

РОЗДІЛ I. МЕХАНІКА

УДК 539.3:534.1

О.В. Савченко, канд. техн. наук

Чернігівський державний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

ЕВОЛЮЦІЙНІ АЛГОРИТМИ ГЛОБАЛЬНОЇ ОПТИМІЗАЦІЇ КОМПОЗИТНИХ ОБОЛОНОК ЗА КРИТЕРІЄМ МАКСИМАЛЬНОГО ДЕМПФІРУВАННЯ

Розглядаються задачі використання еволюційних методів оптимізації для оптимального проектування композитних в'язкопружних конструкцій, зокрема багатошарових оболонок із максимальним демпфіруванням.

Вступ. Постійно зростаючі вимоги до сучасних машин і агрегатів приводять до необхідності використання матеріалів і конструкцій зі спеціальними властивостями. Зокрема, для конструкцій, працюючих при динамічних навантаженнях, визначальними параметрами є маса, частотний спектр, рівень демпфірування, час затухання виникаючих коливань, міцність і жорсткість. Забезпечення таких, часто суперечливих, параметрів у більшості випадків можливе тільки при використанні композитних конструкцій і конструкцій з композиційних матеріалів. Найпривабливішою особливістю таких конструкцій є можливість управління структурою, механічними характеристиками і, як наслідок, можливість створення конструкцій з наперед заданими параметрами. У той же час, реалізація цих можливостей вимагає розвитку методів моделювання і оптимального проектування таких конструкцій.

Питання демпфірування коливань за допомогою засобів пасивного розсіяння енергії привертають увагу конструкторів і науковців вже понад п'ятдесят років. За цей час одержано фундаментальні результати з розсіяння енергії в однорідних матеріалах і конструкціях із них [1-4]. У той же час виявилось, що у більшості конструкційних матеріалів не можна поєднати дві суперечливі властивості: міцність і розсіяння енергії. Застосування пасивних пристроїв на основі полімерів суттєво покращувало характеристики демпфірування, проте вимагало розрахунку одержаних композитних конструкцій та їх оптимізації за критерієм маси. Прогрес у проблемі створення міцних і одночасно вібростійких конструкцій пов'язується з появою промислових композитних матеріалів. Про підвищену увагу до питань демпфірування свідчить нова хвиля публікацій, присвячених демпфіруванню коливань конструкцій з композиційних матеріалів [5-8]. При цьому стало очевидним, що без використання методів оптимального проектування суттєвого прогресу досягти неможливо. Більше того, виявилось, що використання "класичних" методів оптимізації для конструкцій з неідеально пружних композиційних матеріалів є недостатньо ефективним – потрібна побудова математичних моделей таких матеріалів і конструкцій із них та відповідні методи оптимізації, здатні "подолати" багатоекстремальність задач оптимізації.

Математичні моделі динаміки композитних конструкцій

Для побудови математичних моделей композитних конструкцій, що враховують особливості взаємодії їх елементів і в'язкопружні властивості матеріалів, деякими науковими [7; 8] запропоновано метод скінченно-елементного моделювання у просторі інтегральних перетворень Фур'є (FFEM). При цьому для опису розсіяння енергії в матеріалі виявилось можливим коректно використати комплексні модулі, зв'язати розсіяння енергії з напружено-деформованим станом матеріалу, врахувати частотну і температурну залежність розсіяння енергії, поставити і розв'язати задачі проектування конструкцій з максимальними демпфіруючими властивостями і задачі оптимального розміщення елементів пасивного демпфірування, зокрема, для оболонок, частково покритих демпфіруючим матеріалом. Для розв'язання задач глобальної оптимізації розроблено варіан-

ти сучасних пошукових методів [9]. До таких методів відносяться пошукові методи глобальної і багатокритеріальної оптимізації на основі так званих еволюційних алгоритмів, які не вимагають визначення похідних, що є суттєвим при реалізації ітераційних процесів, і які працюють із кількістю проектних параметрів, недоступною для традиційних градієнтних методів теорії нелінійного програмування.

