Міністерство освіти і науки України
Національний університет «Чернігівська політехніка»
Навчально-науковий інститут механічної інженерії,
технологій та транспорту

ГЕОМЕТРІЯ

ЗБІРНИК ЗАДАЧ ДЛЯ СЛУХАЧІВ ПІДГОТОВЧИХ КУРСІВ

Затверджено
на засіданні кафедри
«Автомобільний
транспорт та галузеве
машинобудування»
Протокол № 13
від 14.06.2021 р

Чернігів НУ «Чернігівська політехніка» 2021

Геометрія. Збірник задач для слухачів підготовчих курсів. Укл.: Мурашковська В.П., Руновська Л.А. Чернігів: НУ «Чернігівська політехніка», 2021. – 106с.

Укладачі:
Мурашковська Вірв Петрівна, ст. викл.
Руновська Людмила Анатоліївна, ст. викл.

Відповідальний за випуск: Кальченко Віталій Іванович, завідувач кафедри автомобільного транспорту та галузевого машинобудування, професор, доктор технічних наук

Рецензент: Венжега Володимир Іванович – доцент, кандидат технічних наук кафедри автомобільного транспорту та галузевого машинобудування

Зміст

Теоретична частина 4
ПЛАНІМЕТРІЯ 4
СТЕРЕОМЕТРІЯ 7
ВЕКТОРИ 8
Практична частина 10
ПЛАНІМЕТРІЯ 10
СТЕРЕОМЕТРІЯ 33
Тестові завдання 47
ПЛАНІМЕТРІЯ 47
Трикутник 47
Коло 53
Прямі і кути 56
Чотирикутники 57
СТЕРЕОМЕТРІЯ 59
Пряма і площина 59
Многокутники 61
Сферичні і циліндричні тіла 66
Рівняння ліній. Вектори 69
Тренувальні тести 79
Тест № 1 79
Тест № 2 86
Тест № 3 93
ВІДПОВІДІ 100
ЛІТЕРАТУРА 106

Теоретична частина

ПЛАНІМЕТРІЯ

Прямокутний трикутник

Теорема Піфагора: $a^2 + b^2 = c^2;$

$\alpha + \beta = 90^0;$

$a = c \cdot \sin\alpha = c \cdot \cos\beta = b \cdot tg\alpha = b \cdot ctg\beta;$

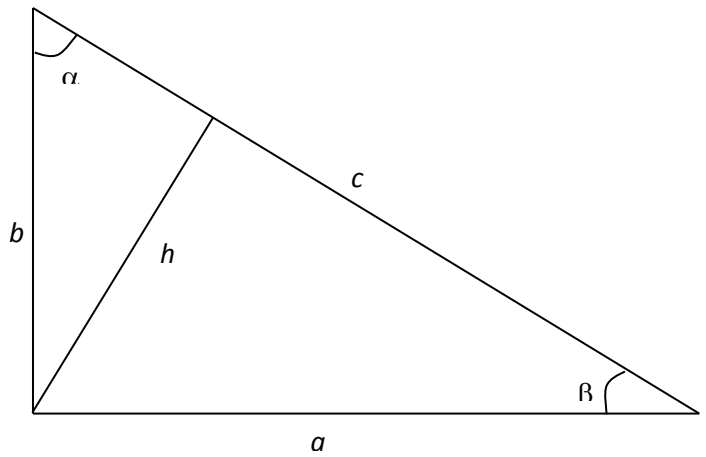
$b = c \cdot \sin\beta = c \cdot \cos\alpha = a \cdot tg\beta = a \cdot ctg\alpha;$

$$c = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{a}{\cos\beta} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{b}{\cos\alpha};$$

$$\sin\alpha = \frac{a}{c}; \quad \sin\beta = \frac{b}{c}; \quad \cos\alpha = \frac{b}{c}; \quad \cos\beta = \frac{a}{c};$$

$$tg\alpha = \frac{a}{b}; \quad tg\beta = \frac{b}{a}; \quad ctg\alpha = \frac{b}{a}; \quad ctg\beta = \frac{a}{b};$$

Площа трикутника: $S = \frac{1}{2}a \cdot b = \frac{1}{2}c \cdot h_c;$



Довільний трикутник

Теорема косинусів: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\gamma$; $a^2 = c^2 + b^2 - 2cb\cos\alpha$;

$b^2 = c^2 + a^2 - 2ca\cos\beta$;

Теорема синусів: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$;

$\alpha + \beta + \gamma = 180^0$;

Площа трикутника: $S = \frac{1}{2}a \cdot b \cdot \sin\gamma = \frac{1}{2}b \cdot c \cdot \sin\alpha = \frac{1}{2}c \cdot a \cdot \sin\beta$;

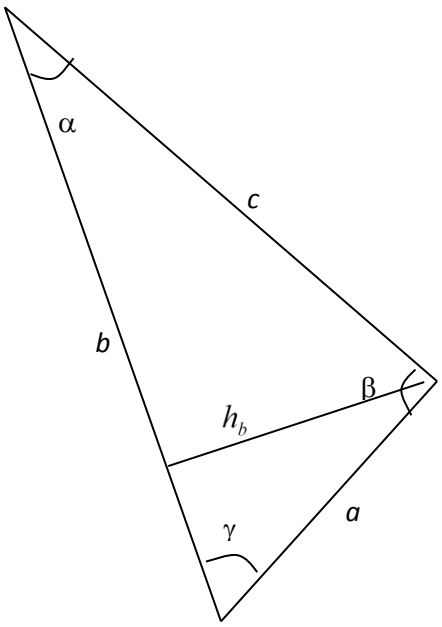
$S = \frac{1}{2}a \cdot h_a = \frac{1}{2}b \cdot h_b = \frac{1}{2}c \cdot h_c$;

Формула Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$,

де $p = \frac{a+b+c}{2}$ – *напівпериметр.*

Зв'язок площі трикутника з радіусами вписаного і описаного кола:

$S = r \cdot p = \frac{abc}{4R}$;



Чотирикутники

Площа трапеції: $S = \frac{a+b}{2}h$ *Тут* a, b *– довжини основ*; h *– висота*.

Площа паралелограма: $S = a \cdot b \cdot \sin\gamma.$

Тут a, b *– сторони*, γ *– кут між ними*.

Площа ромба: $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2.$

Тут d_1, d_2 *– діагоналі ромба*.

Площа довільного чотирикуника: $S = \frac{1}{2} d_1 \cdot d_2 \cdot \sin\gamma.$

Тут d_1, d_2 *– діагоналі чотирикутника*, γ *– кут між ними*.

Правильні многокутники

Кут правильного многокутника: $\alpha_n = \frac{n-2}{n} 180°.$

Теорема: Навколо будь-якого правильного многокутника можна описати коло, і причому тільки одне.

Теорема: В будь-який правильний многокутник можна вписати коло, і причому тільки одне.

Площа правильного n-кутника: $S = \frac{1}{2} P \cdot r.$

Тут P - периметр многокутника, а r - радіус вписаного кола.

Сторона правильного многокутника дорівнює: $a_n = 2R \sin\frac{180°}{n}.$

Радіуси вписаного і описаного кіл пов'язані співвідношенням:

$$r = R \cos\frac{180°}{n}.$$

Коло і круг

Площа кола: $S = \pi \cdot R^2$.

Довжина кола: $L = 2 \cdot \pi \cdot R$.

Довжина дуги кола з кутом α : $l = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$.

Площа сектора з кутом α : $S = \frac{\pi R^2}{360} \cdot \alpha$.

СТЕРЕОМЕТРІЯ

Куб :

Об ‘єм куба зі стороною a: $V = a^3$.

Площа повної поверхні куба: $S = 6a^2$.

Призма:

Об ‘єм призми (або паралелепіпеда): $V = S \cdot h$.

Піраміда :

Об ‘єм піраміди: $V = \frac{1}{3} S \cdot h$.

Циліндр:

Об ‘єм циліндра: $V = S \cdot h = \pi \cdot R^2 \cdot h$;

Площа бічної поверхні циліндра: $S_б = 2\pi \cdot R \cdot h$;

Площа повної поверхні циліндра:. $S = 2\pi \cdot R \cdot (R + h)$.

Конус :

Об ‘єм конуса: $V = \frac{1}{3} S \cdot h = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot h$;

Площа бічної поверхні конуса: $S_б = \pi \cdot R \cdot L$;

Площа повної поверхні конуса: $S = \pi \cdot R \cdot (R + L)$.

Тут R *– радіус основи,* h *– висота,* L *– твірна*.

Сфера і куля:

Площа сфери: $S = 4\pi R^2$.

Об ‘єм кулі: $V = \frac{4}{3}\pi R^3$.

ВЕКТОРИ

Визначення: Відрізок, для якого зазначено, яка з його граничних точок вважається початком, а яка - кінцем, називається спрямованим відрізком або вектором.

Ненульові вектори називаються колінеарними, якщо вони лежать або на одній прямій, або на паралельних прямих; нульовий вектор вважається колінеарним будь якому вектору.

Два ненульових колінеарних вектора називаються співнапрямленими, якщо вони спрямовані в одну сторону.

Два ненульових колінеарних вектора називаються протилежно напрямленими, якщо вони напрямлені в різні боки.

Вектори називаються рівними, якщо вони співнапрямлені і їх довжини рівні.

Властивості: Для будь-яких векторів $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ і будь-яких чисел k, l, справедливі рівності:

1. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$;
2. $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$;
3. $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$;
4. $\vec{a} - \vec{b} = \vec{a} + (-\vec{b})$;
5. $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$;
6. $(k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$;
7. $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$.

Лема: Якщо вектори $\vec{a}$ і $\vec{b}$ колінеарні і $\vec{a} \neq \vec{0}$, то існує таке число k, що $\vec{b} = k\vec{a}$.

Координати вектора, з початком у точці $A(x_1; y_1)$ і кінцем у точці $B(x_2; y_2)$, рівні різницям координат кінця і початку, тобто $\vec{a} = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$.

Координати середини відрізка АВ, з кінцями у точках $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$, дорівнюють

$$x = \frac{x_1 + x_2}{2}, \quad y = \frac{y_1 + y_2}{2} \ .$$

Довжина вектора $\vec{a}(x; y)$ обчислюється за формулою $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Відстань між точками $A(x_1; y_1)$ і $B(x_2; y_2)$ виражається формулою

$$d = |AB| = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2} \ .$$

Рівняння кола з центром в початку координат і радіусом r має вигляд:

$$x^2 + y^2 = r^2 \ .$$

Рівняння кола з центром в точці $C(x_0; y_0)$ і радіусом r має вигляд:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2 .$$

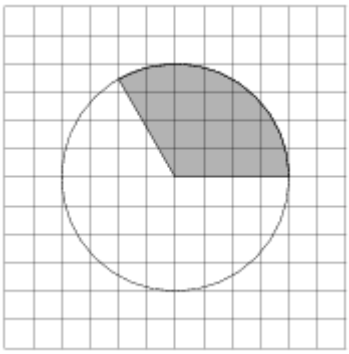
Загальне рівняння прямої має вигляд:

$$ax + by + c = 0 .$$

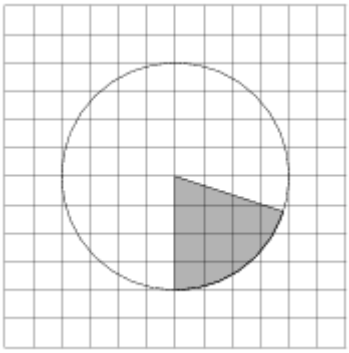
Практична частина

ПЛАНІМЕТРІЯ

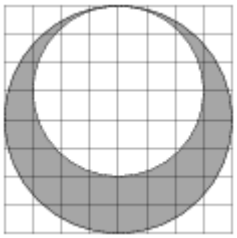
1. На папері в клітинку зображено коло. Яка площа круга, якщо площа заштрихованого сектора дорівнює 26?



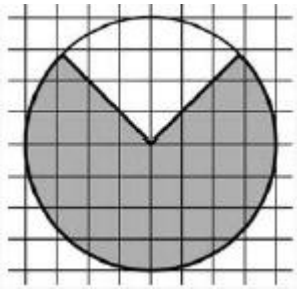
2. На папері в клітинку намальований круг площею 50. Знайдіть площу заштрихованого сектора.



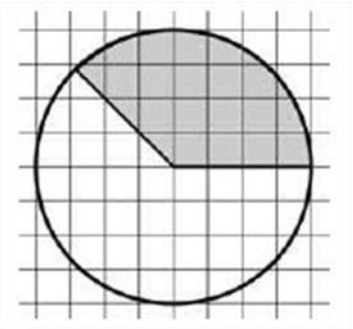
3. На папері в клітинку намальовано два круга. Площа внутрішнього круга дорівнює 9. Знайдіть площу заштрихованої фігури.



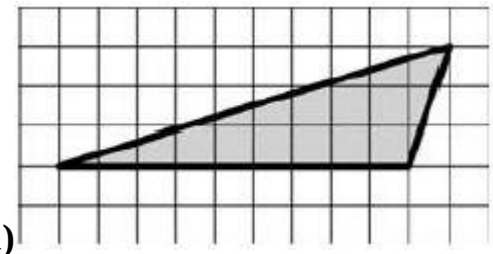
4. На папері в клітинку намальований круг, площа якого дорівнює 16. Знайдіть площу зафарбованої фігури.

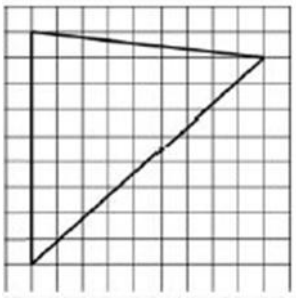


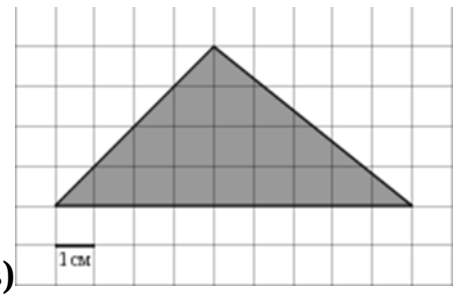
5. На папері в клітинку намальований круг, площа якого дорівнює 12. Знайдіть площу зафарбованої фігури.

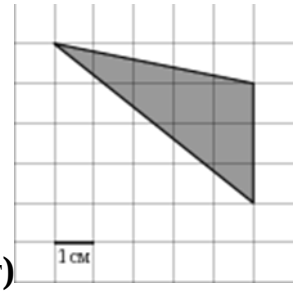


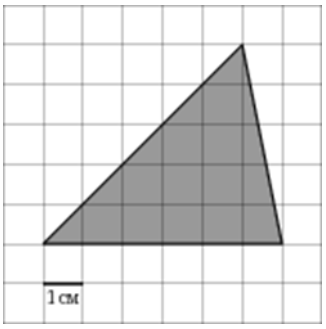
6. Знайдіть площу трикутника, який зображено на папері в клітинку розміром 1 см * 1 см. Відповідь дайте в квадратних сантиметрах.

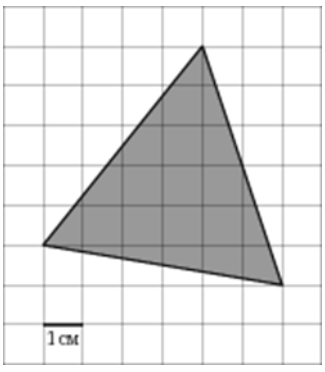
а) 

б) 

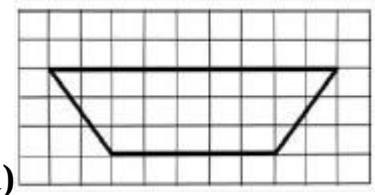
в) 

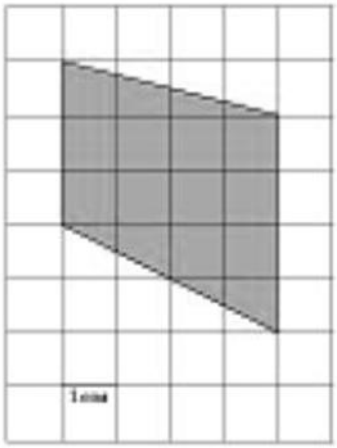
г) 

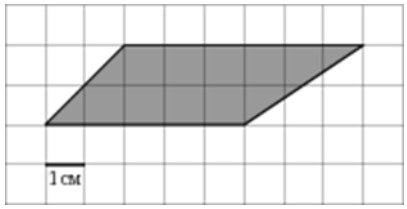
д) 

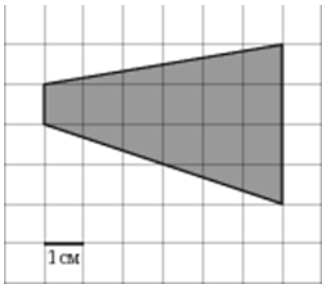
є) 

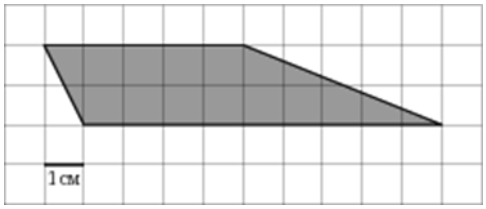
7. Знайдіть площу трапеції, яка зображена на папері в клітинку розміром 1 см * 1 см. Відповідь дайте в квадратних сантиметрах.

а) 

б) 

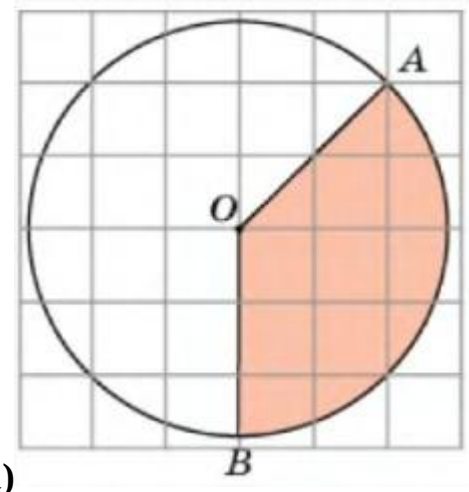
в) 

г) 

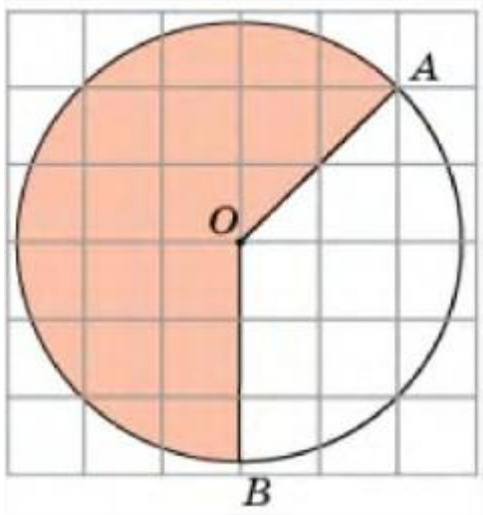
д) 

8. Знайдіть площу S сектора, якщо сторона квадратної клітинки дорівнює 1. У відповіді запишіть $\frac{S}{\pi}$.

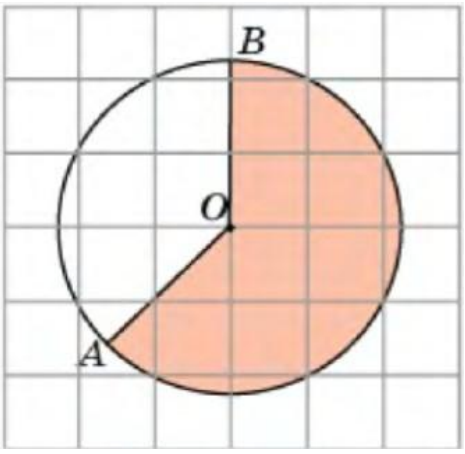
а)



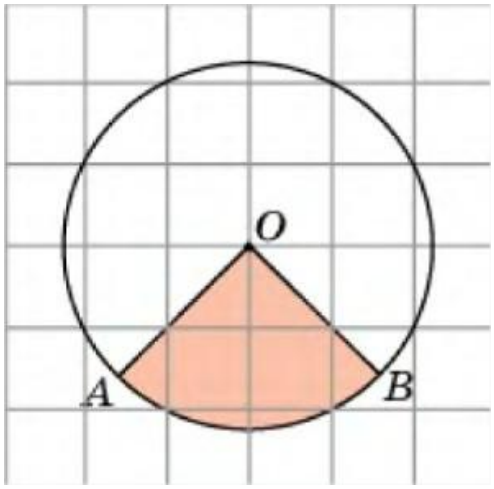
б)



в)

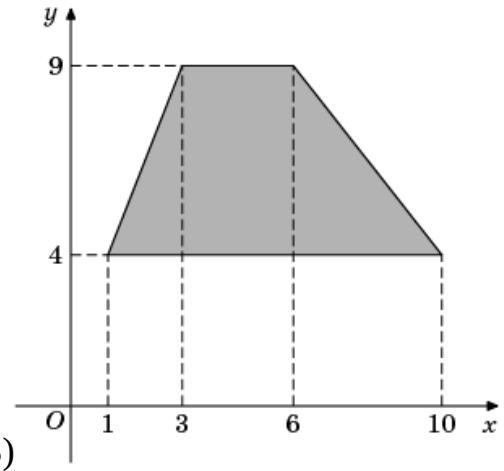


г)

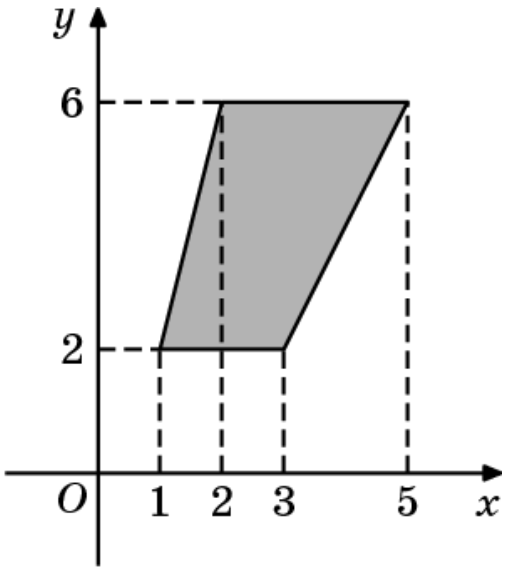


9. Знайдіть площу фігури, яка зображена на рисунку.

