума довгострокових виплат персоналу може бути визнана суттєвою, така інформація наводиться у додатковій статті „Довгострокові забезпечення витрат персоналу”. До підсумку балансу включається загальна сума довгострокових забезпечень.

У статті „Цільове фінансування” наводиться сума залишку коштів цільового фінансування і цільових надходжень, які отримані з бюджету та з інших джерел, у тому числі коштів, вивільнених від оподаткування у зв'язку з наданням пільг з податку на прибуток підприємств.

У додатковій статті „Благодійна допомога” наводиться залишок коштів (вартість товарів, робіт, послуг), отриманих у вигляді благодійної допомоги, які відповідно до законодавства звільняються від оподаткування податком на додану вартість. Інформація щодо суми благодійної допомоги наводиться у додатковій статті в межах суми цільового фінансування. До підсумку балансу включається загальна сума цільового фінансування.

У додатковій статті „Страхові резерви” страховики наводять суму резерву незароблених премій, резерву збитків або резерву належних виплат, резерву довгострокових зобов'язань та інших страхових резервів. До підсумку балансу включається загальна сума страхових резервів.

У додатковій статті „Інвестиційні контракти” страховики наводять суму за контрактами, які створюють фінансові активи чи фінансові зобов'язання і мають юридичну форму договору страхування, але які не передбачають передачу страховику значного страхового ризику, отже, не відповідають визначенню страхового контракту. Сума за інвестиційними контрактами включається до підсумку балансу.

У додатковій статті „Призовий фонд” підприємства, які провадять діяльність з випуску та проведення лотерей на території України, наводять залишок сформованого призового фонду, що підлягає виплаті переможцям лотереї відповідно до оприлюднених умов її випуску та проведення. Сума призового фонду включається до підсумку балансу.

У додатковій статті „Резерв на виплату джек-поту” підприємства, які провадять діяльність з випуску та проведення лотерей на території України,

## Продовження додатку В

наводять залишок сформованого резерву на виплату джек-поту, не забезпеченого сплатою участі у лотереї. Інформація щодо зазначеної суми включається до підсумку балансу.

У статті „Короткострокові кредити банків” відображається сума поточних зобов'язань підприємства перед банками за отриманими від них кредитами.

У додатковій статті „Векселі видані” відображається сума заборгованості, на яку підприємство видало векселі на забезпечення поставок (робіт, послуг) постачальників, підрядників та інших кредиторів. Сума зазначеної заборгованості включається до підсумку балансу.

У статті „Поточна кредиторська заборгованість за довгостроковими зобов'язаннями” відображається сума довгострокових зобов'язань, яка підлягає погашенню протягом дванадцяти місяців з дати балансу.

У статті „Поточна кредиторська заборгованість за товари, роботи, послуги” відображається сума заборгованості постачальникам і підрядникам за матеріальні цінності, виконані роботи та отримані послуги (крім заборгованості, забезпеченої векселями, якщо вона наводиться в окремій статті).

У статті „Поточна кредиторська заборгованість за розрахунками з бюджетом” відображається заборгованість підприємства за усіма видами платежів до бюджету (включаючи податки з працівників підприємства). У цій статті окремо наводиться поточна кредиторська заборгованість з податку на прибуток.

У статті „Поточна кредиторська заборгованість за розрахунками зі страхування” відображається сума заборгованості за відрахуваннями на загальнообов'язкове державне соціальне страхування, страхування майна підприємства та індивідуальне страхування його працівників.

У статті „Поточна кредиторська заборгованість за розрахунками з оплати праці” відображається заборгованість підприємства з оплати праці, включаючи депоновану заробітну плату.

У додатковій статті „Поточна кредиторська заборгованість за одержаними авансами” відображається сума авансів, одержаних від інших осіб. Сума зазначеної заборгованості включається до підсумку балансу.

У додатковій статті „Поточна кредиторська заборгованість за розрахунками з учасниками” відображається заборгованість підприємства його учасникам (засновникам), пов'язана з розподілом прибутку (дивіденди тощо) і капіталу. Інформація щодо зазначеної заборгованості включається до підсумку балансу.

У додатковій статті „Поточна кредиторська заборгованість із внутрішніх розрахунків” відображається заборгованість підприємства пов'язаним сторонам та кредиторська заборгованість з внутрішніх розрахунків, зокрема між учасниками групи тощо. Інформація щодо зазначеної заборгованості включається до підсумку балансу.

## Закінчення додатку В

У додатковій статті „Поточна кредиторська заборгованість за страховою діяльністю” страховики відображають суму кредиторської заборгованості за страховими виплатами, страховими преміями, отриманими авансами, суму кредиторської заборгованості перед страховими агентами, брокерами та посередниками і премій до сплати перестраховикам, іншу кредиторську заборгованість за страховою діяльністю. Сума зазначеної заборгованості включається до підсумку балансу.