У даній роботі розглянуто приклади одержання оптимальних структур багатошарових пологих оболонок із довільно розташованими шарами армованих неідеально пружних матеріалів. Математичну модель оболонки побудовано з використанням напіваналітичного варіанту частотного методу скінченних елементів [10]. Ефективні характеристики композиційних в'язкопружних матеріалів визначаються за методикою, наведеною в роботах науковців [7; 8].

З урахуванням прийнятої лінійної апроксимації переміщень у межах шару визначено матрицю динамічної жорсткості шару, який розглядається як скінченний елемент:

$$Z(i\omega) = K(i\omega) + (i\omega)^2 M, \quad (1)$$

де $K(i\omega)$ – матриця жорсткості шару, яка залежить від комплексних модулів матеріалу; M – матриця мас; ω – частота коливань; $i = \sqrt{-1}$.

Синтез матриці динамічної жорсткості багатошарової оболонки з окремих скінченних елементів-шарів здійснюється за традиційною методикою методу скінченних елементів [10]:

$$GZ(i\omega) = GK(i\omega) + (i\omega)^2 GM. \quad (2)$$

Для аналізу розсіяння енергії розглядається нелінійна задача на власні значення:

$$GZ i\omega q = 0. \quad (3)$$

Власні числа і вектори матриці $GZ i\omega$ визначаються за методикою, запропонованою Савченко Є.В. [8].

Декремент коливань визначається за відомими власними значеннями (комплексними частотами) матриці $GZ i\omega$:

$$\delta_k = \pi \cdot \arctg \frac{\omega''}{\omega'} \approx 2\pi \frac{\omega''}{\omega'}, \quad (4)$$

де $\omega_k = \omega'_k + i\omega''_k$ – комплексна частота коливань, відповідна k -ій формі.

Метод оптимізації

Для розв'язання задач оптимізації у даній роботі застосовується варіант методу оптимізації на основі генетичних алгоритмів, який не використовує традиційне кодування і оперування двійковими представленнями елементів популяції (хромосом) і дозволяє враховувати довільні обмеження як безпосередньо на проектні параметри, так і на змінні стану. Процедура алгоритму безумовної оптимізації наведено в праці Савченко О.В., Савченко І.О. [9].

Для умовної оптимізації використовується модифікація цього методу. Модифікований алгоритм працює з множиною допустимих точок, у зв'язку з чим при генерації початкової популяції для кожної випадково генерованої точки перевіряються умови оптимізації. Для точок, які не задовольняють умови, відбувається повторна випадкова генерація, доки нова точка не опиниться у допустимій області. При проведенні подальших процедур генетичного алгоритму популяція точок залишається у допустимій області. Якщо в результаті схрещування або мутації нова точка виходить за межі допустимої області, ці процедури повторюються до одержання нової точки, яка задовольнятиме умови оптимізації. Існують різні критерії завершення процесу: після фіксованої кількості поколінь або фіксованого часу обчислень, після певної кількості поколінь без покращення цільової функції тощо. У роботі використовувалася фіксована кількість у 80 поколінь.

Приклади оптимізації

Побудована модель багат шарової пологої оболонки дозволяє одержати розв'язок загальної задачі проектування оптимального пакета n шарів для отримання необхідних характеристик оболонки, зокрема екстремального значення декременту коливань, при прийнятих обмеженнях і змінних проектування. В окремих випадках можна обмежитися варіюванням тільки деяких параметрів, необхідних конструктору.

Нижче розглянуто приклади оптимізації для декількох найбільш характерних варіантів структури пологої оболонки.

Початковими параметрами оболонки є:

– габаритні розміри 4×4 м;

– кривизни $k_1 = 0.001$ 1/м, $k_2 = 0.001$ 1/м;

– комплексні модулі армуючого матеріалу: об'ємний модуль $K_1 = 4 \cdot 10^{11} + 4 \cdot 10^8 i$ Па, модуль зсуву $G_1 = 0.8 \cdot 10^{11} + 0.8 \cdot 10^8 i$ Па;

– комплексні модулі матеріалу основи відповідно $K_2 = 4 \cdot 10^9 + 4 \cdot 10^8 i$ Па, $G_2 = 0.8 \cdot 10^9 + 0.8 \cdot 10^8 i$ Па;

– густина армуючого матеріалу $\rho_1 = 5 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$;

– густина матеріалу основи $\rho_2 = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Компоненти матриці комплексних модулів матеріалу шарів визначалися за методикою, наведеною Дубенець В.Г. та Хильчевським В.Г. [7], густина – за правилом сумішей $\rho_{E\Phi} = \eta\rho_1 + (1-\eta)\rho_2$ (η – коефіцієнт армування).