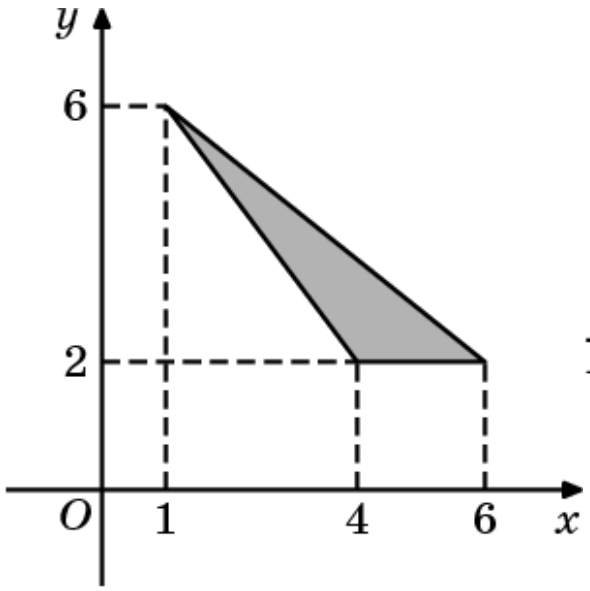
1)



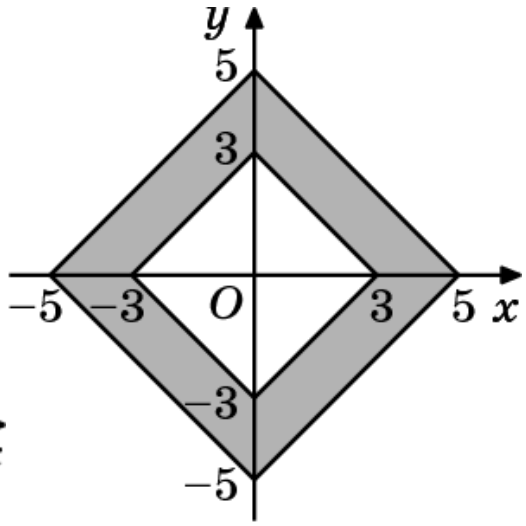
2)



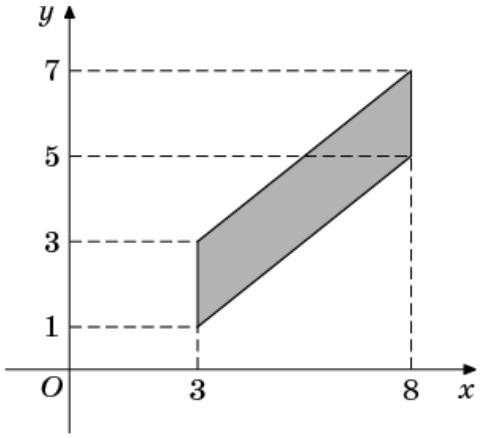
3)



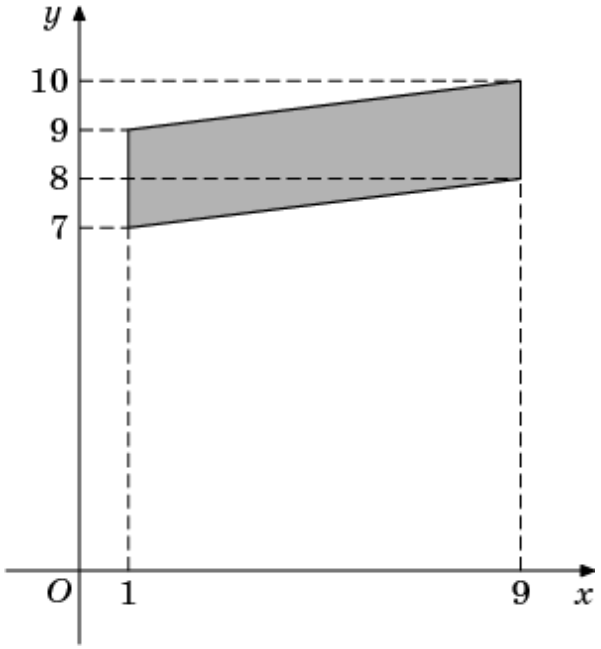
4)



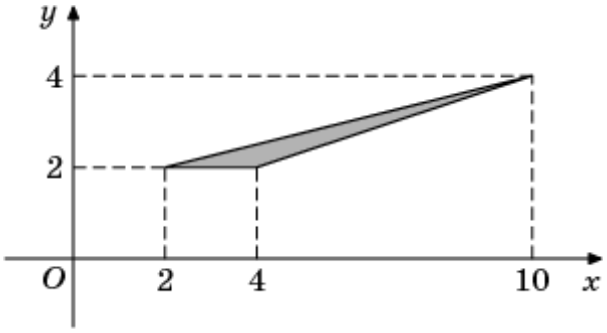
5)



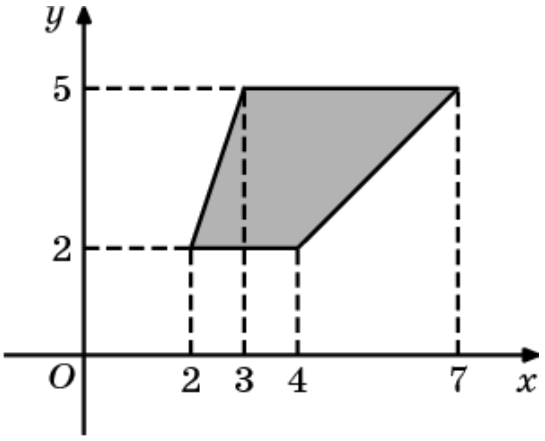
6)



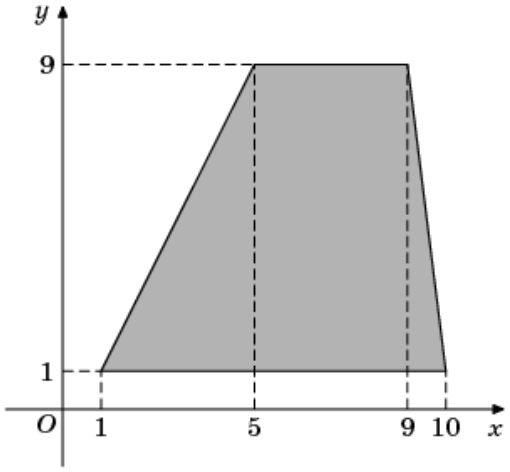
7)



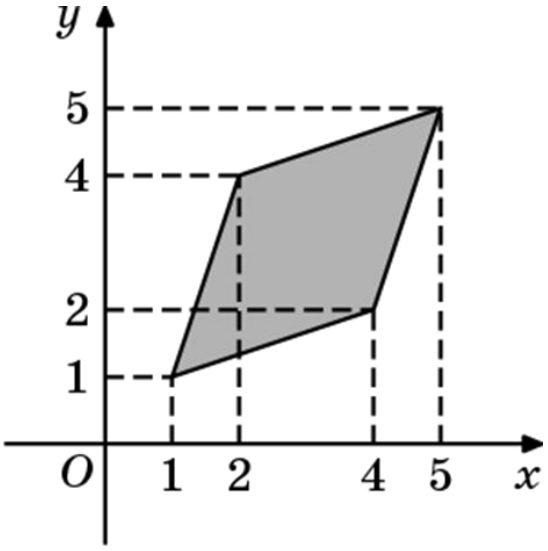
8)



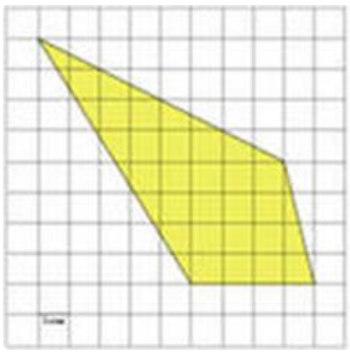
9)



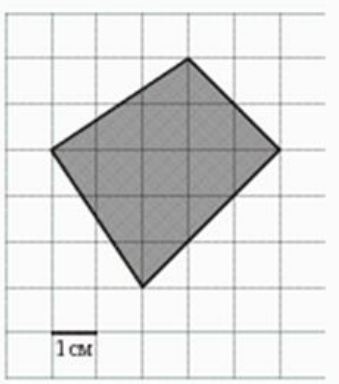
10)



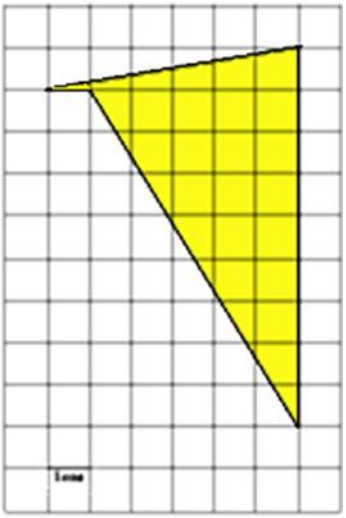
11)



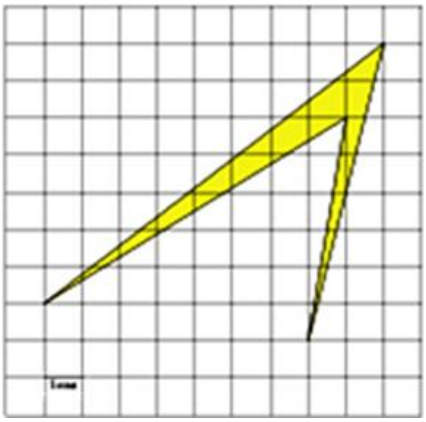
12)



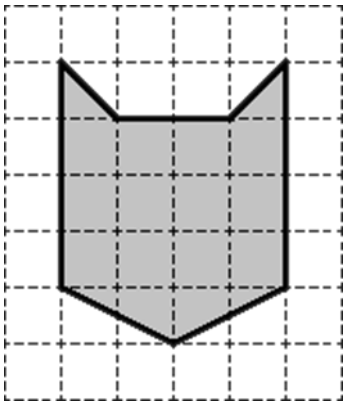
13)



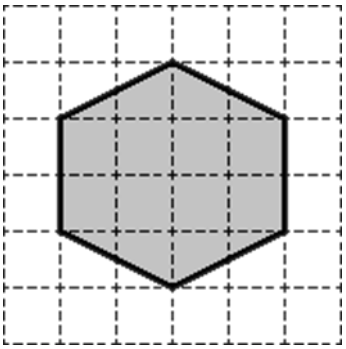
14)



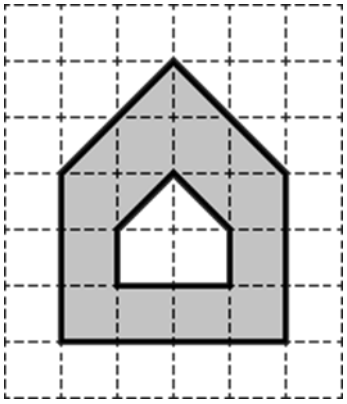
15)



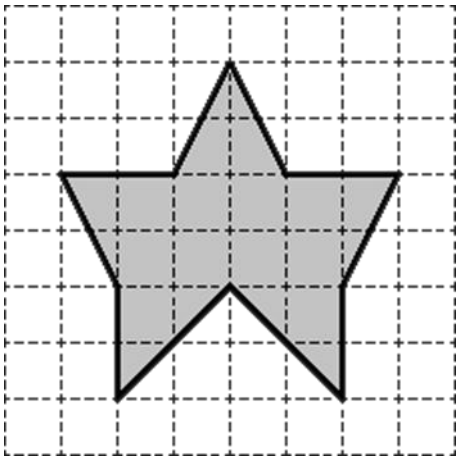
16)



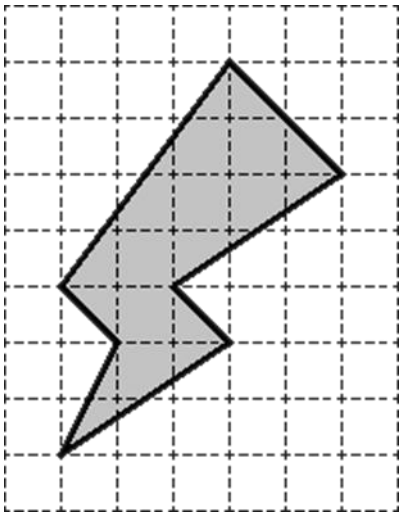
17)



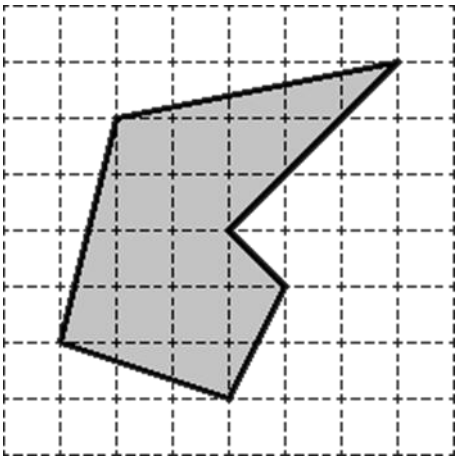
18)



19)



20)



10. Площа круга дорівнює $\frac{600,25}{\pi}$. Знайдіть довжину його кола.

11. Площа круга дорівнює $\frac{1}{\pi}$. Знайдіть довжину його кола.

12. Знайдіть площу сектора круга радіуса 35, довжина дуги якої дорівнює 2.

13. Якого радіуса повинно бути коло з центром в точці P(-12, -6), щоб воно дотикалось осі абсцис?

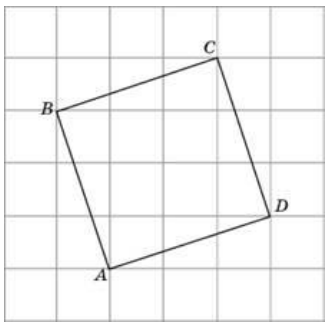
14. У ромбі ABCD кут ACD дорівнює 43°. Знайдіть кут ABC. Відповідь дайте в градусах.

15. У ромбі ABCD кут ABC дорівнює 122°. Знайдіть кут ACD. Відповідь дайте в градусах.

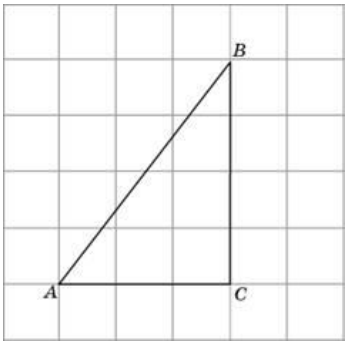
16. Знайдіть центральний кут AOB, якщо він на 15° більше вписаного кута ACB, який опирається на ту ж саму дугу. Відповідь дайте в градусах.

17. Основи рівнобедреної трапеції дорівнюють 6 і 12. Синус гострого кута трапеції дорівнює 0,8. Знайти бічну сторону.

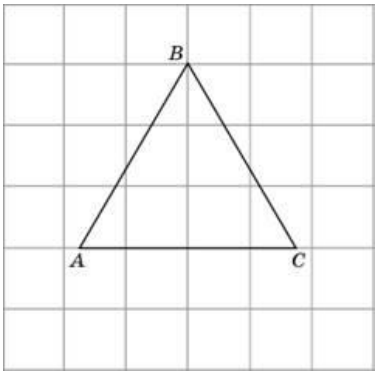
18. Знайдіть радіус r кола, яке вписане в чотирикутник *ABCD*, де сторона квадратної клітинки дорівнює1.У відповіді вкажіть $r\sqrt{10}$.



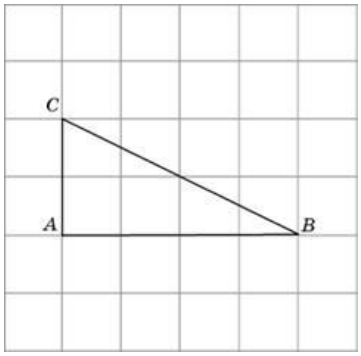
19. Знайдіть радіус r кола, яке вписане в трикутник ABC, де сторона квадратної клітинки дорівнює1.



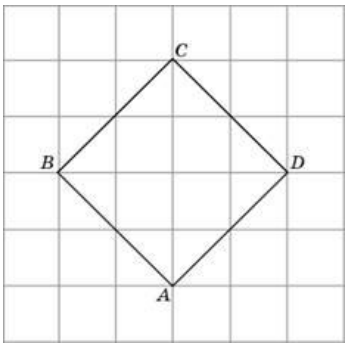
20. Знайдіть радіус r кола, яке описане навколо правильного трикутника ABC, де сторона квадратної клітинки дорівнює1.



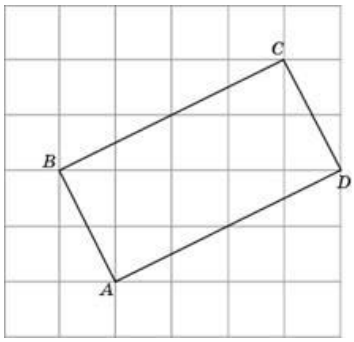
21. Знайдіть радіус R кола, яке описане навколо трикутника ABC, де сторона квадратної клітинки дорівнює1. У відповіді вкажіть $R\sqrt{5}$.



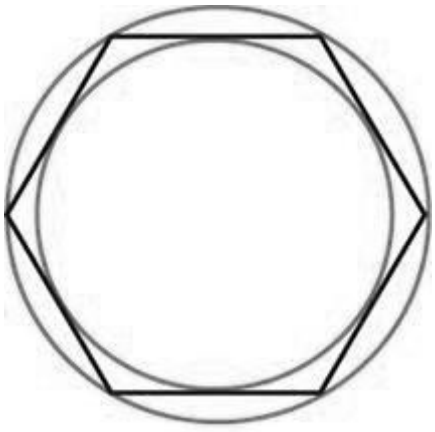
22. Знайдіть радіус кола, яке вписане в квадрат $ABCD$, де сторона квадратної клітинки дорівнює $\sqrt{2}$.



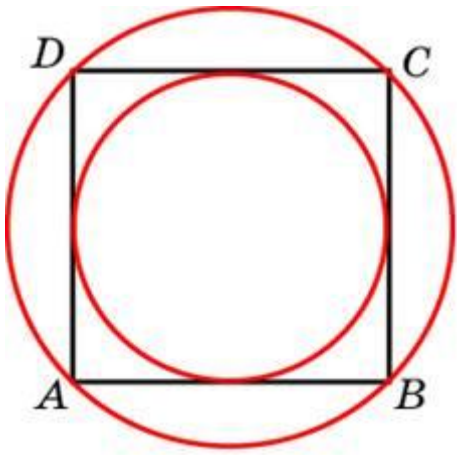
23. Знайдіть радіус кола, яке описане навколо прямокутника $ABCD$, де сторона квадратної клітинки дорівнює1.



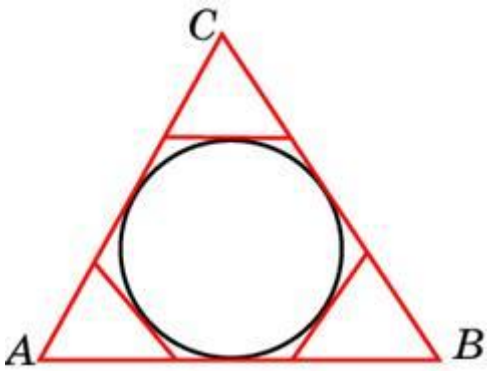
24. Навколо кола, радіус якого дорівнює $\frac{\sqrt{3}}{2}$ описано правильний шестикутник. Знайти радіус кола, яке описане навколо цього шестикутника.



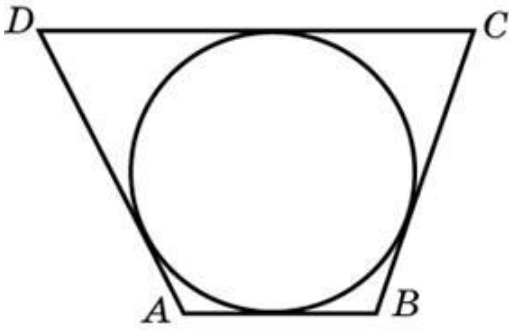
25. Навколо кола, радіус якого дорівнює $\sqrt{8}$ описано квадрат. Знайти радіус кола, яке описане навколо цього квадрата.



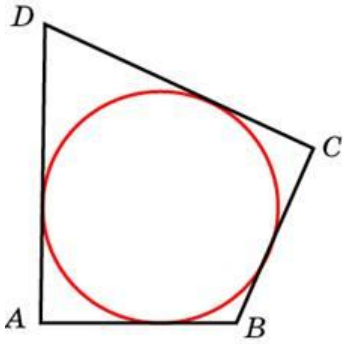
26. До кола, яке вписане в трикутник *ABC*, проведені три дотичні. Периметри відсічених трикутників дорівнюють 6, 8, 10. Знайдіть периметр даного трикутника.



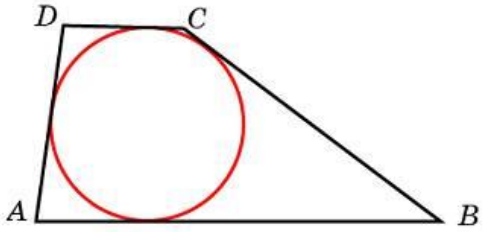
27. Три сторони описаного навколо кола чотирикутника відносяться (в послідовному порядку) як 1:2:3. Знайдіть найбільшу сторону цього чотирикутника,якщо відомо, що його периметр дорівнює 32.



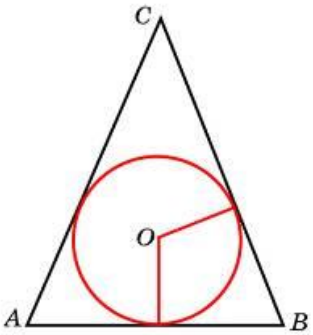
28. В чотирикутник *ABCD* вписане коло, AB=10, BC=11 і CD=15. Знайдіть четверту сторону чоторикутника.



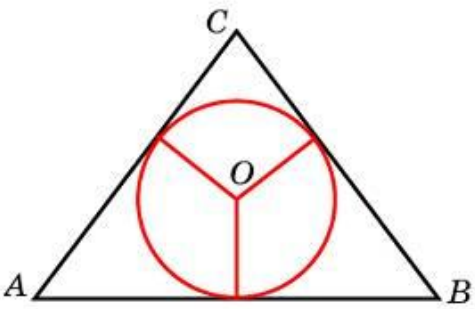
29. Бічні сторони трапеції, яка описана навколо кола, дорівнюють 3 і 5. Знайдіть середню лінію трапеції.



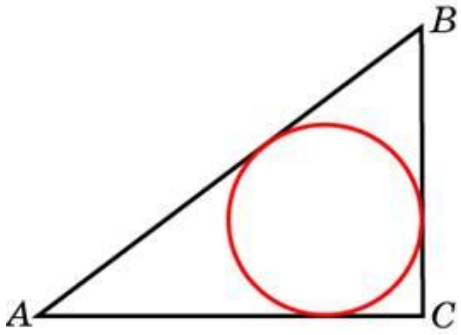
30. Коло, яке вписане в рівнобедрений трикутник, ділить в точці дотику одну із бічних сторін на два відрізка, довжини яких дорівнюють 5 і 3, рахуючи від вершини, яка противолежна основі. Знайдіть периметр трикутника.



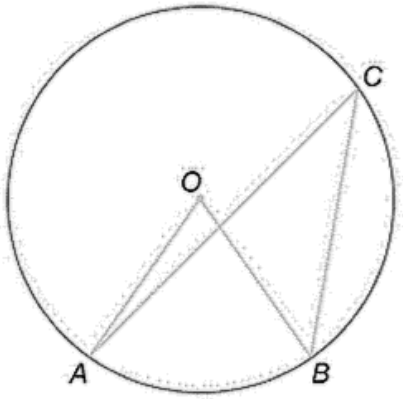
31. Бічні сторони рівнобедреного трикутника дорівнюють 5, основа дорівнює 6. Знайдіть радіус вписаного кола.



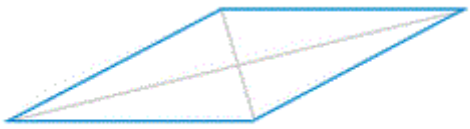
32. В трикутнику ABC AC=4, BC=3, кут C дорівнює 90°. Знайдіть радіус вписаного кола.



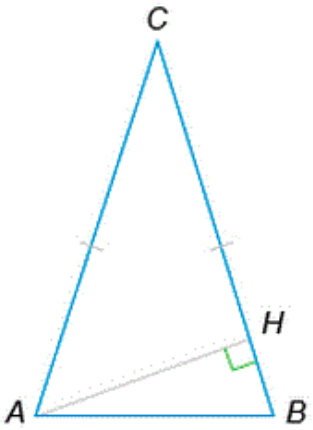
33. Центральний кут на 36° більше гострого вписаного кута, який опирається на ту же дугу кола. Знайдіть вписаний кут. Відповідь дайте в градусах.



