

*Михайло Кайдаш*

## ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІКИ МАШИННОГО АГРЕГАТУ З НЕЛІНІЙНОЮ МЕХАНІЧНОЮ ХАРАКТЕРИСТИКОЮ РОБОЧОЇ МАШИНИ

*Mykhailo Kaidash*

## DYNAMIC RESEARCH OF MACHINE ENGINE WITH NONLINEAR MECHANICAL CHARACTERISTIC OF THE OPERATING MACHINE

*Досліджено процес розбігу машинного агрегату з нелінійною механічною характеристикою робочої машини. Встановлено функціональні залежності для визначення зміни кутової швидкості ротора двигуна та моменту в передавальному механізмі. Задачу розв'язано в аналітичному вигляді без застосування методів лінеаризації. Отримані результати мають певну практичну спрямованість, оскільки дозволяють встановлювати відповідність характеру руху вимогам технологічного процесу, а також визначити параметри виконавчого механізму в процесі його динамічного проектування.*

**Ключові слова:** машинний агрегат; процес розбігу; нелінійна характеристика; кутова швидкість; момент в передавальному механізмі.

*The process of runoff of a machine aggregate with a nonlinear mechanical characteristic of an operating machine is investigated. Functional dependencies are established for determining the change of angular speed of the engine rotor and moment in the transfer mechanism. The problem is solved in an analytical form without application of linearization methods. The obtained results have a certain practical orientation, since they allow to establish conformity of the motion nature with the requirements of the technological process and to determine the parameters of the operating mechanism in the process of its dynamic design either.*

**Key words:** machine aggregate; run-off process; nonlinear characteristic; angular velocity; moment in the transmission mechanism.

Одним із завдань дослідження динаміки машинного агрегату є визначення й аналіз законів руху та динамічних навантажень, що відповідають найбільш характерним режимам роботи, як усталений рух та перехідні процеси.

Найчастіше для визначення закону руху використовують наближені лінійні механічні характеристики. В цьому випадку розв'язок диференціальних рівнянь руху можна отримати в аналітичній формі. Задача дещо ускладнюється, якщо хоча б одна з механічних характеристик (рушійних сил або сил опору) є нелінійною і в більшій мірі – коли нелінійними є обидві механічні характеристики.

Вивченню динаміки машинних агрегатів присвячено досить велику кількість досліджень. До основоположних з них можна віднести роботи [1] – [3], де розглянуто різні аспекти динаміки машин з електроприводом та двигунами внутрішнього згоряння, а також запропоновано аналітичні методи динамічних розрахунків приводів машинних агрегатів.

Широке коло питань стосовно визначення законів руху для усталеного режиму машинного агрегату та перехідних процесів – розбігу і гальмування розглянуто в роботі [4]. Разом з загальними методами динамічного аналізу і синтезу тут викладено методику вибору динамічних моделей окремих частин машин, показано способи визначення динамічних навантажень в передавальних механізмах.

З метою спрощення обчислювальних процедур нелінійні характеристики робочої машини, як правило, замінюють їх лінеаризованими наближеннями [5], [6], що в певній мірі ускладнює практичне застосування отриманих результатів.

В даній роботі досліджено процес розбігу машинного агрегату, що складається з двигуна, передавального механізму та робочої машини, що має нелінійну характеристику у вигляді квадратичної функції. Розв'язок задачі отримано в аналітичному вигляді без традиційного застосування методів лінеаризації.

При аналізі динаміки машинного агрегату прийнято припущення:

– передаточне відношення та коефіцієнт корисної дії передавального механізму є незмінними;

- під час розбігу середня кутова швидкість ротора електродвигуна за кожен його повний оберт змінюється незначно;
- на вхід двигуна подається постійний управляючий параметр, тобто розбіг є некертованим;
- для дослідження процесу розбігу використовується статична характеристика двигуна;
- зведений до валу двигуна момент сил опору залежить тільки від швидкості і несуттєво змінюється відносно середнього за повний оберт ротора значення;
- в процесі розбігу кутова швидкість ротора двигуна змінюється від нуля до значення, що є середнім для усталеного руху.

З урахуванням вищезазначеного, для розв'язання задачі використано рівняння [1]:

$$J \cdot \frac{d\omega}{dt} = M_D(\omega) + M_{OP}(\omega), \quad (1)$$

де  $t$  – час;

$\omega$  – кутова швидкість ротора двигуна;

$J$  – зведений до валу ротора двигуна момент інерції всього машинного агрегату;

$M_D(\omega)$  – момент на валу ротора двигуна;  $M_{OP}(\omega)$  – зведений до валу ротора момент сил опору.

Закон руху  $\omega(t)$  визначався для режиму розбігу машинного агрегату з двигуном, що має лінійну статичну характеристику  $M_D(\omega)$ , та робочою машиною з нелінійною характеристикою  $M_{OP}(\omega)$  у вигляді квадратичної функції:

$$M_D(\omega) = B_D(\omega - \omega_0) + M_0, \quad (2)$$

$$M_{OP}(\omega) = A_M(\omega^2 - \omega_0^2) + B_M(\omega - \omega_0) - M_0, \quad (3)$$

де  $B_D, A_M, B_M$  – параметри характеристик двигуна і робочої машини відповідно;

$B_D \neq 0, A_M \neq 0$ ;

$\omega_0, M_0$  – швидкість і момент двигуна в режимі усталеного руху, для якого  $M_0 = M_D(\omega_0) = -M_{OP}(\omega_0)$ ;  $M_0 > 0$ .