Розглянуто такі приклади визначення оптимальних структур пологої оболонки:

– тришарова оболонка типу "сендвіч" (рис. 1 а) при обмеженнях на товщини шарів:

$$x = [h_1 \ h_2 \ h_3], \Delta(x) \Rightarrow \max \text{ при } h_i^{\min} \leq h_i \leq h_i^{\max}, (i = 1, 2, 3);$$

– п'ятишарова оболонка з двома демпфіруючими шарами (рис. 1 б) при обмеженнях на товщину і характер армування:

$$x = [h_1 \ h_2 \ h_3 \ h_4 \ h_5], \text{ при } h_i^{\min} \leq h_i \leq h_i^{\max} \quad (i = 1 \dots 5);$$

– семишарова оболонка з шарами, армованими волокнами, при обмеженнях на товщину, коефіцієнти армування і кути армування (рис. 1 в):

$$x = (e t_1, e t_2, \dots, e t_7, f i_1, f i_2, \dots, f i_7, h_1, h_2, \dots, h_7),$$

при $h_i^{\min} \leq h_i \leq h_i^{\max}$, $e t_i^{\min} \leq e t_i \leq e t_i^{\max}$, $f i_i^{\min} \leq f i_i \leq f i_i^{\max}$, ($i = 1, 2, \dots, 7$).

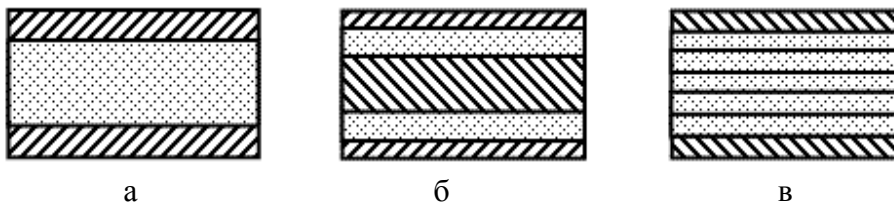


Рис. 1. Варіанти багат шарових структур пологої оболонки: тришаровий пакет (а); п'ятишаровий пакет (б); семишаровий пакет (в)

Результати розрахунку за критерієм максимального декременту коливань по першій формі для трьох варіантів структури наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Порівняння довільних і оптимальних структур пологої оболонки

Види структури	Параметри пакета шарів $x = [\eta_1, \dots, \eta_n, \varphi_1, \dots, \varphi_n, h_1, \dots, h_n]$; x_0 – довільне значення, x_{opt} – оптимальне значення вектора проектних параметрів (η – коефіцієнт армування, φ – кут армування, h – товщина шару)	Декремент коливань
а	$x_0 = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.02 \ 0.02 \ 0.02]$	$\Delta_0 = 0.0239$
	$x_{opt} = [0.8583 \ 0.1001 \ 0.8633 \ 1.5706 \ 0.7795 \ 0 \ 0.0189 \ 0.0345 \ 0.0185]$	$\Delta_{opt} = 0.2454$
б	$x_0 = [1 \ 0.5 \ 1 \ 0.5 \ 1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.001 \ 0.01 \ 0.04 \ 0.01 \ 0.001]$	$\Delta_0 = 0.0101$
	$x_{opt} = [1.0000 \ 0.9000 \ 1.0000 \ 0.9000 \ 1.0000 \ 1.5289 \ 0.0000 \ 1.1065 \ 1.5708 \ 0.5748 \ 0.0010 \ 0.0300 \ 0.0400 \ 0.0300 \ 0.0010]$	$\Delta_{opt} = 0.0767$
в	$x_0 = [0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001]$;	$\Delta_0 = 0.0344$
	$x_{opt} = [0.8374 \ 0.1016 \ 0.1001 \ 0.1016 \ 0.1084 \ 0.6309 \ 0.8516 \ 0 \ 0.0078 \ 0.0039 \ 0.7773 \ 0.9766 \ 1.1875 \ 1.5664 \ 0.0012 \ 0.0010 \ 0.0010 \ 0.0010 \ 0.0010 \ 0.0010 \ 0.0010 \ 0.0012]$	$\Delta_{opt} = 0.2561$

На рис. 2-4 показано осцилограми вільних коливань оболонки по першій формі згинальних коливань для довільного й оптимального варіантів трьох розглянутих структур.