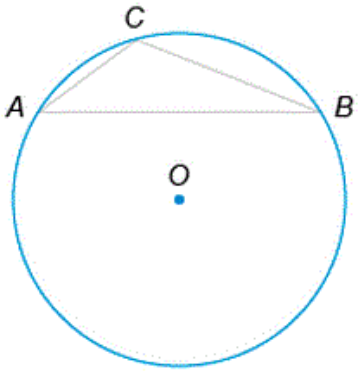
34. Діагоналі ромба дорівнюють 16 і 30. Знайдіть довжину сторони ромба.



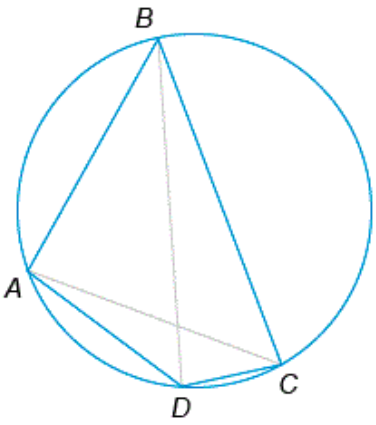
35. В рівнобедреному трикутнику ABC кут при вершині C дорівнює 30°, а бічні сторони AC=BC=72. Знайдіть висоту AH.



36. Хорда AB ділить коло на дві частини, градусні величини яких відносяться як 13 до 59. Під яким кутом видно цю хорду із точки C, якщо вона належить меншій дузі кола? Відповідь дайте в градусах.



37. Навколо чотирикутника ABCD можна описати коло. Знайдіть кут CAD, якщо $\angle ABC = 50°$, $\angle ABD = 33°$. Відповідь дайте в градусах.



38. Бісектриса кута A паралелограма ABCD перетинає сторону BC в точці K. Знайти периметр паралелограма, якщо BK=7,CK=8.

39. Кінці відрізка AB лежать по різні сторони від прямої l. Відстань від точки A до прямої l дорівнює 7 , а відстань від точки B до прямої l дорівнює 13. Знайти відстань від середини відрізка AB до прямої l.

40. Відрізок AB є хордою кола з центром O. Знайти кут між прямою AB і дотичною до цього кола , яка проходить через точку A , якщо кут AOB дорівнює 56°. Відповідь дайте в градусах.

41. Знайти число сторін правильного многокутника , кожний із кутів якого дорівнює 140°.

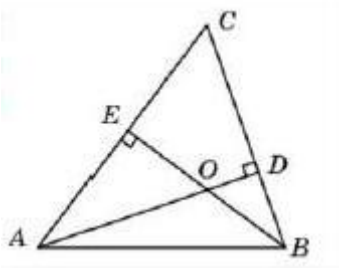
42. Відстань від точки перетину діагоналей ромба до однієї із його сторін дорівнює 11 , а одна із діагоналей ромба дорівнює 44. Знайдіть величину тупого кута ромба. Відповідь дайте в градусах.

43. Діагоналі трапеції ABCD з основами AB і CD перетинаються в точці M. Знайти MC , якщо AB=11 , DC=33 , AC=28.

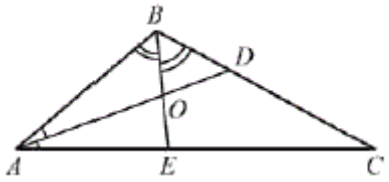
44. В прямокутному трикутнику висота , яка проведена до гіпотенузи, ділить прямий кут на два кута , один із яких дорівнює 56°. Знайти менший кут даного трикутника. Відповідь дайте в градусах.

45. Коло , яке вписано в трикутник ABC , дотикається сторін AB, BC і AC в точках M, K і P відповідно. Знайти периметр трикутника ABC , якщо AP=5 , BM=6 , CK=7.

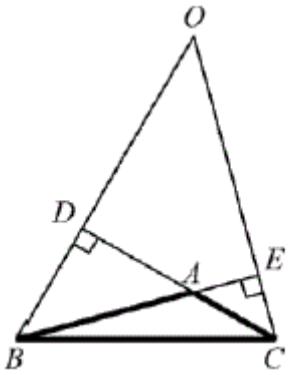
46. В трикутнику ABC кут A дорівнює 41° , кут B дорівнює 74° , висоти AD і BE перетинаються в точці O. Знайти кут AOB. Відповідь дайте в градусах.



47. В трикутнику ABC кут C дорівнює 28° , AD і BE – бісектриси, які перетинаються в точці O. Знайти кут AOB. Відповідь дайте в градусах.

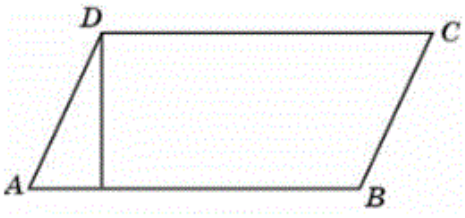


48. В трикутнику ABC кут A дорівнює 135°. Продовження висот BD і CE перетинаються в точці O. Знайти кут DOE. Відповідь дайте в градусах.



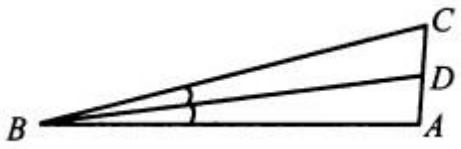
49. В паралелограмі ABCD $\sin A = 0{,}8$. Знайти $\cos B$.

50. В паралелограмі ABCD висота, яка опущена на сторону AB із точки D, дорівнює 3, AD=4. Знайти синус кута B.



51. Основи рівнобедреної трапеції дорівнюють 12 і 26. Бічні сторони дорівнюють 25. Знайти синус гострого кута трапеції.

52. В трикутнику ABC BD – бісектриса. Кут A дорівнює 94°, кут ABD дорівнює 7°. Знайдіть градусну міру кута C.



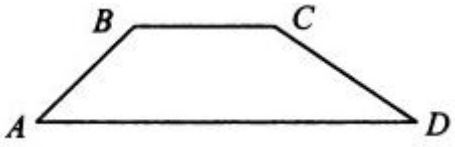
53. В трикутнику ABC кут C дорівнює 90°, CH – висота, AB=18, $\sin\angle A=\frac{1}{3}$. Знайдіть BH.

54. В трикутнику ABC кут C дорівнює 90°, AB=$\sqrt{153}$, BC=12. Знайти котангенс зовнішнього кута при вершині A.

55. В трикутнику ABC кут C дорівнює 90°, AB=10, BC=$\sqrt{19}$. Знайти синус зовнішнього кута при вершині B.

56. В трикутнику ABC кут C дорівнює 90°, AB=10, AC=8. Знайти тангенс зовнішнього кута при вершині A.

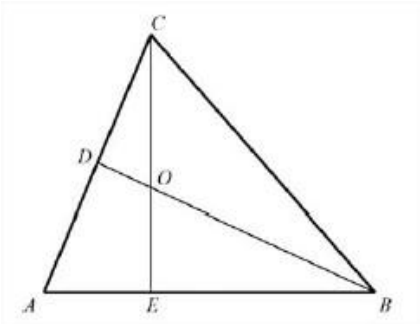
57. В трапеції ABCD $\sin\angle A=\frac{\sqrt{21}}{5}$. Знайти косинус кута B.



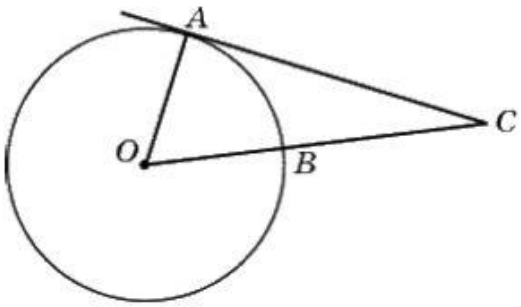
58. В трикутнику ABC AC=BC=16, $\sin\angle B=\frac{3\sqrt{23}}{16}$. Знайти AB.

59. В трикутнику ABC AD – бісектриса. Кут C дорівнює 108°, кут CAD дорівнює 1°. Знайдіть кут B. Відповідь дайте в градусах.

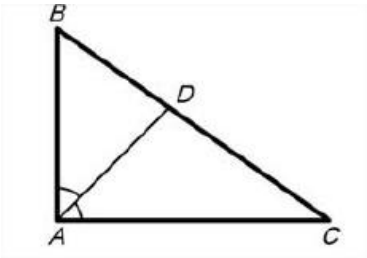
60. В трикутнику ABC кут A дорівнює 69°, а кути B і C гострі. BD і CE – висоти, які перетинаються в точці O. Знайти кут DOE. Відповідь дайте в градусах.



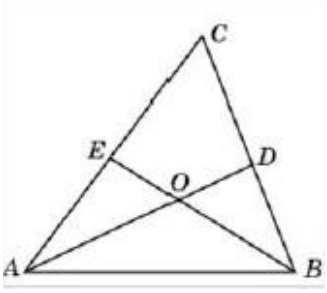
61. Кут ACO дорівнює 47° , де O — центр кола. Його сторона CA дотикається кола. Знайти величину меншої дуги AB кола, що знаходиться в середині цього кута. Відповідь дайте в градусах.



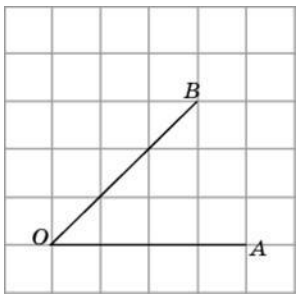
62. В трикутнику ABC AD — бісектриса, кут C дорівнює 35°, кут CAD дорівюєн 45°. Знайти кут B. Відповідь дайте в градусах.



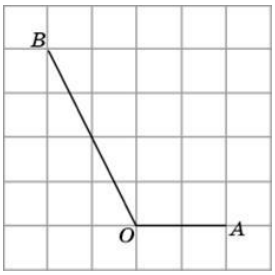
63. В трикутнику ABC кут C дорівнює 74°, AD і BE – бісектриси, які перетинаються в точці O. Знайти кут AOB. Відповідь дайте в градусах.



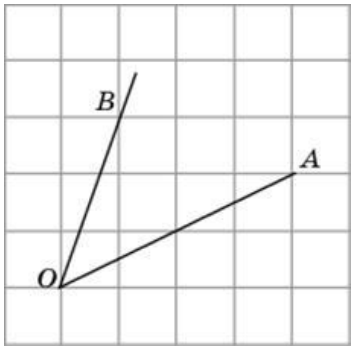
64. Знайти синус кута *AOB*. У відповіді вкажіть значення синуса, яке помножене на $2\sqrt{2}$.



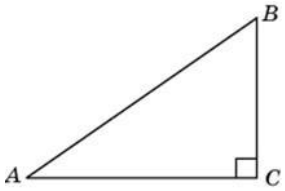
65. Знайти тангенс кута *AOB*.



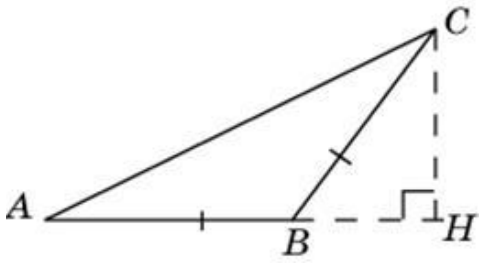
66. Знайти косинус кута *AOB*. У відповіді вкажіть значення косинуса, яке помножене на $2\sqrt{2}$.



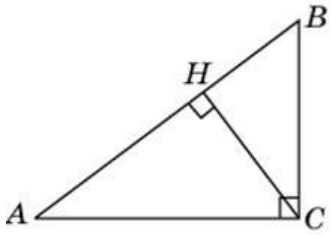
67. В трикутнику *ABC* кут *C* дорівнює 90^{o}, tg *A* = 0,75, *AC* = 8. Знайти *AB*.



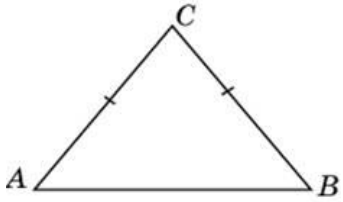
68. В трикуктнику *ABC* *AB*=*BC*, висота *CH* дорівнює 5, tg $C = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Знайти *AC*.



69. В трикутнику ABC кут C дорівнює 90^o, висота CH дорівнює 6, $AC = 10$. Знайти tg A.

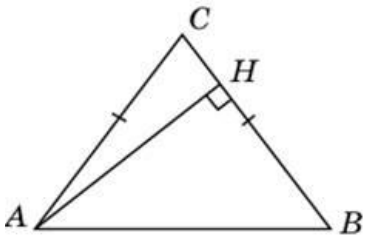


70. В трикуктнику ABC $AC = BC = 10$, $AB = 12$. Знайти sin A.

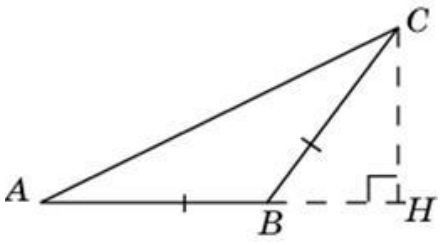


71. В трикуктнику ABC $AC = BC$, $AB = 10$, висота $AH = 8$.

Знайти cos A.



72. В трикуктнику ABC $AB = BC$, висота $CH = 8$, $AC = 8\sqrt{5}$. Знайти тангенс кута ACB.



73. В трикуктнику ABC кут C дорівнює 90^o, $AB = 10$, $BC = 6$. Знайти синус зовнішнього кута при вершині A.

74. В трикуктнику ABC кут C дорівнює 90^o, $\sin A = 0{,}6$. Знайти косинус зовнішнього кута при вершині A.

75. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 12, а висота, що проведена до основи – 8. Знайти радіус кола, вписаного в цей трикутник.

76. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює α, радіус вписаного кола – r. Визначити бічну сторону трикутника й обчислити її значення, якщо $\alpha = 3$, $r = 2$.

77. У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює α, висота, що проведена до основи, – h. Визначити відстань від середини основи до бічної сторони й обчислити її значення, якщо $\alpha = 3$, $h = 2$.

78. У рівнобедреному трикутнику основа і бічна сторона відповідно дорівнюють 5 і 2. Знайти менший з відрізків, на які поділяє бічну сторону бісектриса кута при основі.

79. У рівнобедреному трикутнику центр вписаного кола ділить висоту, проведену до основи, у відношенні 12 : 5, а бічна сторона дорівнює 60. Знайти периметр трикутника.

80. Периметр правильного трикутника дорівнює 36. На стороні трикутника, як на діаметрі, побудовано коло. Знайти довжину l дуги, розміщену у внутрішній області трикутника. У відповідь записати $\frac{l}{\pi}$.

81. Знайти площу S круга, описаного навколо правильного трикутника зі стороною 9 см. У відповідь записати $\frac{S}{\pi}$.

82. В трапецію вписано коло. Одна з бічних сторін трапеції поділена точкою дотику на відрізки 2 і 3 см. Обчислити площу трапеції, якщо менша основа дорівнює 3см.

83. У прямокутній трапеції основи дорівнюють 25 і 32 см, а більша діагональ є бісектрисою гострого кута. Обчислити площу трапеції.

84. В прямокутну трапецію вписано коло з радіусом 4 см. Знайти площу трапеції, якщо її менша основа дорівнює 6 см.

85. Основи трапеції дорівнюють 16 і 44 см, а бічні сторони - 17 і 25 см. Обчислити довжину висоти.

86. Основи трапеції дорівнюють 2 і 14 см. Знайти радіус описаного кола, якщо бічна сторона трапеції дорівнює 10 см.

87. Навколо кола описана рівнобедрена трапеція з гострим кутом α. Знайти відношення радіусів описаного та вписаного кіл, якщо α=30°.

88. У тупокутному трикутнику більша сторона дорівнює 16 см, а висоти, проведені з обох її кінців, віддалені від вершини тупого кута на 2 см і 3 см. Знайти довжину меншої з невідомих сторін.

89. Площі трикутників, утворених основами трапеції та відрізками діагоналей дорівнюють d і q. Визначити площу трапеції й обчислити її значення, якщо d =4, q=9.

90. Висота рівнобедреного трикутника 20 см, а основа трикутника відноситься до його бічної сторони як 4:3. Знайти радіус кола, вписаного в цей трикутник.

91. Сторони трикутника дорівнюють b і c, а медіани, проведені на ці сторони, перетинаються під прямим кутом. Знайти третю сторону трикутника.

92. Дві сторони трикутника дорівнюють b і c, а бісектриса кута між ними дорівнює l. Визначити третю сторону й обчислити її значення , якщо b=1, c=4, l=1,2.

93. В рівнобедреному трикутнику кут при основі дорівнює α. Знайти відношення площі трикутника до площі описаного навколо нього кола якщо α=30°.

94. З однієї точки кола проведені дві хорди довжиною 10 і 12 см. Обчислити радіус кола, якщо відстань від середини меншої хорди до більшої хорди дорівнює 4.

95. Коло з центром в точці O дотикається сторони BC та продовження сторін AB і AC трикутника ABC. M і N – точки дотику кола до продовження сторін AB і AC відповідно. Знайти площу чотирикутника AMON, якщо кут A дорівнює 120° , а периметр трикутника ABC дорівнює 10.

96. В трикутнику ABC задані вершини A(0; -1) і B(0; -2). Вершина C лежить на колі $(x-4)^2+(y-6)^2=1$. Знайти найбільше із можливих значень площі трикутника ABC.

97. Паралелограм ABCD побудований на векторах $\vec{a}$ і $\vec{b}$ як на сторонах. Відомо, що $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=5, |\vec{a}+\vec{b}|=7$. Знайти величину кута між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ (в градусах).

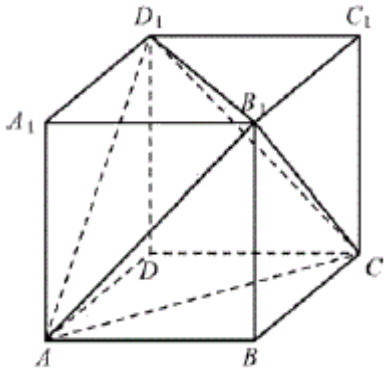
98. Знайти значення параметра **a** , при якому коло $(x-9)^2+(y-4)^2=a$ дотикається осі ординат?

99. Визначити кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ в градусах, якщо відомо, що $\vec{a}$ (-4;-3), $\vec{b}$(-1;-7), причому $0<\alpha<180^\circ$.

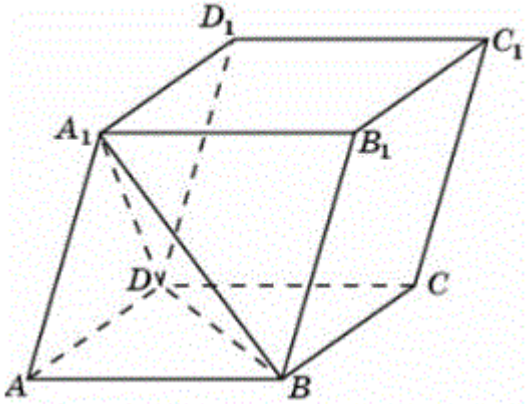
100. Сторона рівностороннього трикутника ABC дорівнює 5 см. Знайти скалярний добуток $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$.

СТЕРЕОМЕТРІЯ

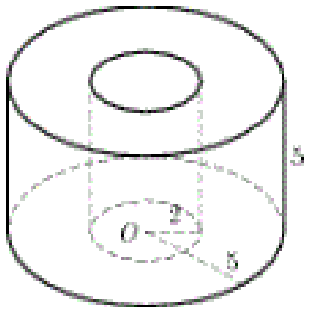
1. Об'єм паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$ дорівнює 4,8. Знайти об'єм трикутної піраміди A D_1CB_1.



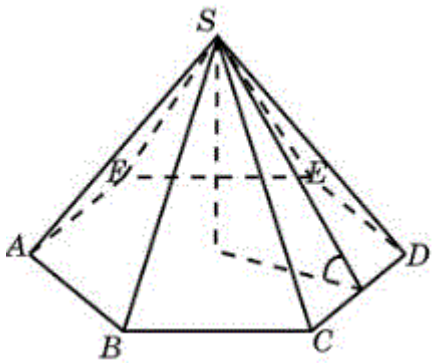
2. Знайти об'єм паралелепіпеда $ABCDA_1B_1C_1D_1$, якщо об'єм трикутної піраміди A BDA_1 дорівнює 3.



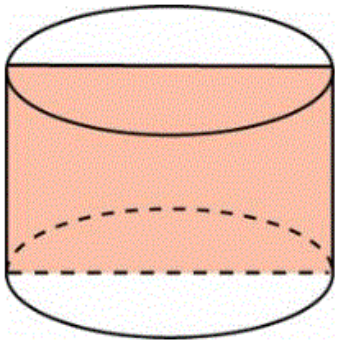
3. Знайдіть об’єм V частини циліндра, який зображений на рисунку. У відповіді вкажіть $\frac{V}{\pi}$.



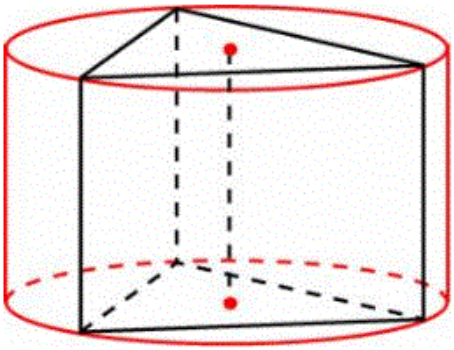
4. Сторона основи правильної шестикутної піраміди дорівнює 4, а кут між бічною гранню і основою дорівнює 45°. Знайти об’єм піраміди.



5. Площа осьового перерізу циліндра дорівнює 4. Знайти площу бічної поверхні циліндра. У відповіді вкажіть $\frac{S}{\pi}$.

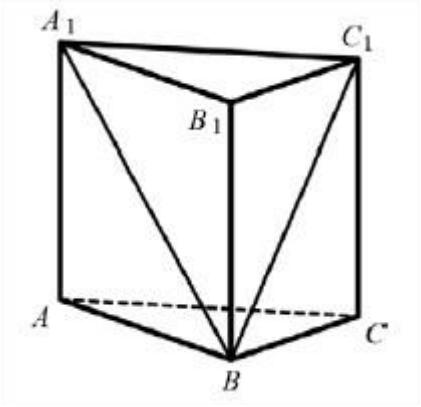


6. Знайти площу бічної поверхні правильної трикутної призми, яку вписано в циліндр, радіус основи якої дорівнює $2\sqrt{3}$, а висота дорівнює 2.



7. У скільки разів збільшиться площа повної поверхні піраміди, якщо всі її ребра збільшити в 12 разів?

8. Задана правильна трикутна призма $ABCA_1B_1C_1$ площа основи якої 6, а бічне ребро дорівнює 8. Знайти об'єм многогранника, вершинами якого є точки A, B, C, A_1, C_1.



9. Довжина кола основи циліндра дорівнює 7. Площа бічної поверхні дорівнює 105. Знайти висоту циліндра.

10. Основою прямого паралелепіпеда є ромб, гострий кут якого дорівнює $\alpha = 60°$. Під яким кутом до основи треба провести січну площину, щоб в перерізі дістати квадрат, вершини якого лежать на бічних ребрах.

11. Ребра паралелепіпеда, які виходять з однієї вершини, дорівнюють a, b і c Ребра a і b взаємно перпендикулярні, а ребро c утворює з кожним із них кут α. Знайти кут нахилу ребра c до площини основи паралелепіпеда і обчислити його значення, якщо $\alpha = 60°$.