У статті „Поточні забезпечення” наводиться сума забезпечень, які планується використати протягом 12 місяців з дати балансу, для покриття витрат, щодо яких відповідне забезпечення було створено.

У статті „Доходи майбутніх періодів” відображаються доходи, отримані протягом поточного або попередніх звітних періодів, які належать до наступних звітних періодів.

У додатковій статті „Відстрочені комісійні доходи від перестраховиків” страховики наводять неамортизований залишок комісійних винагород, отримуваних від перестраховиків, які були віднесені на майбутні періоди для їх відповідності преміям, переданим у перестраховання. Інформація щодо відстрочених комісійних доходів від перестраховиків включається до підсумку балансу.

У статті „Інші поточні зобов'язання” наводяться суми зобов'язань, для відображення яких за ознаками суттєвості неможна було виділити окрему статтю або які не можуть бути включеними до інших статей, наведених у розділі „Поточні зобов'язання і забезпечення”.

У розділі IV „Зобов'язання, пов'язані з необоротними активами, утримуваними для продажу, та групами вибуття” відображаються зобов'язання, що визначаються відповідно до Положення (стандарту) 27.

У додатковому розділі V „Чиста вартість активів недержавного пенсійного фонду” недержавні пенсійні фонди наводять різницю між вартістю активів пенсійного фонду на звітну дату та сумою зобов'язань пенсійного фонду, що підлягають виконанню на звітну дату. Інформація щодо зазначеної вартості активів включається до підсумку балансу.

**Зведена інформація про поширені на ринку програмні продукти для підтримки прийняття рішень при вирішенні задач безбитковості**

*Таблиця Д.1 – Порівняльна характеристика можливостей прикладних програм для розв'язування задач безбитковості діяльності*

Найменування програмного продукту, рік створення, розробник, орієнтовна ціна	Можливості	Обмеження	Посилання на першоджерело, з якого взято компетентну думку щодо програмного продукту	Засоби програмного продукту для аналізу безбитковості діяльності
Блок „Business Plan PL Analyzer” Professional category від PL Soft (2005 р.); орієнтовна ціна 27900 руб.	Створення бізнес-планів, ТЕО і т.д.	Складність сприйняття. Потрібна додаткова підготовка спеціалістів	<a href="http://soft.infan.ru/get/2374/business-plan-pl-professional-category/?SE">http://soft.infan.ru/get/2374/business-plan-pl-professional-category/?SE</a>	Аналіз точки безбитковості і планування діяльності підприємства для досягнення безбитковості
Project Expert від „Експерт Системс” (2005 р.); орієнтовна ціна 31118 грн.	Повністю незалежний програмний комплекс. Найсучасніша програма для розробки бізнес-планів і аналізу інвестиційних проектів розроблена іноземними програмістами	Дорога ліцензія на програму; потрібно навчання працівників для ефективної роботи з програмою	<a href="http://www.expert-systems.com/financial">http://www.expert-systems.com/financial</a>	Аналіз безбитковості графічним методом. Визначення точки безбитковості в натуральних одиницях
Prime Expert (2006 р.); орієнтовна ціна 50 \$	Здійснює сценарний і статистичний аналіз та аналіз формування собівартості продукції, прогнозує і аналізує витрати	Некоректна робота з ОС Windows 7	<a href="http://www.expert-systems.com/">http://www.expert-systems.com/</a>	Стратегічне планування обсягів виробництва на основі аналізу формування собівартості
„ТЭО-Инвест” (2005 р.) Розробник - Інститут проблем управління РАН; орієнтовна ціна 38000 руб.	Формування прогнозової фінансової звітності, показників ефективності інвестицій	Користувач повинен володіти аналітичними методиками і навичками роботи з MS Excel, необхідно додатково формувати підсумкові звіти і документи за результатами аналізу	<a href="http://www.cfin.ru/software/invest/teo.shtml">http://www.cfin.ru/software/invest/teo.shtml</a>	Стратегічне планування і фінансове моделювання майбутніх обсягів виробництва
„Альт-Инвест” (2008 р.) <a href="http://www.alt-invest.ru/software">http://www.alt-invest.ru/software</a> Ціна у зв'язку з умовами ліцензування оприлюднюється лише за запитом	Формування прогнозової фінансової звітності, показників ефективності інвестицій. Гнучкість та зручність для аналітика		<a href="http://anechka-project.narod.ru/prikladnoe_programmnoe_obe_spechenie.htm">http://anechka-project.narod.ru/prikladnoe_programmnoe_obe_spechenie.htm</a>	