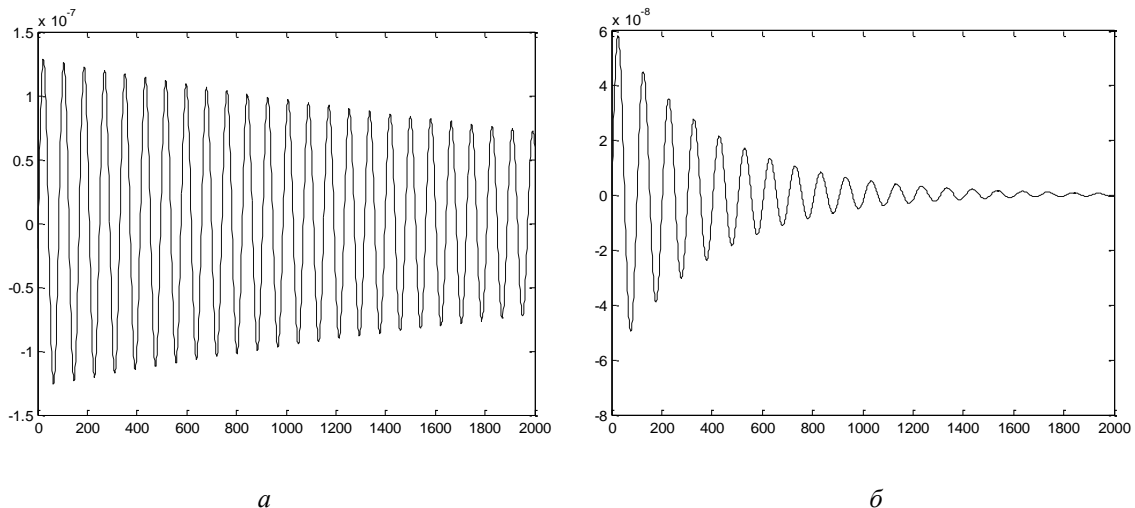


Рис. 2. Осцилограми коливань тришарової оболонки для довільного (а) й оптимального (б) варіантів структури

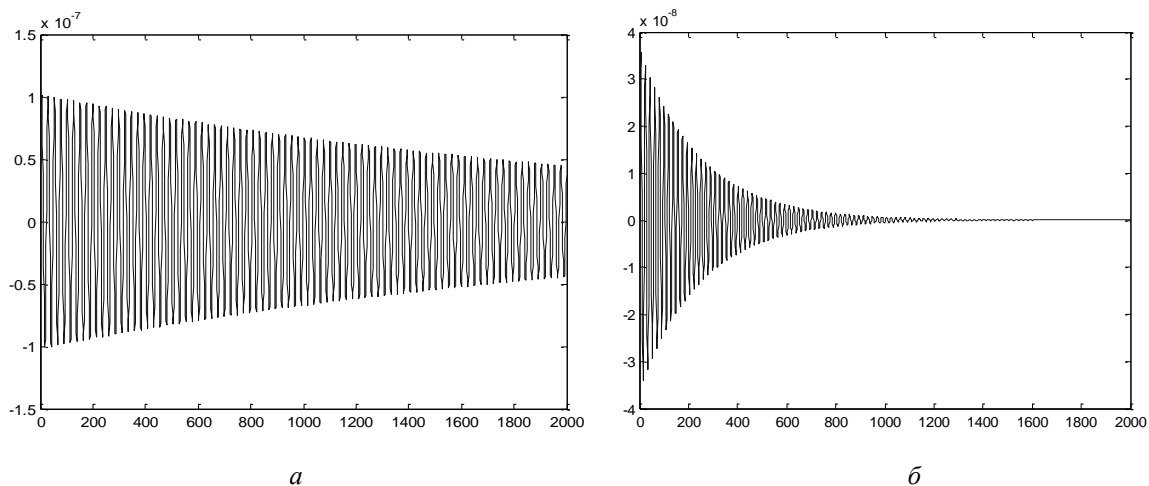


Рис. 3. Осцилограми коливань п'ятишарової оболонки для довільного (а) й оптимального (б) варіантів структури