12. У правильній трикутній призмі проведено переріз, який проходить через одну із сторін нижньої основи і протилежну вершину верхньої основи. Знайти площу перерізу, якщо сторона основи дорівнює 6 , а січна площина утворює з площиною основи кут α=30°.

13. Через сторону основи правильної трикутної призми проведено площину, яка в перерізі утворює трикутник, що має периметр, вдвоє більший, ніж периметр основи призми. Знайти кут між цією площиною та площиною основи призми.

14. Через сторону основи правильної трикутної призми проведено площину під кутом 30° до площини основи. Знайти площу утвореного перерізу (трикутника), якщо об'єм піраміди , що відтинається площиною від призми, дорівнює 8.

15. У правильній трикутній піраміді двогранний кут при ребрі основи дорівнює 60°. Знайти кут нахилу бічного ребра до площини основи.

16. В основі піраміди лежить квадрат. З двох протилежних бічних ребер одне перпендикулярне до площини основи, а друге утворює з нею кут α=30° і має довжину 4. Знайти довжину решти бічних ребер і кути нахилу їх до площини основи піраміди.

17. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро утворює з площиною основи кут 60°. Через діагональ основи проведено площину паралельно бічному ребру. Знайти площу перерізу , якщо сторона основи дорівнює 8.

18. 18. В основі чотирикутної піраміди лежить ромб, менша діагональ якого дорівнює 8, а гострий кут дорівнює 60°. Кожна бічна грань утворює з площиною основи кут 30°. Знайти площу повної поверхні піраміди.

19. Основою піраміди є рівнобедрений трикутник, бічні сторони якого дорівнюють b , а кут між якими 120°. Бічне ребро піраміди, що проходить через вершину тупого кута, перпендикулярне до площини основи, інші два ребра утворюють з площиною основи кути α. Знайти об'єм піраміди, якщо b=6, α=30°.

20. Повна поверхня правильної чотирикутної піраміди дорівнює 16. Бічна грань утворює з площиною основи кут 60°. Знайти об'єм піраміди.

21. Осьовим перерізом конуса є трикутник, площа якого дорівнює 3, а твірна конуса утворює з площиною основи кут 30°. Знайти площу бічної поверхні та об'єм конуса.

22. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює h, а двогранний кут при основі β. Знайти радіус вписаної кулі і обчислити його значення, якщо h= 9, β=60°.

23. У кулю вписано правильну чотирикутну піраміду, бічне ребро якої утворює з площиною основи кут α. Об'єм піраміди дорівнює V. Знайти об'єм кулі і обчислити його значення, якщо α= 30° , V= 6.

24. У кулю, радіус якої R, вписано правильну трикутну піраміду. Двогранний кут при основі дорівнює α. Знайти об'єм піраміди і обчислити його значення, якщо α= 30° , R= 13.

25. У пряму призму, в основі якої лежить ромб з гострим кутом 45° , вписаний циліндр. Відстань між віссю циліндра і діагоналлю бічної грані призми дорівнює $5\sqrt{2}$. Знайдіть об'єм призми, якщо площа повної поверхні циліндра дорівнює 106π.

26. Знайти бічне ребро правильної чотирикутної призми, якщо сторона її основи дорівнює 9, а площа поверхні дорівнює 522.

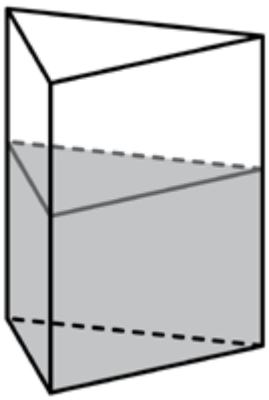
27. В основі прямої призми лежить ромб з діагоналями, що дорівнюють 15 і 20. Площа її поверхні дорівнює 850. Знайти бічне ребро цієї призми.

28. Об'єм трикутної піраміди $SABC$, що є частиною правильної шестикутної піраміди $SADCDEF$, дорівнює 26. Знайти об'єм шестикутної піраміди.

29. Об'єм тетраедра дорівнює 5,5. Знайти об'єм многогранника, вершинами якого є середини сторін даного тетраедра.

30. Знайти площу поверхні прямої призми, в основі якої лежить ромб з діагоналями, які рівні 3 і 4, і бічним ребром, що дорівнює 2.

31. В посудину, що має форму правильної трикутної призми, налили воду. Рівень води досягає 27 см. На якій висоті буде знаходитись рівень води, якщо її перелити в інший такий же посуд, у якого сторона основи в 3 рази більша, ніж у першого?

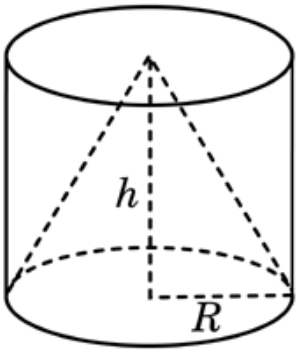


32. Два ребра прямокутного паралелепіпеда, які виходять з однієї вершини, дорівнюють 20 і 60. Площа поверхні паралелепіпеда дорівнює 4800. Знайти його діагональ.

33. Сторони основи правильної чотирикутної піраміди дорівнюють 10, бічні ребра дорівнюють 13. Знайти площу поверхні цієї піраміди.

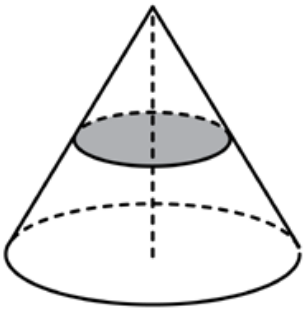
34. Площа більшого круга кулі дорівнює 39. Знайти площу поверхні кулі.

35. Циліндр і конус мають спільну основу і спільну висоту. Обчислити об'єм циліндра, якщо об'єм конуса дорівнює 87.



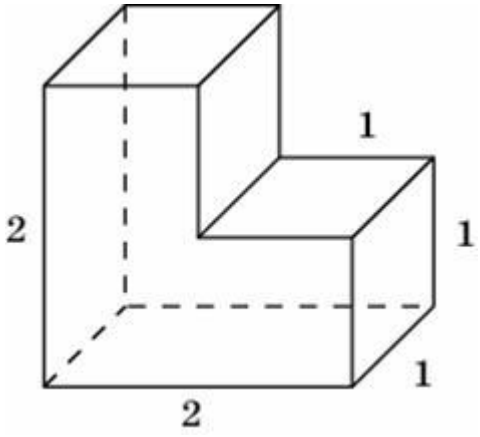
36. Радіус основи циліндра дорівнює 6, висота дорівнює 3. Знайти площу бічної поверхні циліндра, поділену на π.

37. Об'єм конуса дорівнює 64. Через середину висоти паралельно основі конуса проведено переріз, який є основою меншого конуса з тією ж вершиною. Знайти об'єм меншого конуса.



38. Знайти площу бічної поверхні правильної шестикутньої призми, сторона основи якої дорівнює 9, а висота -10.

39. Знайти об’єм многогранника, який зображено на рисунку (всі двогранні кути многогранника прямі).



40. Два ребра прямокутного паралелепіпеда, які виходять із однієї вершини, дорівнюють 1 і 4. Площа поверхні цього паралелепіпеда дорівнює 348. Знайти третє ребро, яке виходить із тієї ж вершини.

41. Знайти площу бічної поверхні правильної трикутної призми, яка описана навколо циліндра, радіус основи якого дорівнює $\sqrt{3}$, а висота дорівнює 1.

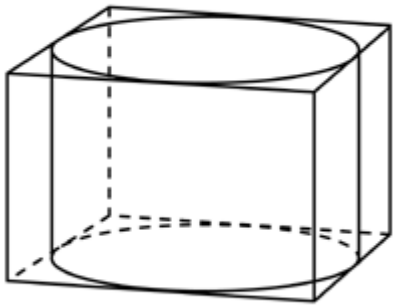
42. Через середню лінію основи трикутної призми, площа бічної поверхні якої дорівнює 52, проведено площину паралельно бічному ребру. Знайти площу бічної поверхні відсіченої трикутної призми.

43. Сторони основи правильної чотирикутної піраміди дорівнюють 84, а бічні ребра дорівнюють 58. Знайти площу поверхні цієї піраміди.

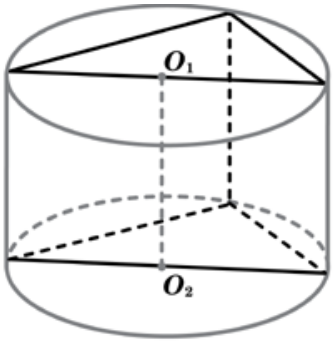
44. Навколо шара описан циліндр, площа поверхні якого дорівнює 45. Знайти площу поверхні кулі.

45. Знайти об’єм конуса, площа основи якого дорівнює 6, твірна дорівнює 8 і нахилена до площини основи під кутом 30°.

46. Прямокутний паралелепіпед описаний навколо циліндра, радіус основи і висота якого дорівнює 1. Знайти об’єм паралелепіпеда.

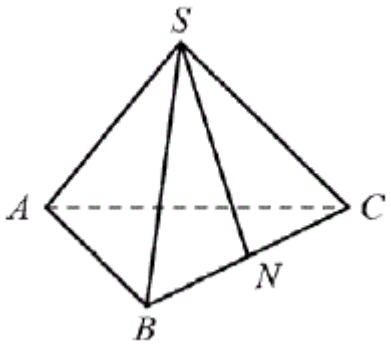


47. В основі прямої призми лежить прямокутний трикутник з катетами 4 і 1. Бічні ребра дорівнюють $\frac{2}{\pi}$. Знайти об’єм циліндра, який описаний навколо цієї призми.



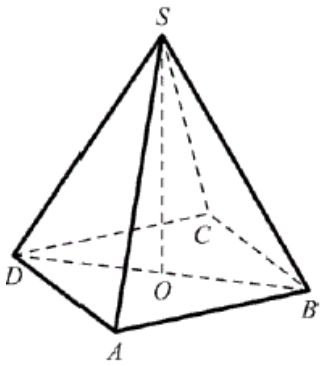
48. В посудину, що має форму конуса, налили 25 мл рідини до половини висоти посудини (див. рис.). Скільки мілілітрів рідини потрібно долити в сосуд, щоб заповнити його доверху.

49. У правильній трикутній піраміді $SABC$ N - середина ребра BC, S - вершина. Відомо, що $SN = 6$, а площа бічної поверхні дорівнює 72. Знайти довжину відрізка AB.



50. В прямокутному паралелепіпеді $ABCDA_1B_1C_1D_1$ відомо, що $DB_1=21$, $CD=16$, $B_1C_1=11$. Знайти довжину ребра BB_1.

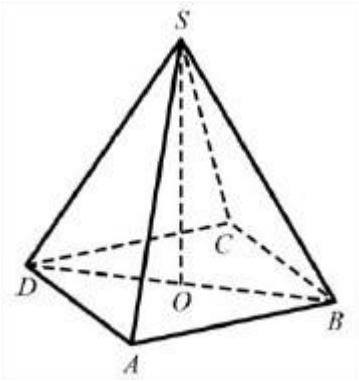
51. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ точка O – центр основи, SO =24, BD =36. Знайти бічне ребро SA.



52. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює 2π , а висота – 1. Знайти діаметр основи.

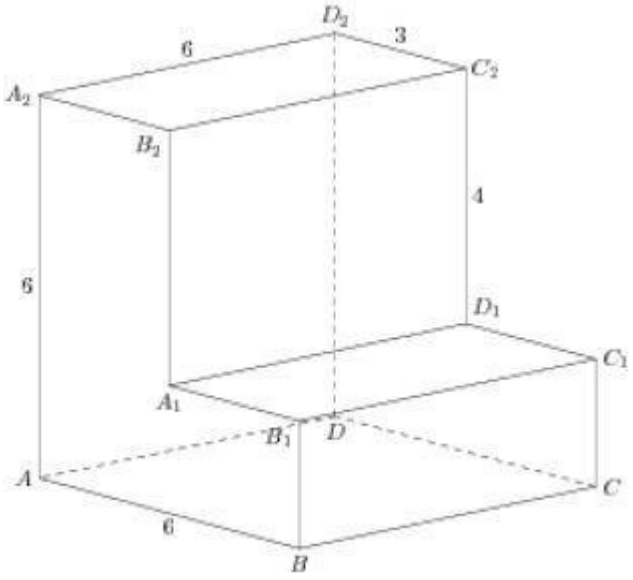
53. Діаметр основи конуса дорівнює 6, а довжина твірної – 5. Знайти висоту конуса.

54. У правильній чотирикутній піраміді $SABCD$ точка O – центр основи, S - вершина, SD =17, BD =16. Знайти довжину відрізка SO.



55. В прямокутньому паралелепіпеді $ABCDA_1B_1C_1D_1$ відомо, що $CC_1=6$, $CD=17$, $AD=6$. Знайти довжину діагоналі CA_1.

56. Знайти кут AD_2A_2 многогранника, який зображено на рисунку. Всі двогранні кути многогранника прямі. Відповідь дайте в градусах.



57. Обчислити об'єм многогранника (в $см^3$), всі вершини якого лежать в центрах граней прямокутного паралелепіпеда зі сторонами 3 см, 4 см, 5см.

58. В основі піраміди лежить трикутник зі сторонами 13, 12 і 5. Всі бічні ребра нахилені до площини основи під кутом 45°. Знайти об'єм піраміди.

59. В прямокутному паралелепіпеді $ABCDA_1B_1C_1D_1$ $AB = 6$ м, $BC = 8$ м, $BB_1 = 16\sqrt{91}$ м. Знайти площу перерізу паралелепіпеда площиною, яка паралельна до прямої AC і містить пряму BA_1.

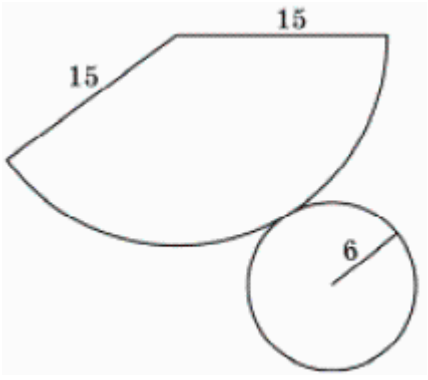
60. Для опалювальної системи будинку необхідні радіатори із розрахунку три секції на 50 $м^3$. Яку кількість секцій радіаторів необхідно заказати, якщо новий будинок має форму прямого паралелепіпеда розміру 15 *м* * 18 *м* * 25 *м*?

61. Апофема правильної чотирикутної піраміди дорівнює $2\sqrt{3}$ см і нахилена під кутом 60° до площини основи. Знайти об'єм піраміди.

62. Діагоналі ромба дорівнюють 6 і 8. Сфера, яка має радіус $4 \cdot \sqrt{\frac{2}{5}}$, дотикається всіх його сторін. Знайти відстань від центра сфери до площини ромба.

63. Через вершину конуса з радіусом основи 4 см проведено площину, яка перетинає його основу по хорді, яку видно із центра основи конуса під кутом 120°, а із вершини конуса - під кутом 90°.Обчислити площу перерізу, в $см^2$.

64. На рисунку зображено розгортку конуса. Визначити відношення площі повної поверхні цього конуса до площі його бічної поверхні.



65. В кубі $ABCDA_1B_1C_1D_1$ з ребром, що дорівнює $2\sqrt{3}$, разташований конус. Вершина конуса знаходиться в точці D_1, а центр його основи, точка О, лежить на діагоналі BD_1 так, що $BO:OD_1=1:3$. Коло основи конуса має з кожною гранню, що містить точку В, рівно по одній спільній точці. Визначити об'єм конуса.

66. В основі піраміди лежить рівносторонній трикутник зі стороною a. Одна із бічних граней, що перпендикулярна до площини основи є рівностороннім трикутником. Навколо піраміди описана сфера.

Знайти:

а) довжину висоти піраміди, обгрунтувавши положення висоти піраміди;

б) радіус описаної навколо піраміди сфери.

67. В правильній трикутній піраміді $SABC$ з основою ABC бічне ребро вдвічі більше сторони основи. Точки K і L є серединами ребер AC і BC відповідно. Через пряму KL паралельно ребру SC, проведено площину a. Знайти кут φ між площиною a і площиною (ABC).

68. Основа прямої трикутної призми $ABCA_1B_1C_1$ – правильний трикутник ABC, сторона якого дорівнює $8\sqrt{3}$. На ребрі BB_1 відмічена точка Р так, що $BP:PB_1=3:5$. Знайти тангенс кута між площинами ABC і ACP, якщо відстань між прямими BC і A_1C_1 дорівнює 16.

69. Задана призма $ABCDA_1B_1C_1D_1$ в основі якої лежить квадрат, а бічні ребра нахилені до площини основи під кутом $60°$. Відрізок D_1A перпендикулярний до площини основи. Знайти довжину цього відрізка, якщо площа бічної поверхні призми дорівнює $6\left(\sqrt{3}+2\right)$.

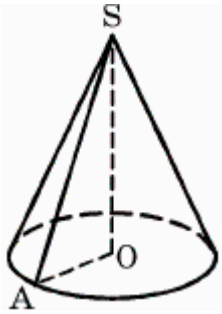
70. Прямокутний паралелепіпед з довжиною ребер 5 см, 7 см і 9 см складається із кубиків з довжиною ребра 1 см. Скільки треба забрати кубиків, щоб видалити весь зовнішній шар товщиною в один кубик?

71. В основі піраміди лежить трикутник зі сторонами 5, 6 та 8 см, а всі бічні ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом 45°. Обчислити об'єм піраміди в $см^3$.

72. Сторона основи правильної чотирикутньої піраміди дорівнює 6 см, а бічна грань нахилена до площини основи під кутом 60°. Знайдіть площу повної поверхні піраміди, в $см^2$.

73. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з катетом **a** і протилеглим до нього кутом β. Бічні грані піраміди, які містять катети цього трикутника, перпендикулярні до площини основи, а третя бічна грань нахилена до основи під кутом φ. Знайти висоту піраміди. У відповіді вказати $\beta = \frac{\pi}{6}$, $\varphi = \frac{\pi}{4}$, **a**=2.

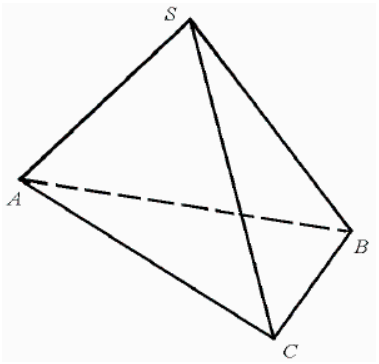
74. Висота конуса дорівнює 4 см, радіус основи – 3 см. Знайти відношення площади основи конуса до площи його бічної поверхні. Відповідь запишіть десятковим дробом.



75. Металевий шар радіуса $R = \sqrt[3]{16}$ перелили в конус, висота якого 8. Знайти відношення площі бічної поверхні конуса до площі його основи.

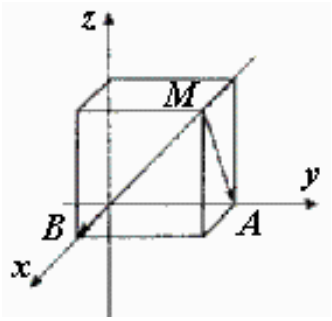
76. Із середини висоти правильної трикутньої піраміди опущені перпендикуляри на бічне ребро піраміди і на бічну грань. Довжини цих перпендикулярів відповідно дорівнюють $\sqrt{2}$ і 1. Знайти об'єм піраміди.

77. У правильній трикутній піраміди SABC кут між бічним ребром і площиною основи дорівнює β, сторона основи дорівнює **a**, SH – висота піраміди. Знайти площу перерізу піраміди утвореного площиною, що проходить через точку H, паралельно до ребер SA і BC.



78. У правильній трикутній піраміди SABC через її висоту SO і бічне ребро SB проведено площину. Площа утвореного перерізу в 4 рази менша площі повної поверхні піраміди. Знайти двогранний кут при основі піраміди.

79. Задано точку M (1;2;3). Точка A лежить на осі ординат, а точка B – на осі абсцис (див. рисунок). Знайти скалярний добуток вектора $\overrightarrow{MA}$ і $\overrightarrow{MB}$.



80. Задані координати вершин трикутника ABC. $A(1;2;1)$, $B(3;-1;2)$, $C(0;0;4)$. Знайти косинус кута A трикутника.

81. Задано правильний шестикутник $ABCDEF$ зі стороною 2 см. Знайти:

1) Площу шестикутника;

2) Значення параметра λ , при якому вектори $\lambda\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ і $\overrightarrow{AF}$ перпендикулярні;

3) Довжину вектора $\overrightarrow{AK}+\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AN}+\overrightarrow{AP}$, де точки K,M,N,P - середини сторін AB,CD,DE,FA відповідно.

Тестові завдання

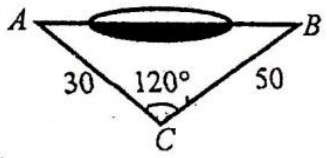
ПЛАНІМЕТРІЯ

Трикутник

1. Дві сторони трикутника дорівнюють $\overline{3}$ см і 1 см, а кут між ними - 30°. Знайдіть третю сторону трикутника.

А	Б	В	Г	Д
1 см	$\overline{2}$ см	$\overline{3}$ см	2 см	3 см

2. Виміряти відстань безпосередньо між точками А і В перешкоджає ставок. Для знаходження відстані АВ виміряли відстані від точок А і В до певної точки С та кут АСВ. Обчисліть відстань АВ, якщо були одержані такі результати вимірювань: АС = 30 м, ВС = 50 м, ∠АСВ = 120°.



А	Б	В	Г	Д
90 м	85м	80 м	75 м	70

3. Сторони трикутника дорівнюють 1 см, 3 $\overline{2}$ см і 5 см. Знайдіть найбільший кут трикутника.

А	Б	В	Г	Д
90°	120°	135°	150°	175°

4. Сторони трикутника, одна з яких удвічі більша за другу, утворюють 120°, а довжина третьої сторони дорівнює 3 $\overline{7}$. Знайдіть найменшу сторону трикутника.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

5. Сторона трикутника дорівнює 20 см, а протилежний кут – 150°. Знайдіть радіус кола, описаного навколо трикутника.

А	Б	В	Г	Д
30	25	20	15	10

6. Два кути трикутника дорівнюють $30°$ і $45°$. Знайдіть сторону, протилежну куту $30°$, якщо сторона, протилежна куту $45°$, дорівнює $\overline{6}$ см.

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	$\overline{3}$	$2\ \overline{3}$

7. У рівнобедреному трикутнику основа дорівнює α, а кут при основі – 2β. Знайдіть бісектрису, проведену до бічної сторони.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\alpha \sin 2\beta}{\sin 3\beta}$	$\frac{\alpha \sin 3\beta}{\sin 2\beta}$	$\frac{\alpha \cos 2\beta}{\cos 3\beta}$	$\frac{\alpha \cos 3\beta}{\cos 2\beta}$	$\frac{\alpha \cos 2\beta}{\sin 3\beta}$

8. Один з катетів прямокутного трикутника дорівнює b, а протилежний до нього кут – β. Визначити радіус кола, описаного навколо трикутника.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{b}{2\sin\beta}$	$\frac{b}{2\cos\beta}$	$\frac{b\sin\beta}{2}$	$\frac{2b}{\sin\beta}$	$\frac{2b}{\cos\beta}$

9. Гострий кут прямокутного трикутника дорівнює α. Визначити катет, прилеглий до цього кута, якщо радіус кола, вписаного в трикутник, дорівнює r.

