

УДК 621.941-229.3:531.133

С.П. Сапон, канд. техн. наук

Чернігівський національний технологічний університет, м. Чернігів, Україна

МОДЕЛЮВАННЯ ТРАЕКТОРІЙ РУХУ ШПИНДЕЛЯ НА РЕГУЛЬОВАНИХ ГІДРОСТАТИЧНИХ ОПОРАХ**С.П. Сапон**, канд. техн. наук

Черниговский национальный технологический университет, г. Чернигов, Украина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ДВИЖЕНИЯ ШПИНДЕЛЯ НА РЕГУЛИРУЕМЫХ ГИДРОСТАТИЧЕСКИХ ОПОРАХ**Serhii Sapon**, PhD in Technical Sciences

Chernihiv National Technological University, Chernihiv, Ukraine

THE SIMULATION OF TRAJECTORIES OF SPINDLE WITH ADJUSTABLE HYDROSTATIC BEARINGS

Основним параметром точності шпиндельного вузла є траєкторії просторового руху шпинделя, які формуються під дією сукупності змінних за величиною і напрямом зовнішніх та внутрішніх силових впливів. Досліджено закономірності формування точності шпиндельного вузла прецизійного токарного верстата за показником траєкторії руху шпинделя, встановленого на гідростатичних опорах. Розроблено математичну модель траєкторій руху шпинделя в зосереджених параметрах, що дозволяє визначити положення шпинделя на основі врахування одночасного впливу конструктивних параметрів, геометричних відхилень форми, температурних деформацій опорних поверхонь підшипника, випадкового характеру експлуатаційних параметрів гідростатичних опор та технологічних навантажень. За результатами чисельного моделювання встановлено вплив похибок форми опорних поверхонь гідростатичного підшипника на статистичні характеристики радіус-вектора траєкторій шпинделя при варіюванні величинами частоти обертання шпинделя та тиску мастила в передній гідростатичній шпиндельній опорі верстата.

Ключові слова: шпиндель, гідростатична опора, траєкторія, точність, радіус-вектор, тиск, частота обертання, похибки форми, радіальний зазор.

Основным параметром точности шпиндельного узла являются траектории пространственного движения шпинделя, которые формируются под действием совокупности переменных по величине и направлению внешних и внутренних силовых воздействий. Исследованы закономерности формирования точности шпиндельного узла прецизионного токарного станка по показателю траектории движения шпинделя, установленного на гидростатических опорах. Разработана математическая модель траекторий движения шпинделя в сосредоточенных параметрах, которая позволяет определить положение шпинделя на основе учета одновременного влияния конструктивных параметров, геометрических отклонений формы, температурных деформаций опорных поверхностей подшипника, случайного характера эксплуатационных параметров гидростатических опор и технологических нагрузок. В результате численного моделирования установлено влияние погрешностей формы опорных поверхностей гидростатического подшипника на статистические характеристики радиус-вектора траекторий шпинделя при варьировании величинами частоты вращения шпинделя и давления масла в передней гидростатической шпиндельной опоре станка.

Ключевые слова: шпиндель, гидростатическая опора, траектория, точность, радиус-вектор, давление, частота вращения, погрешности формы, радиальный зазор.

The main parameter of accuracy spindle knot is a trajectory of spatial movement of the spindle, which are formed under the influence of the totality of variables in value and direction internal and external power impacts. In this paper were researched laws formation of accuracy spindle knot precision turning machine in terms of the trajectory movement of the spindle mounted on hydrostatic bearings. The mathematical model of trajectories of spindle in the lumped parameter has been developed. This model allows to determine the position of the spindle on the basis of the account the simultaneous the influence of design parameters, the geometric form variations, temperature deformations support surfaces of the bearing, the random character of operational parameters of hydrostatic bearings and technological loads. As a result of numerical simulation determined the influence of form variation the bearing surfaces of the hydrostatic bearing on the statistical characteristics of the radius-vector trajectories of spindle at a variation of the values of spindle rotation frequency and oil pressure in the front hydrostatic bearing of the machine tool.

Key words: spindle, hydrostatic bearing, trajectory, accuracy, radius-vector, pressure, frequency of rotation, form variation, radial clearance.

Постановка проблеми. Одним з найбільш відповідальних формоутворюючих вузлів будь-якого верстата є шпиндельний вузол (ШВ), вихідні показники точності якого суттєво залежать від типу шпиндельних опор. Перспективним напрямком підвищення ефективності механічної обробки є застосування як шпиндельних опор верстатів гідростатичних підшипників регульованого типу. Завдяки можливості регулювання геометричних, експлуатаційних параметрів гідростатичних опор (ГСО) залежно від характеру технологічного навантаження розширюються технологічні можливості верстатів через суміщення чорнової та чистової обробки, підвищується продуктивність обробки та знижуються експлуатаційні витрати [1].