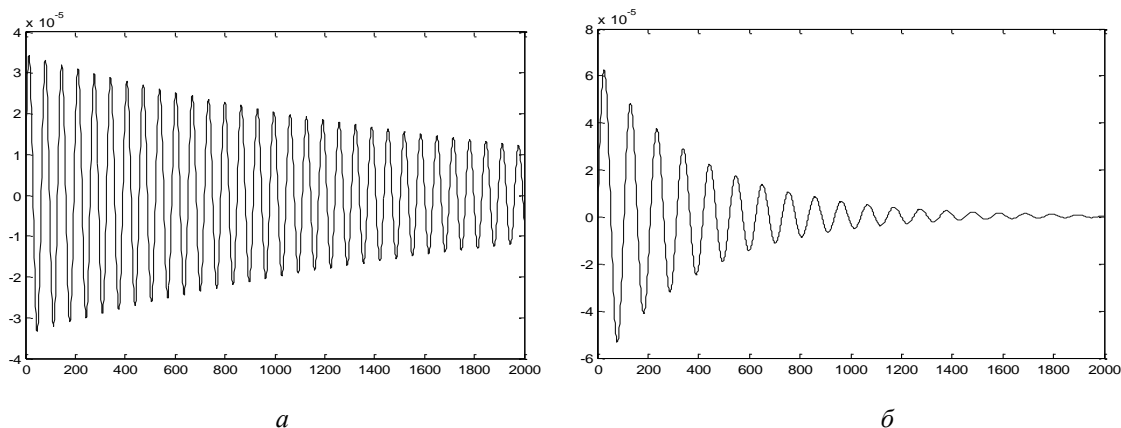


Рис. 4. Осцилограми коливань семишарової оболонки для довільного (а) й оптимального (б) варіантів структури

Зазначимо, що для класичних градієнтних методів задача оптимізації уже для семишарової оболонки (21 параметр проектування) виявилася занадто складною. Розроблена програма генетичного алгоритму досить легко знаходить проект оболонки з 15 шарами (45 проектних параметрів).

У багатьох випадках при проектуванні конструкцій виникає необхідність забезпечити діапазон частот, у якому відсутні резонансні частоти, і забезпечити максимум розсіювання енергії для одержаного проекту оболонки. Зокрема, це може бути діапазон, у якому працюють механізми – збудники коливань. Для розв'язання цієї задачі необхідно задавати обмеження на параметри стану у вигляді програми – це задача умовної оптимізації, для розв'язання якої використовувався модифікований генетичний алгоритм.

Далі наведено результати оптимізації оболонки з 15-ма шарами композитних, армованих волокнами матеріалів із різними коефіцієнтами, кутами армування і товщинами за критерієм максимального демпфірування коливань з обмеженнями на граничні значення параметрів проекту і власні частоти оболонки:

$$\Delta \Rightarrow \max, \text{ при } \omega_1 \leq \omega_{\min}, \omega_2 \geq \omega_{\max}.$$

Обмеження на проектні параметри 15-шарової оболонки:

$$I_b = \{ [0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1] [0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1] [0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0005] \};$$

$ub = \{[0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9 \ 0.9][\ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2 \ \pi/2][\ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001]\}$;

$\omega_m = 15\text{--}30 \text{ 1/c}$ – заданий діапазон частот, в якому повинні бути відсутні резонансні частоти.

Цільовою функцією є декремент коливань.