А	Б	В	Г	Д
$r\ tg\frac{\alpha}{2}$	$r\ ctg\frac{\alpha}{2}$	$r\ (1+ctg\frac{\alpha}{2})$	$r\ (1+tg\frac{\alpha}{2})$	$2r\ ctg\frac{\alpha}{2}$

10. Катети прямокутного трикутника дорівнюють 5 см і 12 см. Знайти радіус кола, вписаного в трикутник.

А	Б	В	Г	Д
4 см	2 см	8 см	8,5 см	6 см

11. У прямокутному трикутнику один з гострих кутів дорівнює α, а висота, що проведена до гіпотенузи, дорівнює h. Визначити площу трикутника.

А	Б	В	Г	Д
$см^2$	$см^2$	$см^2$	$см^2$	$см^2$

12. Знайти гіпотенузу прямокутного трикутника, у якого висота, проведена до гіпотенузи, дорівнює $6\sqrt{3}$ см, а проекція одного з катетів на гіпотенузу дорівнює 6 см.

А	Б	В	Г	Д
12 см	18 см	24 см	28 см	32 см

13. Знайти площу круга, у який вписано трикутник зі сторонами 6 см, 8 см і 10 см.

А	Б	В	Г	Д
10π см^2	36π см^2	64π см^2	25π см^2	480π см^2

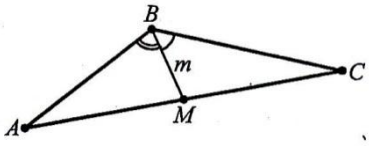
14. Центр кола, вписаного в рівнобедрений трикутник, поділяє висоту, що проведена до основи, у відношенні 10 : 3. Знайти периметр трикутника, якщо бічна сторона дорівнює 20 см.

А	Б	В	Г	Д
64 см	49 см	43 см	46 см	52 см

15. Один з катетів прямокутного трикутника дорівнює 12 см, а гіпотенуза дорівнює 20 см. Знайти менший з відрізків, на які поділяє гіпотенузу бісектриса прямого кута.

А	Б	В	Г	Д
$8\frac{4}{7}$ см	$6\frac{5}{12}$ см	6 см	5 см	$4\frac{2}{7}$ см

16. У трикутнику ABC BM – медіана, $\angle ABM = \alpha$, $\angle MBC = \beta$, BM = m. Визначити сторону AB.

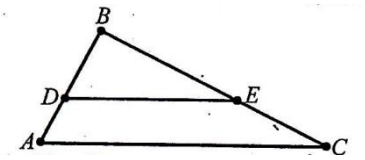


А	Б	В	Г	Д
$\frac{2m\sin(\alpha+\beta)}{\sin\beta}$	$2m\sin\alpha\sin\beta\sin(\alpha+\beta)$	$\frac{2m\sin\beta}{\sin\alpha}$	$2m\sin\alpha\sin\beta$	$\frac{2m\sin\beta}{\sin(\alpha+\beta)}$

17. Два трикутники подібні. Сторони одного з них дорівнюють 7 см, 12 см, і 16 см, а сторони іншого – 40 см, 30 см, та x см. Знайти x.

А	Б	В	Г	Д
18 см	17,5 см	20 см	24 см	18,5 см

18. У трикутнику ABC відрізок DE з кінцями на сторонах AB і BC паралельний до сторони AC. $S_{\triangle DEC} = 4$ см^2, $S_{ADEC} = 5$ см^2, DE = 7 см. Знайти довжину AC.

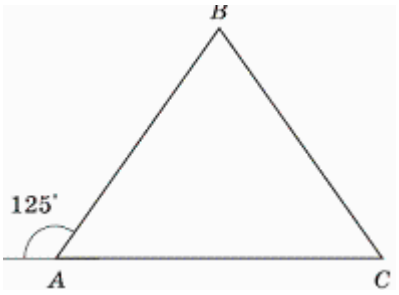


А	Б	В	Г	Д
9,5 см	$9\frac{2}{3}$ см	12 см	10,5 см	9 см

19. Сторони трикутника, одна із яких вдвічі більша другої, утворює кут 120°, а довжина третьої сторони дорівнює $3\sqrt{7}$. Знайти найменшу сторону трикутника.

А	Б	В	Г	Д
3	4	5	$\sqrt{7}$	$\sqrt{3}$

20. Градусна міра зовнішнього кута A рівнобедреного трикутника ABC (AB=BC)дорівнює 125°. Знайти градусну міру кута B.



А	Б	В	Г	Д
30°	40°	50°	60°	70°

21. Сторони трикутника, одна із яких на 8 см більше другої, утворюють кут 120°, а довжина третьої сторони дорівнює 28 см. Знайти периметр трикутника (в см).

А	Б	В	Г	Д
70	60	120	150	100

22. В трикутнику ABC BC=8 см, $\angle BAC = 45^\circ$. Знайти радіус кола, описаного навколо цього трикутника (в см).

А	Б	В	Г	Д
$4\sqrt{2}$	8	$8\sqrt{3}$	12	16

23. Знайти площу прямокутного трикутника, якщо радіус кола, описаного навколо нього, дорівнює 5 см, а один із катетів 6 см (в $см^2$).

А	Б	В	Г	Д
15	24	30	48	60

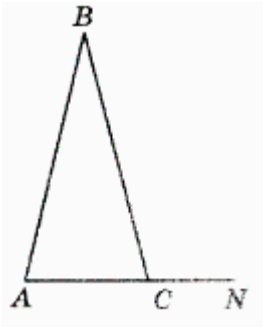
24. Кут при вершині В рівнобедреного трикутника ABC (AB=BC) дорівнює 40°. Знайти кут між висотами, які проведені із вершин А і С.

А	Б	В	Г	Д
100°	110°	120°	130°	140°

25. Знайти довжину медіани прямокутного трикутника, проведеної до гіпотенузи, яка дорівнює 12 см.

А	Б	В	Г	Д
4см	6см	10см	12см	Інша відповідь

26. У трикутнику ABC кут A і C рівні і кожен з них у два рази більше кута B (див рисунок). Знайти градусну міру кута BCN.



А	Б	В	Г	Д
108°	120°	110°	130°	Інша відповідь

27. Площа рівностороннього трикутника дорівнює $16\sqrt{3}$ см^2. Знайти висоту цього трикутника.

А	Б	В	Г	Д
4	8	$2\sqrt{6}$	$8\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$

28. Катет прямокутного трикутника дорівнює 6 см, а медіана, яка проведена до нього, - 5 см. Знайти гіпотенузу трикутника (в см).

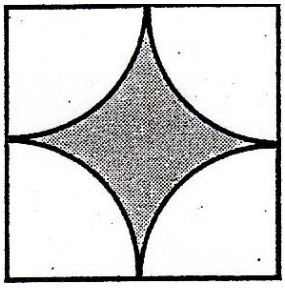
А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{70}$	$\sqrt{52}$	7	$\sqrt{34}$	Інша відповідь

Коло

1.Точки А і В лежать на колі, хорда АВ не проходить через його центр. Порівняйте довжину кола С та 16π, якщо довжина хорди АВ дорівнює 16.

А	Б	В	Г	Д
C=16π	C<16π	C>16π	Порівняти не можна	C≥16π

2. Сторона квадрата дорівнює а, із його вершин побудовано дуги кіл радіусом $\frac{a}{2}$. Знайдіть площу заштрихованої фігури.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi a^2}{2}$	$\frac{\pi - a}{4} \cdot a$	$\frac{a - \pi}{4} \cdot a$	$\frac{4 - \pi}{4} \cdot a^2$	a^2

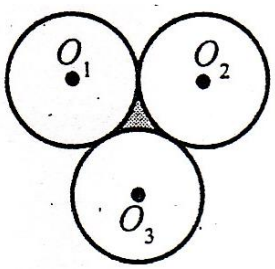
3. Обчисліть площу кругового кільця (у $см^2$), якщо його внутрішній і зовнішній діаметри дорівнюють 6 см і 8 см відповідно.

А	Б	В	Г	Д
6π	7 π	8 π	12 π	24 π

4. Знайдіть довжину дуги кола радіуса 120 см, якщо її кутова величина дорівнює 30^o.

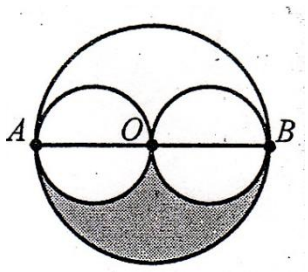
А	Б	В	Г	Д
5 π см	10 π см	15 π см	20 π см	24 π см

5. Три рівні кола радіусом R дотикаються одне одного. Знайдіть площу заштрихованого криволінійного трикутника.



А	Б	В	Г	Д
$(\sqrt{3} - \frac{\pi}{2})R^2$	$(\sqrt{3} + \frac{\pi}{2})R^2$	$(\pi\text{-}3)R^2$	$(\pi+3)R^2$	R^2

6. Два рівні круга радіусом r розміщені всередині круга (див. рисунок), радіус якого більший за r, і дотикаються до нього. Знайдіть площу заштрихованої області, якщо круги меншого радіуса дотикаються один до одного в точці O – центрі великого круга.



А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{4}\pi r^2$	πr^2	$\frac{4}{3}\pi r^2$	$2\pi r^2$	r^2

7. Площа кругового сектора становить 15% площі круга. Яка величина центрального кута сектора?

А	Б	В	Г	Д
30^o	45^o	54^o	15^o	20^o

8. Коло, радіус якого дорівнює 9, розігнуто в дугу, радіус кола якої дорівнює 24. Знайти центральний кут, який стягує утворену дугу.

А	Б	В	Г	Д
100^o	120^o	135^o	150^o	180^o

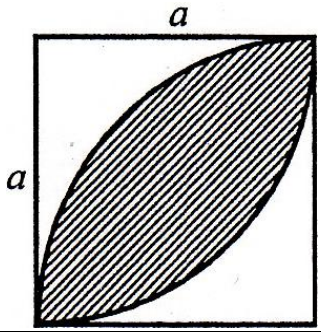
9. З точки кола проведено дві перпендикулярні хорди, довжини яких дорівнюють 12 і 16. Знайти довжину кола.

А	Б	В	Г	Д
20π	40π	50π	60π	35π

10. Три кола, радіуси яких дорівнюють 2,3 і 10, попарно дотикаються зовні. Знайти радіус кола, яке вписане в трикутник, утворений центрами цих кіл.

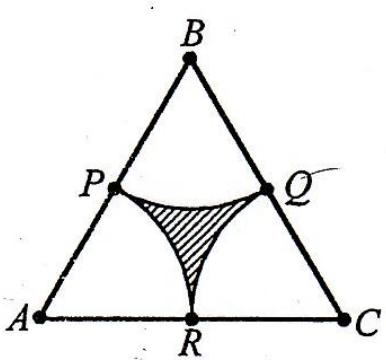
А	Б	В	Г	Д
3,5	3	2,5	2	1,5

11. На рисунку зображено квадрат зі стороною 1 і дуги кіл радіуса 1. Знайти площу заштрихованої частини.



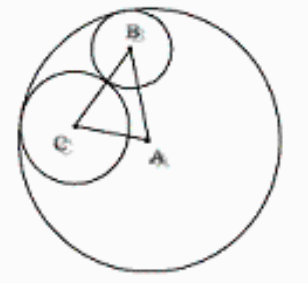
А	Б	В	Г	Д
π+1	$\pi-2$	$\frac{\pi}{2}+1$	$\pi-1$	$\frac{\pi}{2}-1$

12. Довжина сторони правильного трикутника ABC дорівнює 6. Точки P, Q і R— середини його сторін. PR, PQ і QR — дуги кіл з центрами відповідно у точках A, B і C. Знайти площу криволінійного трикутника PQR.



A	Б	В	Г	Д
1	2	$\frac{\pi}{2}-1$	$6(\pi-3)$	$9(\sqrt{3}-\frac{\pi}{2})$

13. Два кола з центрами в точці B і C дотикаються внутрішньо кола з центром в точці A і дотикаються один одного зовні. Радіус найбільшого з них дорівнює 12. Знайти периметр трикутника ABC.



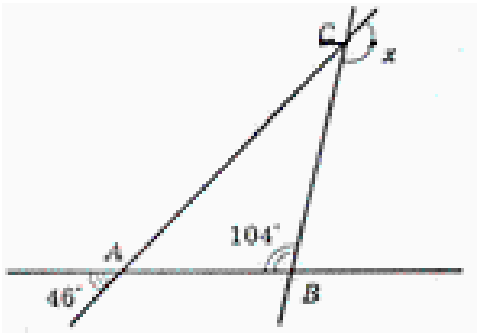
A	Б	В	Г	Д
20	24	26	28	36

14. В коло ,діаметр якого дорівнює $\sqrt{12}$, вписан чотирикутник $ABCD$. Знайти діагональ BD , якщо $\angle BAD = 30^{\circ}$.

A	Б	В	Г	Д
3	$2\sqrt{3}$	$4\sqrt{3}$	$\sqrt{3}$	$2\sqrt{6}$

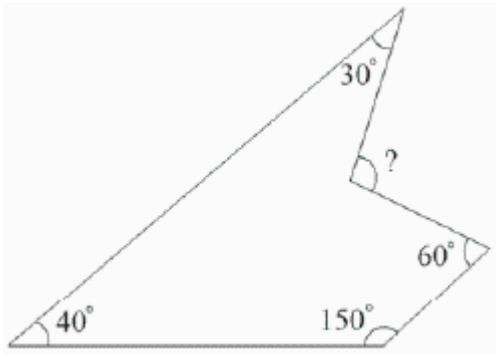
Прямі і кути

1. Знайти градусну міру кута x, відміченого на рисунку



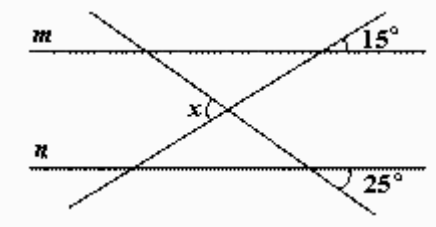
А	Б	В	Г	Д
95°	120°	140°	150°	160°

2. Визначити зовнішній кут многокутника



А	Б	В	Г	Д
90°	120°	110°	100°	95°

3. Прямі m і n. Обчислити величину кута x , який зображено на рисунку.



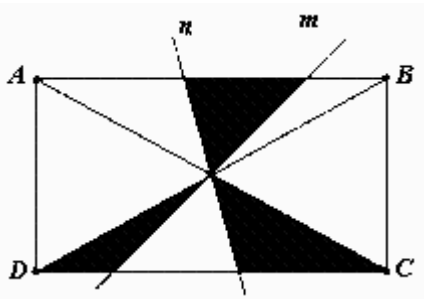
А	Б	В	Г	Д
40°	45°	50°	80°	140°

Чотирикутники

1. Знайти відношення площ правильного чотирикутника і правильного шестикутника, якщо їх сторони рівні.

А	Б	В	Г	Д
$1:\frac{3\sqrt{3}}{2}$	$1:\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}:1$	$\frac{3\sqrt{3}}{2}:1$	Інша відповідь

2. У прямокутнику $ABCD$ прямі m, n проходять через точку перетину діагоналей. Площа фігури, яка складена із трьох зафарбованих трикутників, дорівнює 12 $см^2$. Обчислити площу прямокутника $ABCD$ (в $см^2$).



А	Б	В	Г	Д
24	30	36	42	48

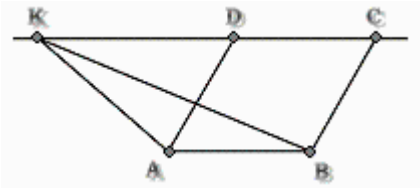
3. У прямокутнику $ABCD$ із вершини А проведена бісектриса, яка перетинає діагональ в точці К, а сторону ВС – в точці М, причому ВМ:МС=5:2. Знайти відношення ВК:КD.

А	Б	В	Г	Д
5:7	2:7	3:5	7:5	7:3

4. Як зміниться площа прямокутника, якщо його довжину зменшити на 50%, а ширину збільшити в 2 рази.

А	Б	В	Г	Д
Зменьшиться в 1,5 рази	Збільшиться в 1,5 рази	Зменьшиться в 3рази	Збільшиться в 3 рази	Не зміниться

5. Площа паралелограма $ABCD$ дорівнює 12. Точка К лежить на прямій CD. Знайти площу трикутника АВК.



А	Б	В	Г	Д
4	6	8	10	12

6. Знайти площу паралелограма (в $см^2$), якщо його сторони відносяться як 8:19, а діагоналі дорівнюють 30см і 50см.

А	Б	В	Г	Д
$48\sqrt{91}$	$11\sqrt{13}$	$91\sqrt{48}$	$13\sqrt{11}$	48

7. У ромбі $ABCD$ сума кутів А і С дорівнює 180°. Знайти градусну міру кута В.

А	Б	В	Г	Д
30°	45°	60°	90°	120°

8. Трапеція з бічною стороною 8 см вписана в коло. Діагональ трапеції утворює з більшою основою кут α , для якого $\cos\alpha = \frac{3}{5}$. Обчислити радіус описаного навколо трапеції кола (в см).

А	Б	В	Г	Д
4	4,8	5	6,4	8

9. a,b,c,d - довжини послідовних сторін випуклого чотирикутника, S - його площа. Порівняти $4S$ і $x=(a+c)\cdot(d+b)$.

А	Б	В	Г	Д
$4S < x$	$4S = x$	$4S > x$	$4S \le x$	Інша відповідь

СТЕРЕОМЕТРІЯ

Пряма і площина

1. Пряма a паралельна площинам β , і γ. Яке взаємне розташування цих площин?

А	Б	В	Г	Д
Площини обов'язково перетинаються	Площини обов'язково паралельні	Площини обов'язково співпадають	Площини обов'язково паралельні або співпадають	Інша відповідь

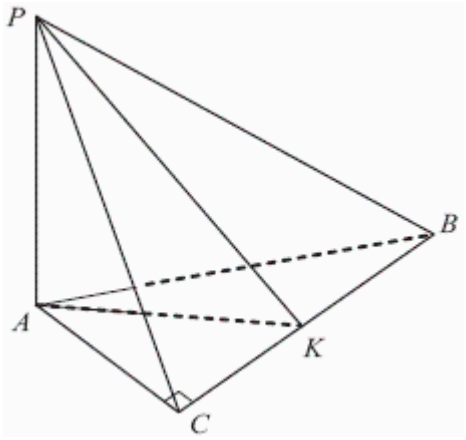
2. Задані площина α і точка Р. Скільки існує різних площин, які проходять через точку Р і перпендикулярних до площини α ?

А	Б	В	Г	Д
1	0 або ∞	1 або ∞	0	∞

3. Із точки А до площини α проведені дві похилі АК і AN, які утворюють з площиною α кути 45° і 60° відповідно. Знайти довжини АК і AN якщо відстань від точки А до площини α дорівнює $\sqrt{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$ і $\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$ і $\frac{3}{2}$	$\sqrt{6}$ і 2	$\sqrt{6}$ і $2\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$ і 2

4. Визначити на рисунку лінійний кут двогранного кута з ребром ВС, якщо в трикутнику АВС кут С=90° і РА перпендикулярна площині (АВС).



А	Б	В	Г	Д
$\angle PCA$	$\angle PKA$	$\angle PBA$	$\angle APK$	Інша відповідь

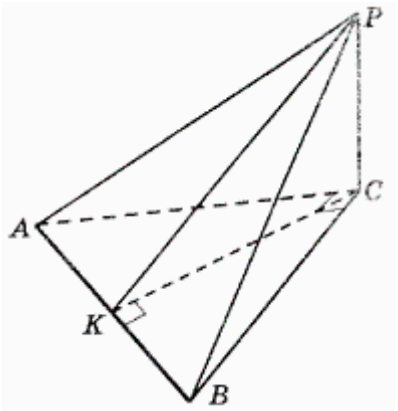
5. Скільки різних площин визначають паралельні прямі *а, в, с*?

А	Б	В	Г	Д
Рівно одну	Одну, або дві	Одну, або три	Дві, або три	Рівно три

6. Задана площина α і точка А, яка належить площині α. Геометричне місце середин відрізків, що з'єднують точку А з точками площини α, це:

А	Б	В	Г	Д
точка	відрізок	пряма	площина	многокутник

7. Вкажіть лінійний кут двогранного кута з ребром AB, якщо $PC \perp (ABC)$, $\angle ACB = 90^\circ$, $CK \perp AB$



А	Б	В	Г	Д
$\angle PKC$	$\angle PAC$	$\angle PBC$	$\angle PCK$	$\angle KPC$

Многокутники

1. У правильній чотирикутній призмі бічне ребро дорівнює 3 см, а площина повної поверхні $S = 32$ см^2. Знайти сторону основи призми.

А	Б	В	Г	Д
2 см	$2\frac{1}{3}$ см	$2\sqrt{7}$ см	3 см	$3\frac{1}{2}$ см

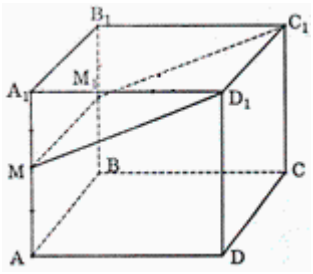
2. Площа поверхні куба 96 кв.м. Знайти об’єм куба.

А	Б	В	Г	Д
64м^3	48м^3	36м^3	24м^3	Інша відповідь

3. Діагональ куба дорівнює 6 см. Знайти площу повної поверхні куба.

А	Б	В	Г	Д
72 см^2	66 см^2	60 см^2	54 см^2	48 см^2

4. У кубі $ABCDA_1B_1C_1D_1$, ребро якого дорівнює 10, через точку М (АМ=$МА_1$) і ребро C_1D_1 проведено переріз. Знайти площу перерізу.

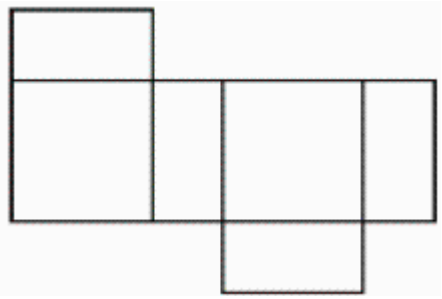


А	Б	В	Г	Д
$25\sqrt{3}$	50	$50\sqrt{5}$	75	100

5. У куб вписана сфера радіуса 5. Знайти площу поверхні куба.

А	Б	В	Г	Д
150	300	450	600	1000

6. На рисунку зображена розгортка поверхні тіла, яка складена із двох квадратів і чотирьох однакових прямокутників, довжини сторін яких – 3 см і 6 см. Знайти об’єм цього тіла.



А	Б	В	Г	Д
54 $см^3$	36 $см^3$	108 $см^3$	216 $см^3$	54π $см^3$

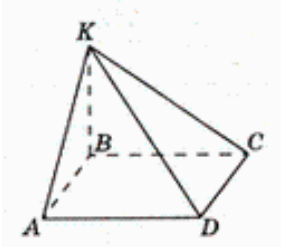
7. Обчислити довжину меншої діагоналі прямої призми, в основі якої ромб зі стороною 6 м і гострим кутом 60° , а висота призми 8 м.

А	Б	В	Г	Д
$25\sqrt{43}$ м	10 м	9 м	9,5 м	10,5 м

8. Всі ребра тетраедра збільшили в 2 рази. В скільки разів збільшиться об’єм тетраедра?

А	Б	В	Г	Д
В 2 рази	В 4 рази	В 8 раз	В 12 раз	В 16 раз

9. Задана чотирикутна піраміда $KABCD$, в якій КВ перпендикулярна до (АВС). Визначити кут нахилу ребра KD до площини основи.