Основним вихідним параметром точності ШВ є траєкторії руху фіксованих точок, розташованих на допоміжних базах шпинделя, що визначають положення різального інструменту або пристрою із закріпленою заготовкою [2; 3]. Траєкторії руху шпинделя формуються під дією сукупності змінних за величиною і напрямом зовнішніх та внутрішніх зусиль зі складовими детермінованого та стохастичного характеру: зусилля різання, реакції в ГСО, зусилля з боку привода головного руху, статична і динамічна нерівноваженість обертових елементів ШВ, оброблюваної заготовки, технологічного оснащення, яке закріплюється в (на) шпинделі тощо. Аналіз закономірностей формування траєкторій руху шпинделя під дією такої системи сил з одночасним врахуванням похибок форми, пружних та температурних деформацій опорних поверхонь ГСО є актуальним науковим завданням. Вирішення цього завдання дозволить на етапі проектування встановити раціональні конструктивні та експлуатаційні параметри ШВ.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Відомі дослідження точності ШВ з ГСО переважно ґрунтуються на оцінці детермінованого впливу окремих конструктивних [4; 5], експлуатаційних [3; 4; 6], геометричних параметрів ГСО [3; 5–7], технологічних навантажень [3; 8], пружних, температурних деформацій [3; 9] на вихідні показники точності ШВ. Опорні поверхні ГСО переважно ідеалізуються або враховуються окремі відхилення форми [5–7].

Невирішені частини проблеми. Сучасні теоретичні підходи не дозволяють адекватно, в умовах максимально наближених до реальних умов експлуатації визначити вихідні показники точності ШВ, оскільки реальний профіль опорних поверхонь шпиндельних ГСО містить сукупність відхилень форми [1] та змінюється під дією пружних і температурних деформацій, які, як і більшість експлуатаційних параметрів ГСО та технологічних навантажень, мають випадковий характер та здійснюють одночасний вплив на ШВ. Тому виявлення закономірностей формування точності ШВ за показником траєкторій руху шпинделя при одночасному врахуванні похибок форми, температурних деформацій опорних поверхонь, випадкового характеру експлуатаційних параметрів шпиндельних ГСО та технологічних навантажень є актуальним науковим завданням, вирішення якого дозволить підвищити якість верстатів та розширити їх технологічні можливості.

Метою дослідження є розроблення математичної моделі траєкторій руху шпинделя на ГСО, в якій враховано одночасний вплив на точність положення шпинделя конструктивних параметрів, геометричних відхилень форми, температурних деформацій спряжених поверхонь підшипника, випадкових і детермінованих технологічних навантажень та експлуатаційних параметрів ГСО.

Виклад основного матеріалу. Основою для теоретичного аналізу просторового руху шпинделя на ГСО є метод траєкторій [1; 10], заснований на спільному чисельному інтегруванні системи рівнянь гідродинаміки мастильного шару і рівнянь руху шпинделя, що дозволяє моделювати реальну динамічну поведінку шпинделя, враховуючи вплив нелінійних реакцій мастильного шару, експлуатаційних параметрів ГСО, силових технологічних навантажень тощо.

Як об'єкт моделювання розглянуто ШВ прецизійного токарного верстата УТ16А (рис. 1), шпиндель 3 якого встановлений на двох радіальних чотирьохкарманних ГСО 1 і 6 та упорному підшипнику, утвореному торцями втулок 5 та 7 і корпусом передньої радіальної ГСО.

Положення шпинделя у просторі під дією силового навантаження та реакцій у ГСО описується траєкторією руху його осі. Враховуючи, що осьові зміщення шпинделя токарного верстата фактично не впливають на точність формоутворення в радіальному напрямку [1; 3; 11], для спрощення математичної моделі робимо припущення про відсутність осьових переміщень шпинделя і дослідження точності ШВ здійснюємо за траєкторіями його руху в площині, перпендикулярній до його геометричної осі.