Для оптимального проекту одержано такі значення:

коефіцієнти армування: $\eta = [0.8990 \ 0.9000 \ 0.9000 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.1017 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.7860 \ 0.1000 \ 0.9000 \ 0.9000]$;

кути армування: $\beta_i = [1.5708 \ 1.5708 \ 1.5699 \ 1.5112 \ 0.1000 \ 0.2818 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.1000 \ 0.1000]$;

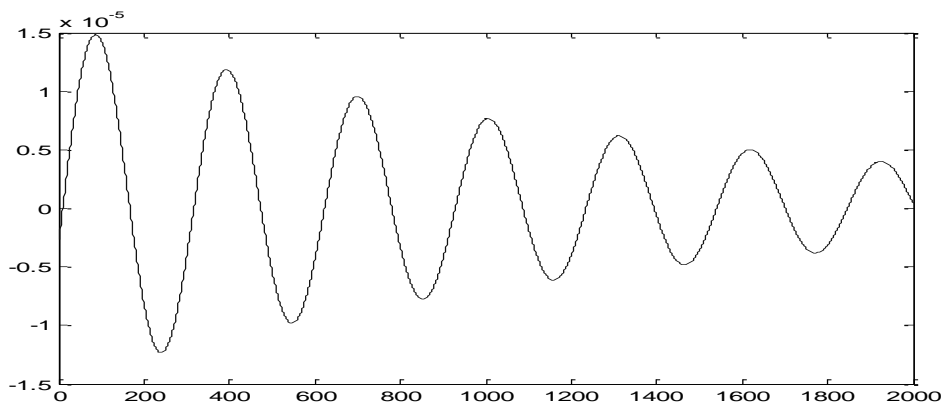
товщини шарів: $h = [0.0010 \ 0.0005 \ 0.0010 \ 0.0005 \ 0.0006 \ 0.0010 \ 0.0010 \ 0.0010 \ 0.0010 \ 0.0008 \ 0.0009 \ 0.0005 \ 0.0005 \ 0.0009]$.

Одержане значення декременту коливань $\Delta_{opt} = 0.2458$. Перша і друга частоти оптимальної оболонки: $\omega_{m1} = 12.2585 \text{ 1/c}$; $\omega_{m2} = 30.0850 \text{ 1/c}$.

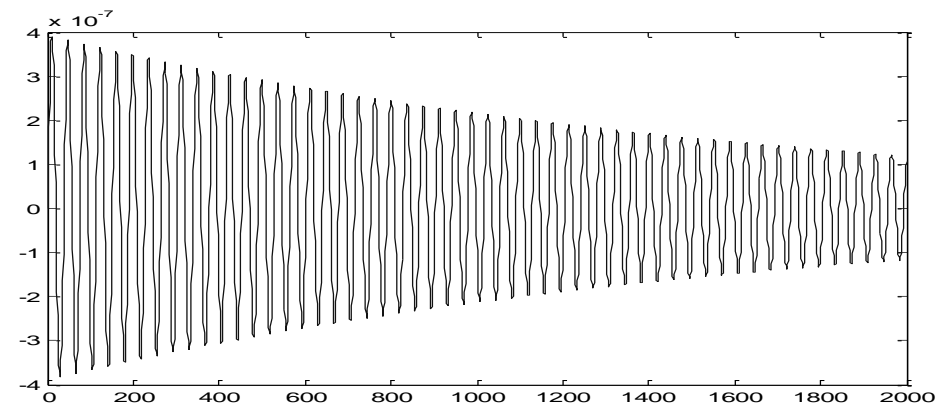
Для порівняння нижче наведено значення декрементів і частот відповідно для нижніх і верхніх обмежень на проектні параметри, а також осцилограми вільних коливань оболонок відповідно для нижніх, верхніх і оптимальних значень проектних параметрів (рис. 5)¹.

$$\Delta_{lb} = 0.1089; \omega_{m1} = 4.9851 \text{ 1/c}; \omega_{m2} = 8.4045 \text{ 1/c};$$

$$\Delta_{ub} = 0.0796; \omega_{m1} = 19.3515 \text{ 1/c}; \omega_{m2} = 68.4975 \text{ 1/c};$$



а



б

¹ У зв'язку з демонстративним характером осцилограм, шкалу часу на рис. 2-5 подано в умовних одиницях часу.