А	Б	В	Г	Д
$\angle KDA$	$\angle KDC$	$\angle KDB$	$\angle KBD$	$\angle BKD$

10. Площа основи і площа бічної поверхні правильної чотирикутньої піраміди дорівнюють відповідно 36 $см^2$ і 60 $см^2$. Знайти апофему цієї піраміди.

А	Б	В	Г	Д
10 см	5 см	2,5 см	1,25 см	1 см

11. Прямокутній паралелепіпед має ребро довжиною 1 см, 2 см і 3 см. Знайти об'єм даного паралелепіпеда.

А	Б	В	Г	Д
9 $см^3$	6 $см^3$	18 $см^3$	5 $см^3$	Інша відповідь

12. Двогранний кут дорівнює 45°. Задана точка на одній із граней кута. Відстань від цієї точки до другої грані кута 12 см. Знайти відстань від задоної точки до ребра двогранного кута.

А	Б	В	Г	Д
14 см	$12\sqrt{2}$ см	12 см	$8\sqrt{2}$ см	$6\sqrt{2}$ см

13. У правильному многограннику 12 ребер і 8 вершин. Скільки у ньому граней?

А	Б	В	Г	Д
12	6	4	10	8

14. Площа діагонального перерізу куба дорівнює $5\sqrt{2}$ $см^2$. Знайти площу повної поверхні куба.

А	Б	В	Г	Д
$25\sqrt{2}$ $см^2$	30 $см^2$	$20\sqrt{3}$ $см^2$	40 $см^2$	$15\sqrt{6}$ $см^2$

15. Обчислити діагональ куба, якщо діагональ її нижньої основи дорівнює 4 см.

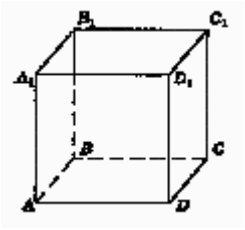
А	Б	В	Г	Д
$4+2\sqrt{2}$ см	$2\sqrt{6}$ см	$4\sqrt{2}$ см	24 см	Інша відповідь

16.Визначити відстань від вершини А куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ до площини BDB_1D_1 , якщо ребро куба дорівнює $6\sqrt{2}$.

А	Б	В	Г	Д
7 см	4 см	6 см	12 см	$6\sqrt{2}$ см

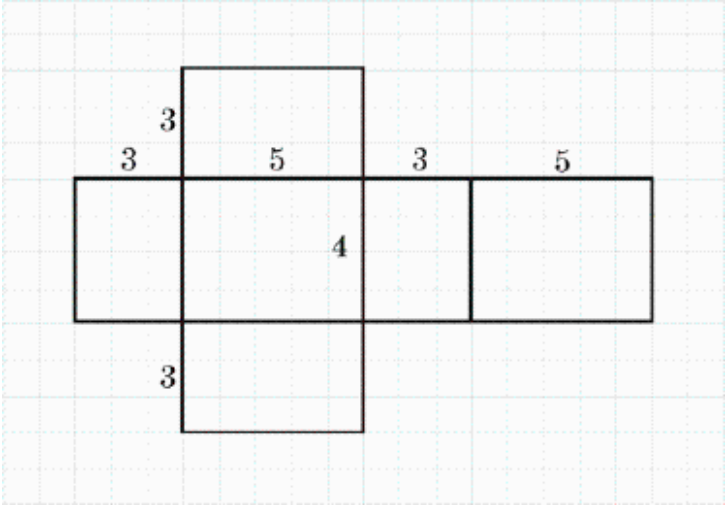
17. На рисунку зображен куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$.

Знайти кут між площинами ACC_1A_1 і BDD_1B_1 .



А	Б	В	Г	Д
45°	30°	90°	120°	60°

18. На рисунку зображена розгортка поверхні тіла, яка складена із шести попарно рівних прямокутників, розміри яких вказані. Знайти об’єм цього тіла.



А	Б	В	Г	Д
50 $см^3$	60 $см^3$	40 $см^3$	400 $см^3$	35 $см^3$

19. Периметр основи правильної трикутної призми дорівнює 24 см. Площа бічної грані цієї призми дорівнює 48 $см^2$. Обчислити діагональ бічної грані.

А	Б	В	Г	Д
6 см	8 см	10 см	12 см	$6\sqrt{2}$ см

20. В чотирикутній піраміді всі ребра однакові і дорівнюють $\sqrt{3}$. Знайти об'єм піраміди.

А	Б	В	Г	Д
$15\sqrt{3}$	$3+3\sqrt{3}$	$2\sqrt{3}$	$0{,}5\sqrt{6}$	$15\sqrt{6}$

21. В основі піраміди лежить рівнобедрена трапеція з бічною стороною $12\sqrt{3}$ см і гострим кутом 60°. Всі її бічні грані нахилені до площини основи під кутом 30°. Знайти об'єм піраміди.

А	Б	В	Г	Д
668	846	684	444	648

22. Знайти апофему правильної чотирикутньої піраміди, якщо площини основи і бічної поверхні цієї піраміди рівні відповідно 36 $см^2$ і 60 $см^2$.

А	Б	В	Г	Д
15 см	10 см	5 см	2,5 см	Інша відповідь

23. У правильній чотирикутній піраміді бічне ребро, довжина якого дорівнює **a**, утворює з площиною основи кут 45°. Знайти площу бічної поверхні цієї піраміди.

А	Б	В	Г	Д
$2a^2$	$3a^2\ \frac{\sqrt{3}}{4}$	$a^2\ \sqrt{3}$	$a^2\ \left(1+\sqrt{3}\right)$	Інша відповідь

Сферичні і циліндричні тіла

1. Діаметр одного кавуна вдвічі більший діаметра другого. У скільки разів перший кавун важче другого?

А	Б	В	Г	Д
2	3	4	8	16

2. Пдоща сфери дорівнює 8π. Знайти її радіус.

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$	$\sqrt[3]{6}$	$\sqrt{6}$	2	$\sqrt{2}$

3. Циліндр вписан в куб. Відомо, що об'єм куба дорівнює 40 $см^3$. Обчислити об'єм циліндра.

А	Б	В	Г	Д
30 $см^3$	10π $см^3$	π^3 $см^3$	12π $см^3$	9π $см^3$

4. Два циліндра, радіуси яких відносяться як 2:3, мають рівні об'єми. Знайти відношення площ бічних поверхонь даних циліндрів.

А	Б	В	Г	Д
Інша відповідь	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	1,5

5. Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням куба навколо ребра, довжина якого дорівнює **а**.

А	Б	В	Г	Д
$4a^3$	π a^3	2π a^2	2π a^3	4π a^3

6. Як зміниться об'єм циліндра, якщо цього висоту збільшити в три рази, а радіус основи зменшити в три рази?

А	Б	В	Г	Д
Зменшиться в 9 раз	Збільшиться в 9 раз	Зменшиться в 3 рази	Збільшится в 3 рази	Не зміниться

7. Дах силосної башні має форму конуса. Висота даху 3 м, а діаметр башні 8 м. Знайти площу даху.

А	Б	В	Г	Д
12π $м^2$	15π $м^2$	20π $м^2$	30π $м^2$	40π $м^2$

8. Радіус основи конуса дорівнює 3 см, а об'єм конуса - 9π см^3. Знайти твірну конуса.

А	Б	В	Г	Д
$3\sqrt{2}$ см	$\sqrt{8}$ см	3 см	10 см	$\sqrt{10}$ см

9. Знайти об'єм тіла, отриманого при обертанні правильного трикутника зі стороною **а** навколо однієї із його сторін.

А	Б	В	Г	Д
πa^3	$\frac{\pi a^3}{8}$	$\frac{3\pi a^3}{8}$	$\frac{\pi a^3}{4}$	$\frac{\pi a^3}{12}$

10. Осьовим перерізом конуса є правильний трикутник, периметр якого дорівнює 36 см. Знайти площу основи конуса.

А	Б	В	Г	Д
36π см^2	108π см^2	144π см^2	81π см^2	72π см^2

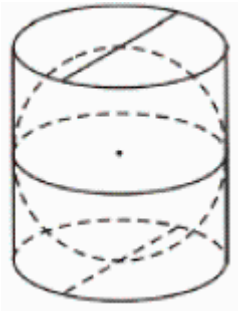
11. Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням круга навколо свого діаметра, довжина якого дорівнює **а** см.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{3}\pi a^3$ см^3	$\frac{2}{3}\pi a^3$ см^3	$\frac{1}{3}\pi a^3$ см^3	$\frac{1}{6}\pi a^3$ см^3	$\frac{1}{12}\pi a^3$ см^3

12. Об'єми двох сфер відносяться як 64:125. Як відносяться площі їх поверхонь?

А	Б	В	Г	Д
4:5	16:25	5:16	5:8	256:625

13. У склянку циліндричної форми, що повністю заповнена водою, поклали металеву кульку, яка дотикається дна і стінок склянки (див. рис.). Визначити відношення об'єму води, яка залишиться у склянці, до об'єму води, яка виллеться.



А	Б	В	Г	Д
12:21	1:2	1:3	2:1	3:2

14. Циліндр вписан у куб. Відомо, що об'єм куба 216 см ^{3}. Знайти об'єм циліндра.

А	Б	В	Г	Д
9π см^3	27π см^3	54π см^3	108π см^3	216π см^3

15. Переріз циліндра, який проведено паралельно його осі, знаходиться на відстані 2 см від неї і є квадратом. Площа бічної поверхні циліндра складає $8\sqrt{3}\pi$ см^2. Знайти площу перерізу (в см^2).

А	Б	В	Г	Д
$4\sqrt{3}$	8	$6\sqrt{2}$	16	$8\sqrt{6}$

16. Знайти об'єм тіла, утвореного обертанням куба навколо свого ребра, довжина якого дорівнює **a**.

А	Б	В	Г	Д
$4a^3$	π а^3	2π а^3	4π а^3	$\left(2+2\sqrt{2}\right)\pi$ а^3

17. Об'єм конуса дорівнює 100π см^3, а радіус основи 5 см. Знайти площу бічної поверхні конуса.

А	Б	В	Г	Д
30π см^2	45π см^2	55π см^2	65π см^2	75π см^2

18. Квадрат зі стороною $\sqrt{2}$ обертається навколо діагоналі. Знайти площу поверхні тіла обертання.

А	Б	В	Г	Д
$2\pi\sqrt{3}$	$\pi\sqrt{6}$	$2\pi\sqrt{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\pi\sqrt{2}$

19. Твірна конуса дорівнює b і нахилена до длощини основи під кутом α. Знайти відстань від центра основи конуса до твірної.

А	Б	В	Г	Д
$b\sin\alpha$	$b\sin^2\alpha$	$b\cos^2\alpha$	$\frac{2b}{\sin 2\alpha}$	$\frac{b}{2}\sin 2\alpha$

20. У конусі твірна нахилена до площини основи під кутом 60°. Знайти об'єм конуса, якщо радіус його основи дорівнює $2\sqrt{3}$ см.

А	Б	В	Г	Д
6π см^3	$4\sqrt{3}\pi$ см^3	72π см^3	8π см^3	24π см^3

Рівняння ліній. Вектори

1. Знайти радіус кола, яке задане рівнянням $x^2 + y^2 = 4x$.

А	Б	В	Г	Д
1	2	4	$2\sqrt{x}$	$4x$

2. В яких координатних четвертях лежать точки, координати яких задовольняють рівнянню $x = y^2 + 1$?

А	Б	В	Г	Д
В першій і другій	В першій і четвертій	В другій і третій	В третій і четвертій	Інша відповідь

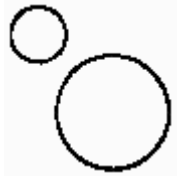
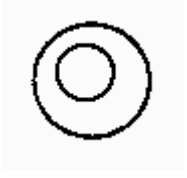
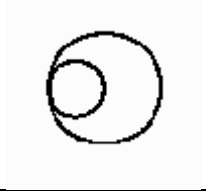
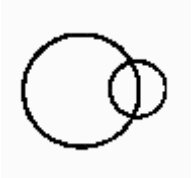
3. Коло з центром у точці О (-1; 3) проходить через точку А(2; 2). Знайти радіус даного кола.

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{10}$	4	$\sqrt{34}$	2	Інша відповідь

4. Вкажіть всі значення a , при яких рівняння $x^2 + 2ax + y^2 - 8y + 20 = 0$ буде рівнянням кола.

А	Б	В	Г	Д
$a > 2$	$a < -2$	$-2 < a < 2$	$a \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$	Інша відповідь

5. Два кола мають радіуси 3 см і 5 см, а відстань між їх центрами дорівнює 1 см. Яке взаємне розташування цих кіл?

А	Б	В	Г	Д
				

6. В яких координатних четвертях лежать точки, координати яких задовольняють співвідношенню $xy-x+2y-2=0$?

А	Б	В	Г	Д
У всіх, крім першої	У всіх, крім другої	У всіх крім третьої	У всіх, крім четвертої	У всіх четвертях

7. Вкажіть рівняння кола з центром у точці А(5; 0) і радіуса 3:

А	Б	В	Г	Д
$(x+5)^2+y^2=9$	$(x-5)^2+y^2=9$	$(x+5)^2+y^2=3$	$x^2+(y-5)^2=9$	$x^2+(y+5)^2=9$

8. Вкажіть всі значення параметра a , при яких рівняння $x^2+4x+y^2+2ay+5=0$ буде рівнянням кола.

А	Б	В	Г	Д
$a>1$	$a<-1$	$-1<a<1$	$a\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$	Інша відповідь

9. Які із наведених значень можуть бути значенням градусної міри кута між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо скалярний добуток цих векторів $\vec{a}\cdot\vec{b}=180$?

А	Б	В	Г	Д
120°	150°	90°	180°	60°

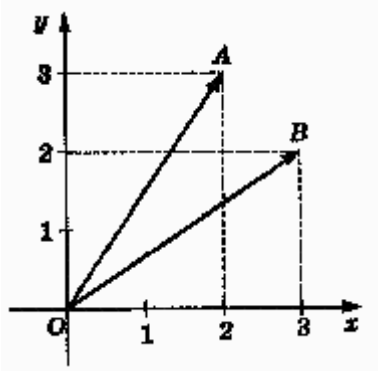
10. Знайти кут між векторами $\vec{a}$ і $7\vec{b}+2\vec{c}$, якщо відомо, що $\vec{a}\left(137;137\sqrt{3}\right)$, $\vec{b}(-2;2)$ і $\vec{c}(7;-4)$ (в градусах).

А	Б	В	Г	Д
45°	30°	90°	120°	60°

11.На площині задані чотири точки A(1;2), B(5;1), C(3;4),D(1;-4). Знайти кут між векторами $\overrightarrow{AB}$ і$\overrightarrow{CD}$.

А	Б	В	Г	Д
45°	30°	90°	120°	60°

12.Знайти скалярний добуток векторів, зображених на рисунку.



А	Б	В	Г	Д
6	8	10	12	18

13.Обчислити $\left(\vec{a}-\vec{b}\right)$, якщо $\left|\vec{a}\right|=13,\ \ \left|\vec{b}\right|=19,\ \ \left|\vec{a}+\vec{b}\right|=24$.

А	Б	В	Г	Д
22	6	-6	14	Інша відповідь

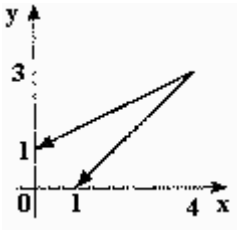
14. Знайти кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}+\vec{c}$, якщо відомо, що $\vec{a}(2;2)$, $\vec{b}(2;4)$ і $\vec{c}(-2;-6)$ (в градусах).

А	Б	В	Г	Д
115°	120°	45°	135°	60°

15. Знайти кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$, якщо кут між векторами $\vec{a}$ і $\overline{4b}$ дорівнює 60°.

А	Б	В	Г	Д
15°	30°	45°	120°	60°

16. Знайти скалярний добуток векторів, зображених на рисунку.



А	Б	В	Г	Д
9	18	16	12	24

17. Серед векторів $\vec{a}(-2;4)$, $\vec{b}(2;2)$ і $\vec{c}(0;-1)$, $\vec{d}=(1;-2)$ знайти колінеарні.

А	Б	В	Г	Д
$\vec{d}$ і $\vec{b}$	$\vec{a}$ і $\vec{d}$	$\vec{a}$ і $\vec{c}$	$\vec{d}$ і $\vec{c}$	$\vec{c}$ і $\vec{b}$

18. Знайти модуль вектора $\vec{m}=\vec{a}-2\vec{b}$ якщо $|\vec{a}|=2,\ \ |\vec{b}|=1$, а кут між векторами $\vec{a}$ і $\vec{b}$ дорівнює 60°.

А	Б	В	Г	Д
6	5	4	2	3

19.Від якої координатної площини найбільш віддалена точка (1;-7; 5)?

А	Б	В	Г	Д
yz	*xy*	*xz*	Визначити неможливо	Інша відповідь

20. Знайти координати точки M , відносно якої симетричні точки $E(-3;8;7)$ і $F(-9;6;1)$.

А	Б	В	Г	Д
(-6;7;4)	(-12;14;8)	(0;0;0)	(3;1;3)	Інша відповідь

21. При яких значеннях m точки $A(-6;3;8)$ і $B(4;-m;6)$ симетричні відносно точки $C(-1;m;7)$?

А	Б	В	Г	Д
1	-1 або 0	-1	0	Інша відповідь

22. При яких значеннях m точка $A(4;m;-2)$ симетрична точці $B(-4;m;-2)$ відносно точки $C(0;2;-2)$?

А	Б	В	Г	Д
2	При будь яких m	-1	1	Інша відповідь

23. Знайти координати точки, яка симетрична точці $A(1;2;3)$ відносно координатної площини xz.

А	Б	В	Г	Д
$(-1;2;3)$	$(1;-2;3)$	$(1;2;-3)$	$(-1;-2;3)$	$(-1;2;-3)$

24. Точка М симетрична точці К(2; 1; -2) відносно точки А(-1; 3; 0). Знайти суму координат точки М.

А	Б	В	Г	Д
-1	0	2	3	-4

25. Знайти координати точки, яка симетрична до точки (-1; 4; 7) відносно осі ординат.

А	Б	В	Г	Д
$(1;-4;7)$	(-1; -4; -7)	(-1; -4; -7)	(-1;-4; 7)	(1; 4; -7)

26. Яка з наведених точок віддалена від осі OY на відстань 10?

А	Б	В	Г	Д
$(4;3;4)$	(8; 1; -6)	(7; 0;7)	(1;1; 10)	(0;10; 0)

27. На осі ординат вкажіть такі точки, відстань від яких до точки (-1; 0; 3) дорівнює 6.

А	Б	В	Г	Д
$(0;\pm2;0)$	$(0;\pm5;0)$	$\left(0;\sqrt{26};0\right)$	$\left(0;\pm\sqrt{28};0\right)$	$\left(0;\pm\sqrt{26};0\right)$

28. Задан відрізок. Його проекцією на одну з координатних площин є відрізок тієї ж довжини. Вкажіть правильне твердження.

А	Б	В	Г	Д
Заданий відрізок обов'язково лежить в цій координатній площині	Всі відповідні координати кінців задоного відрізка протилежні	Заданий відрізок обов'язково паралельний до цієї площини	Заданий відрізок перпендикулярний до цієї координатної площини	Заданий відрізок може лежати в цій координатній площині, або може бути їй паралельним

29. Вкажіть всі значення параметра p, при яких точки A(p; 4; 0) і B(-1; p^2 ; 0) розташовані на однаковій відстані від площини xz.

А	Б	В	Г	Д
2	2 і -2	-2	-1	Інша відповідь

30. При яких значеннях **x** вектори $\vec{a}(3;0;6)$ і $\vec{b}(-8;7;x)$ будуть перпендикулярні?

А	Б	В	Г	Д
4	-2	2	0	-4

31. Знайти значення m , при якому вектори $\vec{a}(2;-4;m)$ і $\vec{b}(3;-1;5)$ взаємно перпендикулярні.

А	Б	В	Г	Д
-1	0	1	2	-2

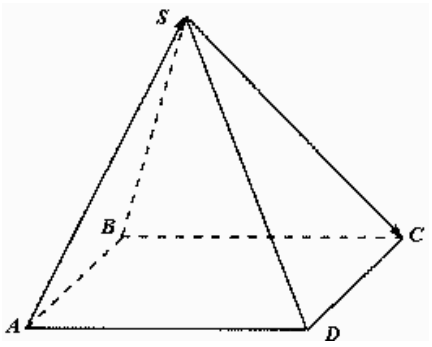
32. Задані точки A(1; 2; -3) ,B(3; -3; 0), C(0; -3; 4), D(2; -8; 7). Знайти різницю векторів $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$.

А	Б	В	Г	Д
$(0;0;0)$	(4; -6; 6)	(4; 0;0)	(-4;6; -6)	(0; -6; 6)

33. Задані вектори $\vec{a}(2;-3;5)$ і $\vec{b}(-1;4;3)$. Які координати має вектор $\vec{s} = 2\vec{a} - \vec{b}$?

А	Б	В	Г	Д
$(3;-2;13)$	(5; -10; 7)	(5; 2;-2)	(1;1; 8)	Інша відповідь

34. Сторона основи правильної чотирикутньої піраміди *SABCD* дорівнює 1. Обчислити довжину вектора $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{SC}$.



А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$	2	1	$\sqrt{2}$	Відповідь залежить від довжин бічних ребер піраміди

35. Як розташовані прямі AB і CD, якщо A(1; 2; -3), B(3; 2; -1), C(-1; 2; -3), D(-5; 2; -7)?

А	Б	В	Г	Д
перетинаються	співпадають	паралельні	мімобіжні	Інша відповідь

36. Кут між векторами $\vec{a}(4;-2;0)$ і $\vec{b}(1;2;3)$…

А	Б	В	Г	Д
Є гострим	Є прямим	Є тупим	Дорівнює 0°	Інша відповідь

37. Знайти кути між векторами $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ у просторі, якщо відомо, що ці кути попарно рівні і $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|$.

А	Б	В	Г	Д
$\arccos\frac{1}{3}$	$\arccos(-\frac{1}{3})$	$\arccos\frac{2}{3}$	$\arccos(-\frac{2}{3})$	Інша відповідь

38. Від якої координатної площини точка (-2; 6; -5) найменше віддалена?

А	Б	В	Г	Д
yz	xy	xz	Визначити неможливо	Інша відповідь

39. Задана точка P (-1; 3; 5). Знайти координати точки Q, яка симетрична точці P відносно координатної площини yz.

А	Б	В	Г	Д
$(1;3;5)$	(-1; -3; 5)	(-1; 3;-5)	(1;-3; -5)	(1;-3; 5)

40. При якому значенні m точки $P(m;4;2)$ і $Q(4;4;-2)$ симетричні відносно точки $C(-2;4;0)$?

А	Б	В	Г	Д
0	-8	12	$\sqrt{12}$	Інше значення

41. При яких значеннях m точки $A(1;3;2)$ і $B(1;5;8)$ симетричні відносно точки $C(1;m;3)$?

А	Б	В	Г	Д
Таких значень немає	0	1	4	Інше значення

42. У прсторі задані точки А(2; 3; 5) і М(1; -1; 2). Знайти координати точки С, яка симетрична до точки А відносно точки М.

А	Б	В	Г	Д
$(-2;-3;5)$	(3; 2; -3)	(1; 4;-7)	(0;-5; -1)	(35;1; -35)

43. Точка А симетрична точці В(1; 0; -1) відносно точки С(0; 1; 0). Знайти координати точки А.