В результаті інтегрування (1) для вибраних (2) і (3) з урахуванням початкової умови:  $t = 0, \omega = 0$ , отримано:

$$t(\omega) = \frac{J}{2A\omega_0 + B} \cdot \ln \left| \frac{A(\omega - \omega_0)(A\omega_0 + B)}{(A(\omega + \omega_0) + B)A\omega_0} \right|, \quad (4)$$

де  $A = A_M$ ;  $B = B_D + B_M$ .

Залежність  $\omega(t)$ , визначено, як функцію, що є взаємно оберненою до (4):

$$\omega(t) = \frac{1}{A} \cdot \left[ \frac{2A\omega_0 + B}{Cz + 1} - A\omega_0 - B \right], \quad (5)$$

де  $z = \exp[t \cdot (2A\omega_0 + B) / J]$ ,  $C = A\omega_0 / (A\omega_0 + B)$ .

Аналіз формули (5) показує, що асимптотичне наближення кутової швидкості  $\omega$  до величини  $\omega_0$  відбувається при  $2A\omega_0 + B < 0$ , що відповідає умові стійкої роботи привода [4]:  $\partial M_D / \partial \omega + \partial M_{OP} / \partial \omega < 0$ .

Визначення функції  $\omega(t)$  дає можливість відшукати момент  $M_{II}$ , що виникає в передавальному механізмі під час розбігу. Відповідно до прийнятої схеми машинного агрегату умову рівноваги вала ротора двигуна з моментом інерції  $I_D$  представлено рівнянням:

$$J_D \frac{d\omega}{dt} = M_D(\omega) - M_{II}(\omega). \quad (6)$$

Розв'язок рівняння (6), з урахуванням співвідношень (2) і (5), отримано у вигляді:

$$M_{II}(\omega) = M_0 + \frac{1}{A} \cdot C\alpha \cdot \frac{\eta\alpha - B_D [C \exp(t\alpha/J) + 1]}{[C \exp(t\alpha/J) + 1]^2} \cdot \exp(t\alpha/J), \quad (7)$$

де  $\alpha = 2A\omega_0 + B$ ;  $\eta = J_D / J$ .

В межах прийнятих допущень формула (7) враховує практично всі основні параметри процесу розбігу машинного агрегату. В залежності від співвідношення між величинами  $\eta\alpha$  і  $B_D [C \exp(t\alpha/J) + 1]$  момент  $M_{II}$  може змінюватися в часі, як в бік збільшення, так і зменшення, відносно величини  $M_0$ . Виконання умови  $\eta\alpha = B_D [C \exp(t\alpha/J) + 1]$  призводить до окремого випадку, коли  $M_{II}(\omega) = M_0$ .

При завданих механічних характеристиках двигуна і робочої машини головним фактором для регулювання величини  $M_{II}$  є безрозмірний параметр  $\eta$ , що змінюється в межах  $0 < \eta < 1$ .

Отримані результати аналітичного дослідження можуть бути використані для визначення оптимальних параметрів машинних агрегатів з нелінійною характеристикою виконавчого механізму на стадії їх динамічного проектування.

#### Список використаних джерел

1. Зиновьев В.А. Основы динамики машинных агрегатов / В.А. Зиновьев, А.П. Бессонов. – М.: Машиностроение, 1964. – 240 с.
2. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов / В.Л. Вейц. – Л.: Машиностроение, 1969. – 368 с.
3. Кожевников С.Н. Динамика нестационарных процессов в машинах / С.Н. Кожевников – Киев: Наукова думка, 1986. – 288 с.
4. Коловский М.З. Динамика машин / М.З. Коловский – Л.: Машиностроение. Ленингр. отд-е, 1989. – 263 с.
5. Степанов А.Г. Динамика машин / А.Г. Степанов. – Екатеринбург: УрО РАН, 1999. – 304 с.
6. Бъчваров С.Н. Динамика машинного агрегата с упругим валом и линейной характеристикой исполнительного механизма / С.Н. Бъчваров, В.Д. Златанов, С.Г. Делчева-Атанасова, И.Г. Янчев // Теория механизмов и машин. Санкт-Петербургский государственный политехнический университет. – 2004. – Т.2, №3. – С. 62–74.

**Кайдаш Михайло Дмитрович** – кандидат технічних наук, доцент кафедри зварювального виробництва та автоматизованого проектування будівельних конструкцій, Чернігівський національний технологічний університет (вул. Шевченка, 95, Чернігів, 14035, Україна).

**Kaidash Mykhailo** – PhD in Technical Sciences, Associate Professor of welding technology and CAD/CAM/CAE systems of building structures Department, Chernihiv National University of Technology (95 Shevchenko Str., 14035, Chernihiv, Ukraine).

**E-mail:** 0203kmdcn@gmail.com