Продовження табл. Д.1

Найменування програмного продукту, рік створення, розробник, орієнтовна ціна	Можливості	Обмеження	Посилання на першоджерело, з якого взято компетентну думку щодо програмного продукту	Засоби програмного продукту для аналізу беззбитковості діяльності
Фінансовий аналіз: ПРОФ (2007 р., ТОВ „Константа”); орієнтовна ціна від 5000 руб.	Поглиблений аналіз точки беззбитковості	Некоректно працює на ОС Windows 7	<a href="http://www.finanalisis.ru">http://www.finanalisis.ru</a>	Багато профільний аналіз точки беззбиткової діяльності
„Agro Ekonom4ik” (модуль „BEP» (Break-Even Point)), 2008 р., розробник - Кондратюк Д. М., програма поширюється безкоштовно	Дозволяє здійснити розрахунок точок беззбитковості як за кількістю продукту, так і за витратами, розрахувати величину операційного важеля, запасу гнучкості	Програма працює лише на ОС Windows XP	<a href="http://www.iaek.com/index/bep_break_even_">http://www.iaek.com/index/bep_break_even_</a>	Аналіз точки беззбитковості діяльності, розрахунок планових обсягів виробництва і продажів
Financial Management System 0.3.0 від ТОВ „Системы Автоматизации Управления” (2009 р.); орієнтовна ціна 7500 руб., існує безкоштовна функціональна версія	Об’єднує в одне ціле види господарської діяльності, договори фірми, касу, будь-які елементи структури компанії	Некоректно працює на ОС Windows 7	<a href="http://www.finanalisis.ru/">http://www.finanalisis.ru/</a>	Багатофакторний аналіз точки беззбиткової діяльності
„Парус-Підприємство-8” модуль „Управління логістикою” від корпорації „Парус” (2009 р.); орієнтовна ціна від 1500 грн.	Поєднано потужні можливості з автоматизації бухгалтерського, податкового та складського обліку, завдань логістики й управління реалізацією товарів і послуг	Рекомендована для застосування тільки на великих підприємствах	<a href="http://www.parus.com.ua/">http://www.parus.com.ua/</a>	Визначення точки беззбиткової діяльності, планування обсягів продажів для досягнення беззбиткової діяльності
Финансовый анализ AFD-Expert Додаток „Розрахунок точки беззбитковості” (2009 р.); орієнтовна ціна 1190 руб.	Відсутні зайві функції. Додаток до програми працює лише за одним профілем - здійснює пошук точки беззбитковості	–	<a href="http://afd-expert.ru/2012/12/1073/">http://afd-expert.ru/2012/12/1073/</a>	Аналіз беззбитковості діяльності
1С: Предприятие Конфигурация „1С: Управление Торговлей 8” (2010 р.); розробник - компанія „1С”, орієнтовна ціна 1080-7200 грн., існує безкоштовна демоверсія	Дозволяє вирішити такі завдання як планування продажів, планування закупівель, автоматизація управління відносинами з клієнтами, управління продажами і складськими запасами	Програма є комплексною, через що ліцензія на неї коштує достатньо дорого, а демоверсія не є функціональною і не дозволяє провести	<a href="http://v8.1c.ru/trade/">http://v8.1c.ru/trade/</a>	Планування обсягів продажів для досягнення беззбиткової діяльності

## ДОДАТКИ

Закінчення табл. Д.1

Найменування програмного продукту, рік створення, розробник, орієнтовна ціна	Можливості	Обмеження	Посилання на першоджерело, з якого взято компетентну думку щодо програмного продукту	Засоби програмного продукту для аналізу безбитковості діяльності
		повноцінний розрахунок		
Open Plan (2010 р.) Розробник - Welcom Software, США <a href="http://www.welcom.com">http://www.welcom.com</a> Орієнтовна ціна від 20 \$	Мережеве планування. Розрахунок пікового навантаження на виробництво. Аналіз ризиків та імовірності успіху	Складний інтерфейс орієнтований на досвідчених користувачів	<a href="http://www.pmi.ru/infosystem/open_plan.php">http://www.pmi.ru/infosystem/open_plan.php</a>	Стратегічне планування обсягів діяльності на основі аналізу формування собівартості

*Навчальне видання*

Ющенко Надія Леонідівна

**ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ  
МОДЕЛІ В УПРАВЛІННІ ТА  
ЕКОНОМІЦІ  
НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК**

Підписано до друку 15.09.2016 р.

Формат 60x84/16. Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman

Ум. друк. арк. 16,2. Наклад 300 пр. Замовлення № 336/16

---

Редакційно-видавничий відділ Чернігівського національного технологічного університету

14027, Україна, м. Чернігів, вул. Шевченка, 95

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи  
до Державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів  
видавничої продукції серія ДК № 4802 від 01.12.2014 р.