А	Б	В	Г	Д
$(1;1;1)$	(-1; 2; 1)	(-1; 0;1)	(-1;1; 1)	(0;0; 0)

44. Знайти координати точки, яка симетрична відносно осі абсцис середині відрізка з кінцями в точках (7;-3;4) і (-1;1; -2).

А	Б	В	Г	Д
(-3;1; -1)	(-3; -1; -1)	(3; 1;-1)	(-3;-1; 1)	(3;1; 1)

45. Вкажіть точку, яка віддалена від початку координат на 3 одиниці.

А	Б	В	Г	Д
(2; 2; 2)	(1; 1; 1)	(0; 0; 2)	(2; 2; 1)	(0; 0; -2)

46. Ортогональною проекцією вектора з кінцями в точках А(-1;0; 5) і В(-1;0; 8) на координатну площину ху є :

А	Б	В	Г	Д
пряма	промінь	відрізок	точка	Інша відповідь

47. Укажіть всі значення параметра m, при якому точки A(4;4; m) і B (-1;-3; -4) розташовані на однаковій відстані від осі y.

А	Б	В	Г	Д
-1	1	1 і -1	Таких значень не існує	Інша відповідь

48. При яких значеннях n вектори $\vec{a}(n;-2;3)$ і $\vec{b}(n;n;-1)$ перпендикулярні? У відповіді запишіть добуток всіх отриманих значень n.

А	Б	В	Г	Д
1	-3	-1	3	$\sqrt{3}$

49. Вектори $\vec{a}(-1;x;2)$ і $\vec{b}(3;-12;-6)$ лежать на протилежних сторонах ромба. Знайти x.

А	Б	В	Г	Д
-4	4	-3	3	6

50. Задані вектори $\vec{a}(1;3;-1)$ і $\vec{b}(0;1;4)$. Координати вектора $2\vec{a}-\vec{b}$ дорівнюють…

А	Б	В	Г	Д
(4; 6; -2)	(2; 5; -6)	(2; 2; -5)	(2; 1; -9)	Інша відповідь

51. Вершини чотирикутника ABCD мають координати A(0; 2; 0), B(1; 0; 0), C(2; 0; 2),D(1; 2; 2). Який вид має чотирикутник?

А	Б	В	Г	Д
паралелограм	трапеція	прямокутник	квадрат	ромб

52. Кут між векторами $\vec{a}(2;3;-1)$ і $\vec{b}(0;1;4)$ …

А	Б	В	Г	Д
гострий	прямий	тупий	дорівнює 0°	розгорнутий

Тренувальні тести

Тест № 1

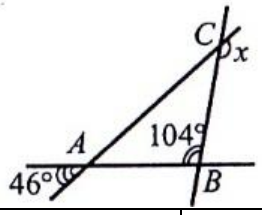
Завдання 1-25 мають по п'ять варіантів відповідей, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ.

Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді.

1. Яку з наведених цифр потрібно поставити замість зірочки в записі числа 5*62, щоб отримане число ділилося націло на 9?

А	Б	В	Г	Д
0	2	9	5	4

2. Знайдіть градусну міру кута x, зображеного на рисунку.



А	Б	В	Г	Д
95°	120°	140°	150°	160°

3. Обчисліть $\frac{\frac{3}{4}}{5}+1,5$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

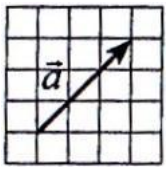
4. Вкажіть *хибне* твердження.

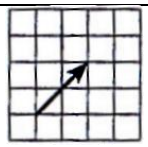
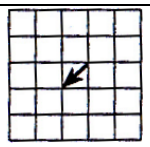
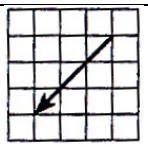
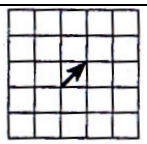
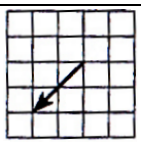
А	Б	В	Г	Д
Якщо діагоналі чотирикутника перетинаються і точкою перетину діляться навпіл, то цей чотирикутник– паралелелограм.	Якщо в паралелограма один із кутів прямий, то цей паралелограм – прямокутник.	Діагоналі омба є бісектрисами його кутів.	Діагоналі паралелограма взаємно перпендикулярні.	Кожна діагональ квадрата утворює зі стороною кут 45°.

5. Розв’яжіть рівняння $\frac{5x-3}{2} \le 6$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;3)$	$(3;+\infty)$	$(-\infty;3]$	$(1;3)$	$(-\infty;+\infty)$

6. На рисунку зображено вектор $\vec{a}$. Який із наведених векторів дорівнює вектору $-\frac{2}{3}\vec{a}$?

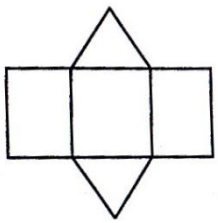


А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
				

7. Яке з наведених чисел є ірраціональним?

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
$\sqrt{16}$	$\sqrt{18}$	$\sqrt[3]{27}$	1,5	$\frac{1}{5}$

8. На рисунку зображено розгортку многогранника. Визначте кількість його вершин.



А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
10	9	8	6	**5**

9. Обчисліть $\frac{3^2 \cdot 2^9}{6^2 \cdot 2^3}$

А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
4	9	16	24	**48**

10. Областю визначення якої з наведених функцій є проміжок $(9;+\infty)$?

А	Б	В	Г	Д
$y=\sqrt{x+9}$	$y=\frac{9}{\sqrt{x+9}}$	$y=\sqrt{9-x}$	$y=\sqrt{x-9}$	$y=\frac{9}{\sqrt{x-9}}$

11. В описаному чотирикутнику сума двох протилежних сторін дорівнює 45см. Дві інші сторони відносяться як 2:3. Знайдіть більшу із цих сторін.

А	Б	В	Г	Д
3 см	9 см	18 см	27 см	**36 см**

12. Знайдіть рівняння кола, діаметром якого є відрізок *AB*, якщо *A*(8; 5), *B*(2; -3).

	$(x-5)^2+(y-1)^2=25$
	$(x+5)^2+(y-1)^2=25$
	$(x-5)^2+(y+1)^2=25$
	$(x-5)^2+(y+1)^2=25$
	$x^2+y^2=25$

13. Укажіть найменший додатний період функції $y=\sin\frac{x}{2}$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π	4π

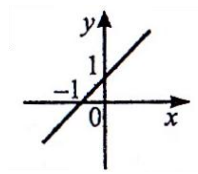
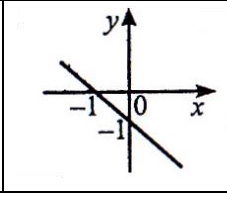
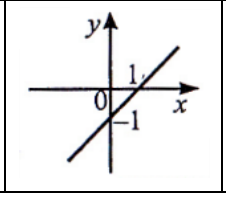
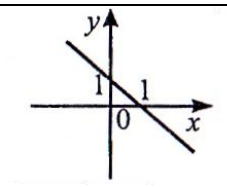
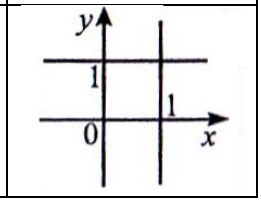
14. Укажіть суму коренів рівняння $\big||x-1|-1\big|=2$

А	Б	В	Г	Д
-1	-2	0	2	**4**

15. Обчисліть $\log_2\frac{b}{16}$, якщо $\log_2 b=3$

А	Б	В	Г	Д
1	-7	3	7	**-1**

16. Укажіть графік функції $y = x - 1$

А	Б	В	Г	Д
				

17. Якому з проміжків належать корені рівняння $6^{9-x} = 216$?

А	Б	В	Г	Д
(0; 8)	(6; 10)	(-1; 5)	(2; 5)	**(1; 6)**

18. Знайдіть точку, симетричну точці (1; 2; 3)

А	Б	В	Г	Д
(1; -2; -3)	(-1; 2; -3)	(-1; -2; -3)	(1; 2; -3)	(-1; -2; 3)

19. В арифметичній прогресії $a_3 = 9$, $a_5 + a_9 = 2.$ Знайдіть різницю цієї прогресії.

А	Б	В	Г	Д
-3	-2	1	2	3

20. Площа бічної поверхні циліндра дорівнює 15π. Знайдіть площу осьового перерізу циліндра.

А	Б	В	Г	Д
10	11	13	15	17

21. Знайдіть похідну функції $f(x) = \dfrac{3x}{x^3 + 3}$

А	Б	В	Г	Д
$f'(x)=\frac{6-6x^2}{x^3+2}$	$f'(x)=\frac{1-x^2}{(x^3+2)^2}$	$f'(x)=\frac{6-6x^2}{(x^3+2)^2}$	$f'(x)=\frac{1-6x^2}{(x^3+2)^2}$	$f'(x)=\frac{6-6x^2}{x^3+2}$

22. Висота конуса дорівнює радіусу основи. Знайдіть кут при вершині осьового перерізу конуса.

А	Б	В	Г	Д
30°	45°	60°	75°	90°

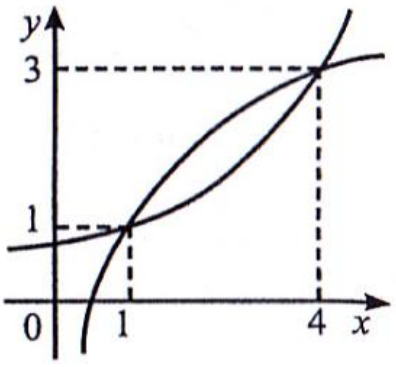
23. Обчисліть $\arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$

А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$

24. Басейн має форму прямокутного паралелепіпеда, розміри якого дорівнюють 50 м х 20 м, а глибина – 3 м. Обчисліть час (у хв.), за який басейн наповниться водою заввишки 2,8 м, якщо швидкість подачі води становить $7м^3/хв.$

А	Б	В	Г	Д
180	250	300	350	400

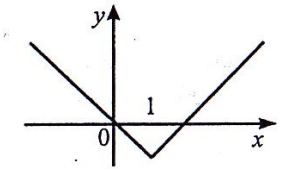
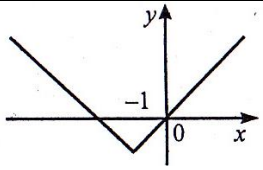
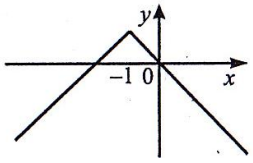
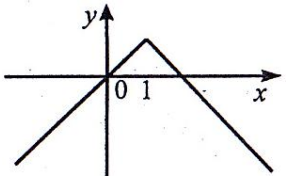
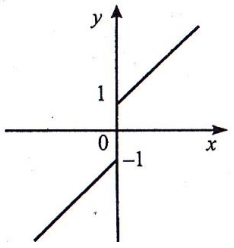
25. На рисунку зображено графіки функцій $f(x)=\log_2 x+1$ і $g(x)=\frac{2^x+5}{7}$. Скільки всього цілих розв'язків має нерівність $g(x)\le f(x)$?



А	**Б**	**В**	**Г**	**Д**
180	250	300	**350**	**400**

Завдання 26—28 передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

26. Установіть відповідність між функціями (1-4) та їх графіками (А-Д).

1	$y=\|x+1\|-1$	А	
2	$y=\|x-1\|-1$	Б	
3	$y=1-\|x+1\|$	В	
4	$y=1-\|x-1\|$	Г	
		Д	

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

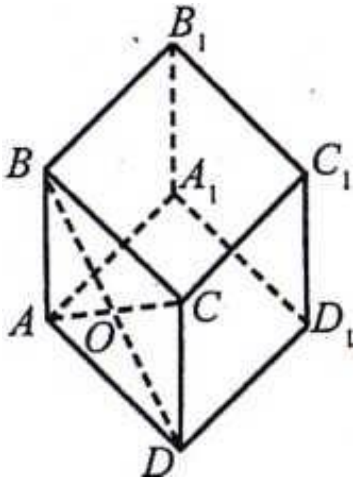
27. Установіть відповідність між числовими виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д)

Числовий вираз	*Значення виразу*
1 $(\sqrt{3}-1)^2+2\sqrt{3}$	А 2
2 $(\sqrt{7}-2)(\sqrt{7}+2)$	Б 4
3 $\sqrt{2}(\sqrt{50}-\sqrt{32})$	В 3
4 $(3\sqrt{3}-\sqrt{27})^2$	Г 1
	Д 0

28 ано куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$, точка O - центр грані $ABCD$. Установіть відповідність між умовою твердження (1-4) та його висновком (А-Д) так, щоб утворилося істинне твердження.

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

1 проекцією прямої B_1D_1 на площину ABC є	А Пряма C_1D
2 проекцією прямої B_1D_1 на площину BCC_1 є	Б Пряма B_1A
3 проекцією прямої B_1D_1 на площину ABB_1 є	В Пряма B_1C
4 проекцією прямої B_1D_1 на площину CDD_1 є	Г Пряма BO
	Д Пряма AC



Розв'яжіть завдання 29—35. Запишіть відповідь у вигляді десяткового дробу.

29. Знайдіть найбільше значення функції $y = 3 + 2x - x^2$. Якщо функція не має найбільшого значення, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь_____

30. До 600 г 10%-го розчину солі долили 150 г води. Знайдіть (у відсотках) уміст солі в новому розчині.

Відповідь_____

31. Сім книжок різних авторів і трьохтомник одного автора розташовані на одній полиці. Скількома способами можна розставити ці 10 книжок на полиці так, щоб книжки автора трьохтомника стояли поруч?

*Відповідь*_____

32. Знайдіть значення виразу $8\sin^4 x + 8\cos^4 x$, якщо $\sin x - \cos x = \frac{1}{2}$

*Відповідь*_____

33. Розв’яжіть нерівність $\left(\frac{1}{36}\right)^x - 5\cdot 6^{-x} - 6 \le 0.$ У відповідь запишіть найменший цілий розв’язок цієї нерівності.

*Відповідь*_____

34. У правильній шестикутній призмі площа найбільшого діагонального перерізу 4 $см^2$, а відстань між двома протилежними бічними гранями 4 см. Знайдіть об’єм призми (у $см^3$)

*Відповідь*_____

35. Укажіть найбільше ціле значення параметра *a*, при якому рівняння $\frac{5}{3x-a} - \frac{4}{ax-8} = 0$ має додатний розв’язок.

*Відповідь*_____

Тест № 2

Завдання 1-25 мають по 5 варіантів відповідей, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ.

Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді.

1. Обчисліть $\log_8 16$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{3}{2}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{4}$	2

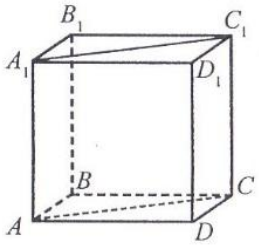
2. Довжина кроку героя мультфільму Чебурашки дорівнює 15 см, а крокодила Гени – 50 см. Яку найменшу однакову відстань має пройти кожен із них, щоб вони обидва зробили по цілому числу кроків?

А	Б	В	Г	Д
75 см	90 см	120 см	150 см	300 см

3. Знайдіть периметр рівнобічної трапеції, якщо її середня лінія дорівнює 25 см, а бічна сторона – 15 см.

А	Б	В	Г	Д
40 см	50 см	60 см	80 см	100 см

4. На рисунку зображено куб $ABCDA_1B_1C_1D_1$. Укажіть, які з указаних прямих є паралельними.



А	Б	В	Г	Д
AB і A_1C_1	BB_1 і AC	DD_1 і B_1	A_1B_1 і AC	BC і A_1C_1

5. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{1}{\lg(3-x)}$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty ; 3)$	$(-\infty ; 2)$	$(2 ; 3)$	$(-\infty ; 2) \cup (2;3)$	$(-\infty ; 2) \cup (2 +\infty)$

6. Обчисліть $\sin 990^\circ$.

А	Б	В	Г	Д
0	$\frac{1}{2}$	1	-1	$-\frac{1}{2}$

7. Діагональ прямокутника вдвічі більша за одну з його сторін. Знайдіть градусну міру меншого кута між діагоналями.

А	Б	В	Г	Д
30^0	45^0	60^0	70^0	80^0

8. Розв'язати рівняння $\sqrt[5]{2^{5x-2}} = \sqrt{32}$

А	Б	В	Г	Д
2,9	3,6	-2,3	-5,2	0

9. Сторона ромба дорівнює 17 см, а висота – 4 см. Знайдіть площу його повної поверхні.

А	Б	В	Г	Д
14 см	15 см	16 см	17 см	18 см

10. Твірна конуса дорівнює 5 см, висота – 4 см. Знайдіть площу його повної поверхні.

А	Б	В	Г	Д
$16\pi\ см^2$	$20\pi\ см^2$	$21\pi\ см^2$	$24\pi\ см^2$	$40\pi\ см^2$

11. Розв'яжіть нерівність $\log_4(3x-1) < \log_4(2x+3)$.

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty\ ;\ \frac{1}{3})$	$(-\infty\ ;\ 4)$	$(\frac{1}{3}\ ;\ +\infty)$	$(4\ ;\ +\infty\ )$	$(\frac{1}{3}\ ;\ 4)$

12. Знайдіть довжину медіани *BM* трикутника *ABC* з вершинами у точках: *A* (4; -2), *B* (-2; -2), *C* (2; 6).

А	Б	В	Г	Д
8	6	5	4,5	4

13. Вибірка задана розподілом частот. Знайдіть середнє значення вибірки.

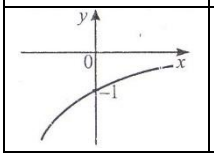
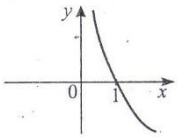
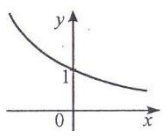
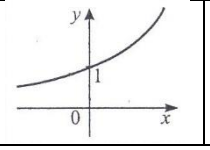
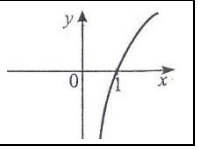
x_i, варіанта вибірки	2	4	5	6
n_i, частота	8	9	10	3

А	Б	В	Г	Д
4,25	2	3	2,5	4

14. Розв'яжіть рівняння $\operatorname{tg}(2x) = \sqrt{3}$.

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{3} + \pi n,\ n \in z$	$\frac{\pi}{6} + \pi n,\ n \in z$	$\frac{\pi}{6} + \frac{\pi n}{2},\ n \in z$	$\frac{\pi}{12} + \pi n,\ n \in z$	$\frac{\pi}{12} + \frac{\pi n}{2},\ n \in z$

15. Побудуйте схематично графік функції $y = 10^{-x}$.

А	Б	В	Г	Д
				

16. Знайдіть об'єм правильної чотирикутної піраміди, висота якої дорівнює 8 см, а бічне ребро – 17 см.

А	Б	В	Г	Д
1200 $см^3$	700 $см^3$	350 $см^3$	192 $см^3$	150 $см^3$

17. Із цифр 1, 3, 5, 7, 9 складено всі можливі п'ятицифрові числа без повторення цифр. Скільки всього серед них чисел, що діляться на 5?

А	Б	В	Г	Д
6	24	96	118	625

18. Учень навмання називає одне із натуральних чисел від 1 до 20. Яка ймовірність того, що це число є дільником числа 20?

А	Б	В	Г	Д
$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$

19. Знайдіть значення виразу $\cos^2\frac{\pi}{12}-\sin^2\frac{\pi}{12}$.

А	Б	В	Г	Д
0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

20. Обчисліть $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}}$.

А	Б	В	Г	Д
$1\frac{1}{16}$	$1\frac{1}{8}$	$1\frac{1}{4}$	$1\frac{1}{2}$	$1\frac{3}{4}$

21. Кут при основі *AB* рівнобедреного трикутника *ABC* дорівнює 50^0. Висоти трикутника, проведені до бічних сторін, перетинаються в точці *O*. Знайдіть $\angle AOB$.

А	Б	В	Г	Д
60^0	80^0	90^0	100^0	120^0

22. Бічне ребро похилої чотирикутної призми дорівнює $2\sqrt{2}$ см і нахилене до площини основи під кутом 45^0. Знайдіть довжину проекції бічного ребра на площину основи.

А	Б	В	Г	Д
$2\sqrt{2}$ см	2 см	1 см	$\sqrt{2}$ см	$\sqrt{3}$ см

23. Обчисліть $\frac{\sqrt{a^2-2a+1}}{a-1}$, якщо a= -1,2.

А	Б	В	Г	Д
-2	-1,2	-1	1	0

24. Площа поверхні кулі дорівнює $20\pi\ см^2$. Обчисліть площу великого круга даної кулі.

А	Б	В	Г	Д
$4\pi\ см^2$	$5\pi\ см^2$	$8\pi\ см^2$	$10\pi\ см^2$	$15\pi\ см^2$

25. Укажіть первісну для функції $f(x)=e^x-2x$.

А	Б	В	Г	Д
$F(x)=e^x-2$	$F(x)=e^x-x^2$	$F(x)=e^{x^2}$	$F(x)=e^{x^2}-2$	$F(x)=e^{x^2}-x^2$

Завдання 26 – 28 передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

26. Установіть відповідність між заданими виразами **(1-4)** та їх числовими значеннями **(А-Д).**

1 $\arcsin(\sin(-\frac{\pi}{2}))$

2 $\arccos(tg(-\frac{\pi}{4}))$

3 $\operatorname{arctg}(\cos(-\pi))$

4 $\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg}(-\frac{\pi}{4}))$

А $-\frac{\pi}{4}$

Б $-\frac{\pi}{2}$

В $\frac{\pi}{2}$

Г $\frac{3\pi}{4}$

Д π

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

27. Установіть відповідність між заданими функціями **(1 - 4)** та їхніми похідними **(А – Д)**.

1	y= cos (2x)	**А**	$y' = 2\sin x$
2	y= sin (2x)	**Б**	$y' = 2\cos(2x)$
3	y= $\sin\frac{x}{2}$	**В**	$y' = -\frac{1}{2}\sin\frac{x}{2}$
4	y= $\cos\frac{x}{2}$	**Г**	$y' = -2\sin(2x)$
		Д	$y' = \frac{1}{2}\cos\frac{x}{2}$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

28. Нехай $\vec{a}$(1; -1; 1), $\vec{b}$(-1; 1; 1). Установіть відповідність між заданими векторами **(1 – 4)** та їхніми координатами **(А – Д)**.

1	$\vec{a}+\vec{b}$	**А**	(-5; 5; 1)?5
2	$\vec{a}-\vec{b}$	**Б**	(5; -5; -1)
3	$\vec{b}-\vec{a}$	**В**	(0; 0; 2)
4	$2\vec{a}-3\vec{b}$	**Г**	(2; -2; 0)
		Д	(-2; 2; 0)

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

Розв'яжіть рівняння 29 – 36. Запишіть відповідь десятковим дробом.

29. Спростіть вираз $\frac{\sqrt{x}+1}{x\sqrt{x}+x+\sqrt{x}}:\frac{1}{x^2-\sqrt{x}}$ та знайдіть його значення, якщо

x = 5.

Відповідь : _____

30. Змішали 30%-й розчин соляної кислоти з 10%-м і отримали 600 грамів 15%-го розчину. Скільки взяли грамів 30%-го розчину?

Відповідь : _____

31. Знайдіть перший член геометричної прогресії, яка складається з шести членів, якщо сума трьох її членів із непарними номерами дорівнює 546, а сума трьох інших його членів дорівнює 182.

Відповідь : _____

32. Укажіть найбільше ціле число, що є розв'язком нерівності $\frac{(x-1)^2(x+2)^4(x-5)}{(2x+1)(x-4)^2}<0.$

Відповідь : _____

33. Знайдіть найменше ціле значення параметра а, при якому система рівнянь має єдиний розв'язок $\begin{cases} x^2+y^2=16 \\ (x-a)^2+y^2=1 \end{cases}$

Відповідь : _____

34. Діагоналі паралелограма дорівнюють 32 см і 10 см, а кут між ними -120^0. Знайдіть довжину більшої сторони паралелограма (у см).