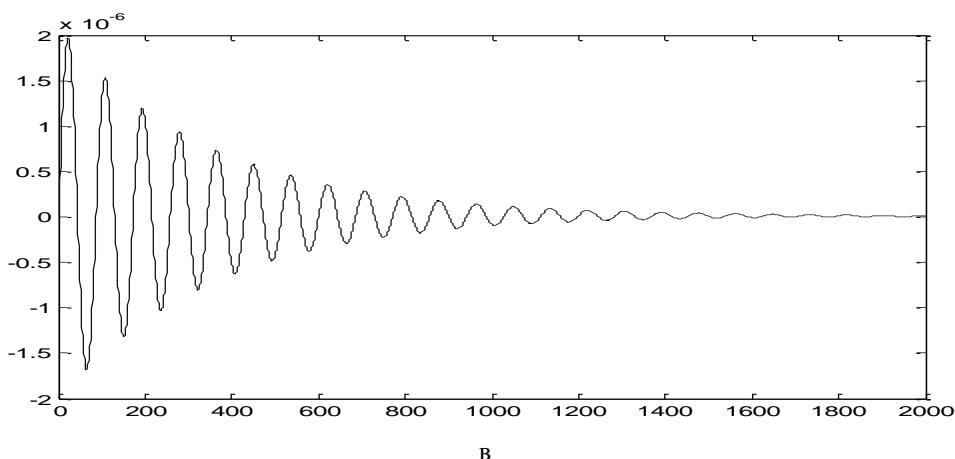


Рис. 5. Осцилограми вільних коливань для трьох проектів оболонки: параметри по нижній границі (а), параметри по верхній границі (б), оптимальні параметри (в)

Як видно, для оптимального проекту заданий діапазон частот забезпечено, і декремент коливань суттєво вищий, ніж для граничних значень проектних параметрів.

Висновки. Розроблені математичні моделі багатошарових оболонок із композиційних в'язкопружних матеріалів, які базуються на напіваналітичному варіанті методу скінченних елементів у частотній області (ЧМСЕ) і еволюційних методах оптимального проектування, зокрема генетичних алгоритмах, складають основу методики проектування конструкцій з максимальним демпфіруванням. Узагальнення методики на задачі з більш складними обмеженнями, задачі багатокритеріальної оптимізації, задачі пошуку оптимальної форми демпфіруючих пристроїв буде представлено у наступних публікаціях.

Список використаних джерел

1. Писаренко Г.С. Колебания механических систем с учетом несовершенной упругости материала / Писаренко Г.С. – Киев: Наукова думка, 1970. – 377 с.
2. Матвеев В.В. Демпфирование колебаний деформируемых тел / Матвеев В.В. – Киев: Наукова думка, 1985. – 263 с.
3. Сорокин Е.С. К теории внутреннего трения при колебаниях упругих систем / Сорокин Е.С. – М.: Госстройиздат, 1960. – 129 с.
4. Яковлев А.П. Диссипативные свойства неоднородных материалов и систем / Яковлев А.П. – Киев: Наукова думка, 1985. – 248 с.
5. Композиционные материалы: справочник. – М.: Машиностроение, 1990. – 810 с.
6. Хильчевский В.В. Рассеяние энергии при колебаниях тонкостенных элементов конструкций / Хильчевский В.В., Дубенец В.Г. – К.: Вища школа, 1977. – 252 с.
7. Дубенец В.Г. Колебания демпфированных композитных конструкций / Дубенец В.Г., Хильчевский В.В. – Київ: Вища школа, 1995. – Т. 1. – 226 с.
8. Савченко Е.В. Пассивное демпфирование колебаний композитных конструкций: монография / Савченко Е.В. – Нежин: ООО “Видавництво “Аспект-Поліграф”, 2006. – 232 с.
9. Савченко О.В. Метод пошуку глобального екстремуму в задачах оптимізації конструкцій з композиційних матеріалів / Савченко О.В., Савченко І.О. // Вісник Чернігівського державного технологічного університету: зб. – Чернігів: ЧДТУ, 2008. – № 36. – С. 72-81.
10. Дубенец В.Г. Оптимальне проектування пологих оболонок з композиційних в'язкопружних матеріалів / Дубенец В.Г., Савченко О.В. // Вісник Чернігівського державного технологічного університету: зб. – Чернігів: ЧДТУ, 2010. – № 45. – С. 21-29.