Відповідь : _____

35. Сторона основи правильної трикутної піраміди дорівнює 3 см, а бічне ребро утворює з площиною основи кут 45^0. Знайдіть об'єм піраміди (у $см^3$).

Відповідь : _____

Тест № 3

Завдання 1—25 мають по п'ять варіантів відповідей, серед яких лише ОДИН ПРАВИЛЬНИЙ.

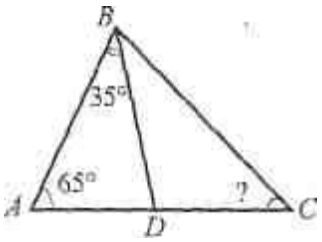
Виберіть правильний, на Вашу думку, варіант відповіді.

1. Яку з наведених цифр потрібно поставити замість зірочки в записі числа 47* , щоб отримане число ділилося націло на 3?

А	Б	В	Г	Д
1	2	9	5	6

2. У трикутнику ABC: BD — бісектриса кута B. Знайдіть градусну міру кута C.

А	Б	В	Г	Д
35°	45°	50°	55°	65°



3. Обчисліть $\frac{\frac{1}{2}}{3}+0,5$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{4}{5}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$

4. Вкажіть *хибне* твердження.

А	Б	В	Г	Д
Якщо в чотирикутнику протилежні сторони попарно паралельні, то цей чотирикутник — паралелограм.	Якщо в паралелограмі діагоналі рівні, то цей паралелограм — прямокутник.	Діагоналі ромба рівні.	Діагоналі ромба перетинаються під прямим кутом.	Діагоналі квадрата рівні і перетинаються під прямим кутом.

5. Розв'яжіть рівняння $\frac{5x-3}{2}\le 6$

А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;3)$	$(-\infty;-4)$	$(4;+\infty)$	$(-4;+\infty)$	$(-4;4)$

6. Знайдіть кут між векторами $-5\vec{a}$ і $\frac{1}{5}\vec{b}$ якщо

$\vec{a}(-1;1;4)$ $\vec{b}(1;0;-1)$

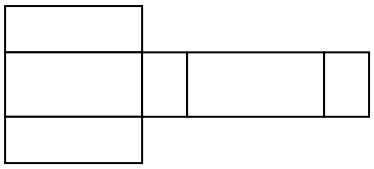
А	Б	В	Г	Д
$\arccos\left(\frac{5}{6}\right)$	30°	$\arccos\left(\frac{1}{6}\right)$	60°	$\arccos\left(\frac{1}{5}\right)$

Яке з наведених чисел є ірраціональним?

А	Б	В	Г	Д
$\sqrt{25}$	$\sqrt{21}$	$\sqrt[3]{256}$	2,5	$\frac{1}{25}$

7. На рисунку зображено розгортку многогранника. Визначте кількість його вершин.

А	Б	В	Г	Д
6	8	12	16	19



8. Обчисліть $\frac{3^4 \cdot 2^8}{216}$

А	Б	В	Г	Д
12	48	96	24	128

9. Областю визначення якої з наведених функцій є проміжок $[\ -9;+\infty)$?

А	Б	В	Г	Д
$y=\sqrt{x+9}$	$y=\sqrt{-x-9}$	$y=\sqrt{9-x}$	$y=\sqrt{x-9}$	$y=\sqrt{-x+9}$

10. Сума двох протилежних сторін описаного чотирикутника дорівнює 36 см. Знайдіть периметр цього чотирикутника.

А	Б	В	Г	Д
58 см	64 см	72 см	80 см	94 см

11.Знайдіть рівняння кола радіусом 4 із центром у точці С(- 2 ; 0).

А	Б	В	Г	Д
$(x-2)^2+y^2=4$	$(x+2)^2+y^2=16$	$(x-2)^2+y^2=16$	$(x+2)^2+y^2=4$	$x^2+y^2=16$

12. Укажіть найменший додатний період функції $y=3\cos(2x+4)$

А	Б	В	Г	Д
$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	π	2π	4π

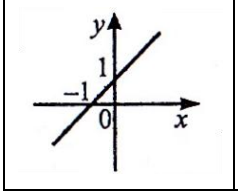
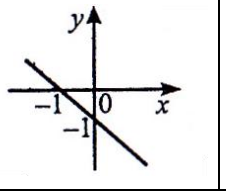
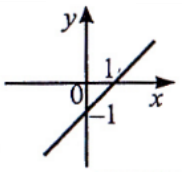
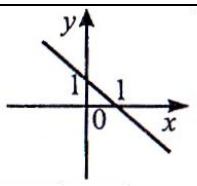
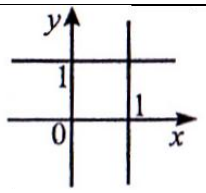
13. Укажіть різницю між більшим і меншим коренями рівняння $|x-1|=2|x-4|$

А	Б	В	Г	Д
1	2	3	4	5

14. Знайдіть значення виразу $\log_2(9a)$, якщо $\log_3 a=0,3$

А	Б	В	Г	Д
0,6	2,3	2,7	3,3	9,3

15. Укажіть графік функції $y=-x-1$

А	Б	В	Г	Д
				

16.Якому з проміжків належать корені рівняння $3^{x^2-5x+8}=9$?

А	Б	В	Г	Д
(0; 2)	(-1; 2)	(0;4)	(-4; 1)	(-5; 0)

17.Знайдіть точку, симетричну точці (-1; 7; 3) відносно площини XZ

А	Б	В	Г	Д
-(1; -7; 3)	(-1; 7; -3)	(1; 7; 3)	(1; -7; 3)	(-1; -7; -3)

18.Знайдіть суму дванадцяти перших членів арифметичної прогресії, якщо $a_1 = 6,\ a_9 = 22$

А	Б	В	Г	Д
152	184	196	204	244

19.Осьовим перерізом циліндра є квадрат, площа якого дорівнює 16 см^2. Знайдіть повну поверхню циліндра.

А	Б	В	Г	Д
$16\pi\ cm^2$	$24\pi\ cm^2$	$36\pi\ cm^2$	$48\pi\ cm^2$	$52\pi\ cm^2$

20.Знайдіть похідну функції $f(x) = \dfrac{3x}{x^3+3}$

А	Б	В	Г	Д
$f'(x)=\frac{1}{2x\sqrt{x}}$	$f'(x)=-\frac{1}{x\sqrt{x}}$	$f'(x)=\frac{2}{x\sqrt{x}}$	$f'(x)=-\frac{1}{\sqrt{x}}$	$f'(x)=-\frac{1}{2x\sqrt{x}}$

21.Діагоналі ромба дорівнюють 15 см і 20 см. Кульова поверхня дотикається до всіх сторін ромба. Радіус кулі дорівнює 10 см. Знайдіть відстань від центра кулі до площини ромба.

А	Б	В	Г	Д
4 см	5 см	8 см	3см	2 см

22.Обчисліть $\arccos\left(-\dfrac{1}{2}\right)$

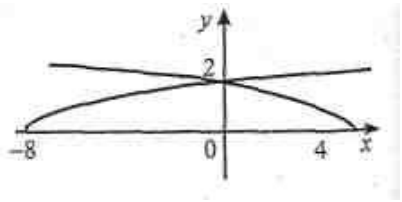
А	Б	В	Г	Д
$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{5\pi}{6}$

23. Дерев'яний брусок має форму прямокутного паралелепіпеда з вимірами 10 см, 20 см, 80 см. Скільки лаку потрібно для того, щоб один раз покрити ним усю поверхню цього бруска, якщо на 1 м^2 витрачається 100 г лаку?

А	Б	В	Г	Д
0,52 г	26г	52г	160г	520г

24.На рисунку зображено графіки функцій і $g(x)=\sqrt{4-x},\ f(x)=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{x+8}$.

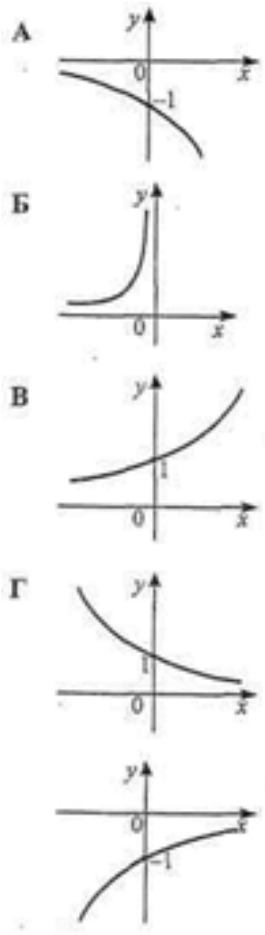
Укажіть проміжок на якому виконується нерівність $g(x)\geq f(x)$?



А	Б	В	Г	Д
$(-\infty;0]$	$[-8;+\infty)$	$[0;+\infty)$	$[0;4]$	$[-8;0]$

Завдання 26—28 передбачають установлення відповідності. До кожного рядка, позначеного ЦИФРОЮ, доберіть один відповідник, позначений БУКВОЮ, і поставте позначки в бланку А на перетині відповідних рядків (цифри) і колонок (букви).

25.Установіть відповідність між функціями (1-4) та їх графіками (А-Д).



1 $y=5^x$

2 $y=-5^x$

3 $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$

4 $y=-\left(\frac{1}{5}\right)^x$

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

26. Установіть відповідність між числовими виразами (1-4) та їхніми значеннями (А-Д)

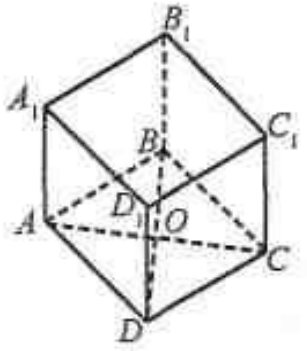
Числовий вираз	*Значення виразу*
1 $(\sqrt{28}-3)\left(\sqrt{25}+3\right)$	А 18
2 $(\sqrt{7}-1)^2+2\sqrt{7}$	Б 8
3 $\sqrt{3}(\sqrt{75}-\sqrt{27})$	В 25
4 $(2\sqrt{8}-\sqrt{2})^2$	Г 6
	Д 16

	А	Б	В	Г	Д
1					
2					
3					
4					

27. Дано зображення куба ABCDA1B1C1D1 (точка О — центр квадрата ABCD). Установіть відповідність між даними прямими (1—4) та градусними мірами кутів між ними (А—Д).

		А	Б	В	Г	Д
1						
2						
3						
4						

1 кут між прямими OB_1 і A_1C	А 30°
2 кут між прямими AB_1 і A_1D	Б 45°
3 кут між прямими AB_1 і DD_1	В 60°
4 кут між прямими AB_1 і OB_1	Г 90°
	Д 0 °



Розв'яжіть завдання 29—35. Запишіть відповідь у вигляді десяткового дробу.

28. Знайдіть найбільше значення функції $y = -x^2 + 4x - 3$. Якщо функція не має найбільшого значення, то у відповідь запишіть число 100.

Відповідь_____

29. Після випарювання із 600 г 10%-го розчину солі залишилося 400 г розчину. Знайдіть (у відсотках) вміст солі в одержаному після випарювання розчині.

Відповідь_____

30. Скількома способами з 20 чоловік можна призначити двох чергових, які мають однакові обов'язки?

*Відповідь*_____

31. Знайдіть значення виразу — $\frac{tgx-\sin x}{tgx+\sin x}$, якщо $tg\frac{x}{2}=\frac{2}{\sqrt{5}}$

*Відповідь*_____

32. Розв'яжіть нерівність $32^{2x+1}-13\cdot 6^x+2\cdot 3^{2x+1}\le 0$. У відповідь запишіть найбільший цілий її розв'язок.

*Відповідь*_____

33. Висота і твірна конуса відносяться як 4 : 5, а об'єм конуса дорівнює 96π $см^3$. Знайдіть його повну поверхню S. У відповідь запишіть $\frac{S}{\pi}$ (у $см^3$).

*Відповідь*_____

35. При якому значенні параметра *a* рівняння $\left(a^2-2a\right)x=a^2-4$ має безліч розв'язків?

*Відповідь*_____

ВІДПОВІДІ

ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА

ПЛАНІМЕТРІЯ

№1-. **№2**-. **№3**-. **№4** 12. **№5** 4,5. **№6** а)13,5; б)40,5; в)18; г)7,5; д)15; є)17. **№7** а)21; б)14; в)11; г)15; д)14. **№8** а)3; б)-; в)-; г)-. **№9** 1)30; 2)10; 3)4; 4)32; 5)10; 6)16; 7)2; 8)9; 9)52; 10)-; 11)-; 13)-; 14)-; 15)-; 16)-; 17)-; 18)-; 19)-; 20)-. **№10**-; **№11**-; **№12**-; **№13**-; **№14**-; **№15**-; **№16**-; **№17**-; **№18** 5. **№19** 1. **№20** 2. **№21** 5. **№22**. **№23** 2,5. **№24** 1. **№25** 4. **№26** 24. **№27** 12. **№28** 14. **№29** 4. **№30** 22. **№31** 1,5. **№32**-. **№33** 36°. **№34** 17. **№35** 36. **№36** 147,5°. **№37** 17°. **№38** 44. **№39** 3. **№40** 28°. **№41** 9. **№42** 120°. **№43** 21. **№44** 34°. **№45** -. **№46** 115°. **№47** 104°. **№48** 45°. **№49** – 0,6. **№50** 0,75. **№51** 0,96. **№52** 72°. **№53** 2. **№54** -0,25. **№55** 0,9. **№56** – 0,75. **№57** -0,4. **№58** 14. **№59** 70°. **№60** 111°. **№61** 43°. **№62** 55°. **№63** 127°. **№64** 2. **№65** -2. **№66** 1. **№67** 10. **№68** 10. **№69** 0,75. **№70** 0,8. **№71** 0,6. **№72** 0,5. **№73** 0,6. **№74** -0,8. **№75**-. **№76**-. **№77**-. **№78**-. **№79**-. **№80**-. **№81**-. **№82** -. **№83** 684. **№84** 72. **№85**-. **№86** $5\sqrt{2}$. **№87** $5\sqrt{2}$. **№88** 8. **№89**-. **№90** 8. **№91**-. **№92** 4. **№93** $\frac{\sqrt{3}}{4}$. **№94** 6,25. **№95** $25\sqrt{3}$. **№96** 2,5. **№97** 60°. **№98** 81. №99 45°. **№100** 12,5.

СТЕРЕОМЕТРІЯ

№1 1,6. **№2** 18. **№3** 105. **№4** 48. **№5** 4. **№6** 36. **№7** 144. **№8** 32. **№9** 15.

№10 $arc\cos\frac{1}{\sqrt{3}}$**.** **№11** 45°**.** **№12** 18. **№13** $\alpha=\frac{\pi}{3}$**.** **№14** $8\sqrt[3]{3}$**.** **№15** $arctg\frac{\sqrt{3}}{2}$**.** **№16** 3; 3; 2; $arctg\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. **№17** 64. **№18** $32\sqrt{2}\left(\sqrt{3}+1\right)$. **№19** 18. **№20** $\frac{32}{9}$. **№21** 6π; $\pi\sqrt{3\sqrt{3}}$. **№22** 3. **№23** $16\pi\sqrt{3}$**.** **№24** $24\sqrt{3}$. **№25** 320. **№26** 10. **№27** 11. **№28** 156. **№29** 2,75. **№30** 32. **№31** 3. **№32** 70. **№33** 340. **№34** 156. **№35** 261. **№36** 36. **№37** 16. **№38** 540. **№39** 18. **№40** 34. **№41** 18. **№42** 26. **№43** 13776. **№44** 30. **№45** 8. **№46** 4. **№47** 15. **№48** 175. **№49** 8. **№50** 8. **№51** 30. **№52** 2. **№53** 4. **№54** 15. **№55** 19. **№56** 45°. **№57** 10. **№58** 65. **№59**-. **№60** 405**.** **№61** 12. **№62** 0.8. **№63** 12. **№64** 1.4. **№65** -. **№66** -. **№67** -. **№68** -. **№69** -. **№70** -. **№71** -. **№72** -. **№73** -. **№74** -. **№75**-. **№76**-. **№77**-. **№78**-. **№79**-. **№80**-. **№81**-.

ТЕСТОВІ ЗАВДАННЯ

ПЛАНІМЕТРІЯ

Трикутник

№1 А. **№2** Д. **№3** В**.** **№4** В. **№5** В. **№6** Г. **№7** А. **№8** А. **№9** В. **№10** Б**.** **№11** Д. **№12** В**.** **№13** Г**.** **№14** Д **.** **№15** А**.** **№16** Д **.** **№17** Б**.** **№18** Г. **№19** В. **№20** Д. **№21** Б. **№22** А. **№23** Б**.** **№24** Д. **№25** Б. **№26** А. **№27** Д**.** **№28** Б.

Коло

№1 В**.** **№2** Г**.** **№3** Б**.** **№4** Г. **№5** А. **№6** Б. **№7** В. **№8** В. **№9** А. **№10** Г**.** **№11** Д. **№12** Д**.** **№**13 Б**.** **№14** Б**.**

Прямі і кути

№1 Г. **№2** Г. **№3** А**.**

Чотирикутники

№1 А. **№2** Д. **№3** А. **№4** Д. **№5** Б. **№6** А. **№7** Г. **№8** В. **№9** Г.

СТЕРЕОМЕТРІЯ

Пряма і площина

№1 Г. **№2** Д. **№3** В. **№4** А. **№5** Б. **№6** А. **№7** А.

Многокутники

№1 А. **№2** А. **№3** А. **№4** В. **№5** Г. **№6** В. **№7** Б. **№8** В. **№9** В.

№10 Б . **№11** Б. **№12** В. **№13** Б. **№14** Б. **№15** Б. **№16** В . **№17** В. **№18** Б. **№19** В . **№20** Г . **№21** Д . **№22** Д . **№23** В .

Сферичні і циліндричні тіла

№1 Г. **№2** Д. **№3** Б. **№4** Д. **№5** Б. **№6** В. **№7** В. **№8** А. **№9** Г.

№10 А . **№11** Г. **№12** Б. **№13** Б. **№14** В . **№15** Б. **№16** Б. **№17** Г. **№18** В. **№19** Д . **№20** Д.

Рівняння ліній. Вектори

№1 Б. **№2** Б. **№3** А. **№4** Г. **№5** Б. **№6** Г. **№7** Б. **№8** Г. **№9** Д.

№10 Б . **№11** Б. **№12** Г. **№13** А. **№14** Г . **№15** Д. **№16** Б. **№17** Б. **№18** Г . **№19** В. **№20** А. **№21** А . **№22** А . **№23** Б . **№24** Г . **№25** Д. **№26** Б. **№27** Д. **№28** Д. **№29** Б. **№30** А. **№31** Д. **№32** А. **№33** Б. **№34** Г. **№35** В. **№36** Б. **№37** Б. **№38** А. **№39** А. **№40** Б. **№41** Г. **№42** Г. **№43** Б. **№44** В. **№45** Г. **№46** Г. **№47** В. **№48** Б. **№49** Б. **№50** Б. **№51** Д. **№52** В.

ТРЕНУВАЛЬНІ ТЕСТИ

Тест №1

1 Г. **2** Г. **3** А. **4** Г**. 5** В. **6** Д. 7 Б. **8** Г. **9** В. **10** Д. **11** Г. **12** А. **13** Д. **14** Г. **15** Д. **16** В. **17** А. **18** Г. **19** Б. **20** Г. **21** В. **22** Д. **23** А. **24** Д. **25** Б. **26** 1Б, 2А,3В,4Г. **27** 1Б, 2В, 3А,4Д. **28** 1Г, 2В, 3Б, 4А. **29** 4. **30** 8. **31** 241920. **32** 5,75. **33** -1. **34** 12. **35** 10.

Тест №2

1 Б. **2** Г. **3** Г. **4** В**. 5** Г. **6** Г. 7 В. **8** А. **9** В. **10** Г. **11** Д. **12** В. **13** Д. **14** В. **15** В. **16** А. **17** Б. **18** В. **19** В. **20** Г. **21** Г. **22** Б. **23** В. **24** Б. **25** Б. **26** 1Б, 2Д,3А,4Г. **27** 1Г, 2Б, 3Д,4В. **28** 1В, 2Г, 3Д, 4Б. **29** 4. **30** 150. **31** 486. **32** 3. **33** -5. **34** 19. **35** 2,25.

Тест №3

1 А. **2** Б. **3** В. **4** В. **5** Б. **6** А. **7** Б. **8** В. **9** Г. **10** В. **11** В. **12** Б. **13** В. **14** Г. **15** Б. **16** Б. **17** В. **18** А. **19** Г. **20** Б. **21** Д. **22** В. **23** Г. **24** В. **25** Д. **26** 1 В, 2 А, 3 Г, 4 Д. **27** 1 В, 2 А, 3 Г, 4 Б. **28** 1 Г, 2 В, 3Б, 4А. **29** 1. **30** 15. **31** 190. **32** 0,8. **33** 1. **34** 96. **35** 2

Література

1. Вишенський В.А. Конкурсні задачі з математики / В.А. Вишенський, М.О. Перестюк, А.М. Самойленко. – К.: Вища школа, 2001. – 431 с.

2. Балаян Э.Н. Математика. Сам себе репетитор / Э.Н.Балаян – Ростов-на-Дону: Феникс,2004. – 475 с.
3. Макаренко О.І. Конкурсні завдання з математики / О.І. Макаренко, В.Г. Овсієнко, В.І.Жлуктенко, В.А. Бегун, С.І. Наконечний. – К.: КНЕУ, 1999. – 410с.
4. Горнштейн П.І. Підводні рифи конкурсного екзамену з математики / П.І. Горнштейн, А.Г.Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – К.: Евроиндекс Лтд, 1994. – 231с.
5. Карагодова О.О. Збірник задач з математики з аналізом розв'язків / О.О. Карагодова, О.І.Черняк. – К.: Знання, 2000. – 331с.
6. Егерев В.К. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во вузы / Егерев В.К., Зайцев В.В., Б.А. Кордемский и др. – М.: Висшая школа, 1978. – 518 с.
7. Титаренко О. 5770 задач з математики / О. Титаренко. – Харків: Торсінг. – 335с.
8. Горнштейн П.Н. Задачи с параметрами / П.И. Горнштейн, В.Б. Полонский, М.С. Якир. – К.: РИА «Текст»; МП «ОКО», 1992. – 290с.
9. Каплан Я.Л. Рівняння / Я.Л. Каплан. – К.: Рад. шк., 1968. – 406с.
10. Кужель О.В. Контприклади в математиці / О.В. Кужель. – К.: Род. шк., 1998. – 96с.
11. Марков В.К. Системы алгебраических уравнений / В.К. Марков. – М.: МГУ, 1968. – 72с.
12. Габович И.Г. Алгоритмический подход к решению геометрических задач / И.Г. Габович. – К.: Рад. шк., 1989. – 160с.
13. Шапочка І.В. Збірник конкурсних завдань з математики / І.В. Шапочка, В.І. Шапочка. – Ужгород: Патент, 2004. – Ч.1. – 115с.
14. Шапочка І.В. Збірник конкурсних завдань з математики / І.В. Шапочка, В.І. Шапочка. – Ужгород: Патент, 2004. – Ч.2. – 126с.
15. Конкурсні тестові завдання для випускників. Математика / укл. Ф.Е. Гече. – Ужгород: УжНУ «Говерла», 2007. – 230с.