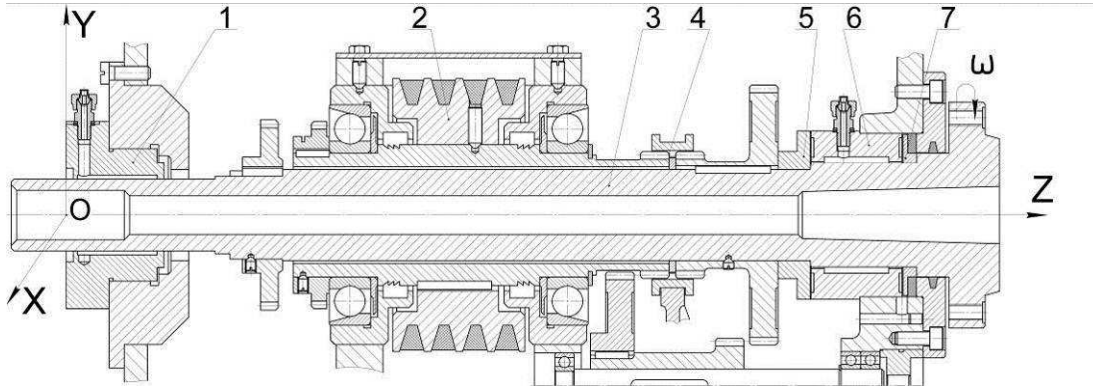


Рис. 1. Конструктивна схема шпиндельного вузла токарного верстата УТ16А:
1, 6 – радіальні ГСО; 2 – шків привода; 3 – шпиндель; 4 – зубчаста муфта;
5, 7 – втулки осевої ГСО

Під дією силових навантажень шпиндель буде зміщуватись у підшипникових опорах внаслідок їх податливості і деформуватись (згинатись), що проявляється у зміні форми пружної лінії шпинделя. За рекомендаціями [11] у спрощеному вигляді зміщення шпинделя під дією силових навантажень та реакцій мастильного шару представлено у вигляді еквівалентної одномасової динамічної моделі (рис. 2), яка включає в себе приведену масу m , яка зміщується у вертикальному Δy та горизонтальному Δx напрямках під дією приведених до зони різання рівнодіючої силових навантажень F , представленої її проекціями F_x , F_y та рівнодіючої R реакції у ГСО, також представленою у вигляді проєкцій R_x , R_y .

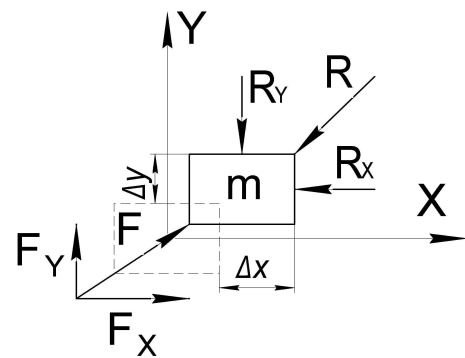


Рис. 2. Еквівалентна приведена одномасова динамічна модель шпинделя

Унаслідок незначного впливу характеристик задньої ГСО шпинделя на показники точності обробки реакції мастильного шару, що виникають у задній ГСО, не враховували.

У приводі головного руху верстата УТ16А застосовано пасову передачу, розвантажену від зусиль натягу пасів, тому зусилля з боку привода представлено випадковою складовою, зумовленою ударними процесами взаємодії зубчастих коліс у зубчастій муфті 4 (рис. 1).

З врахуванням всіх попередньо здійснених припущень система диференціальних рівнянь, які описують зміщення шпинделя у площині, перпендикулярній його геометричній осі, матиме вигляд:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{dt^2} = F_x - R_x, \\ m \frac{d^2 y}{dt^2} = F_y - R_y, \end{cases} \quad (1)$$

де m – приведена маса шпинделя, кг;

F_x , F_y , R_x , R_y – проєкції на осі OX та OY відповідно рівнодіючої силових навантажень на шпиндель та рівнодіючої реакцій у ГСО, Н.

Проєкції F_x , F_y рівнодіючої силових навантажень на шпиндель, приведені до зони різання, визначаються за залежностями:

$$F_x = \chi_c F_{Cx} + \chi_R F_{prx} + \chi_P P_x, \quad (2)$$

$$F_y = \chi_c F_{Cy} + \chi_R F_{pry} + \chi_P P_y + \chi_G mg, \quad (3)$$

де $\chi_c, \chi_R, \chi_P, \chi_G$ – коефіцієнти приведення сил та маси до зони різання;

$F_{C_x}, F_{C_y}, P_x, P_y, F_{pr_y}, F_{pr_x}$ – проекції на осі ОХ та ОУ відповідно відцентрової сили інерції, складових зусилля різання та зусилля з боку привода головного руху, Н.

Слід відзначити, що практично всі компоненти складових рівнодіючої силових навантажень (формули (2) і (3)) мають випадковий характер, для визначення яких у загальному випадку застосовували залежність:

$$f(\tau) = \bar{m}_f + \Delta f \cdot \zeta(\tau), \quad (4)$$

де $\bar{m}_f, \Delta f$ – математичне сподівання та діапазон розсіювання випадкової величини;

$\zeta(\tau)$ – центрований випадковий процес коливання величини.

Таким чином, при моделюванні випадкового процесу коливання кутової швидкості її абсолютне значення в певний момент часу τ визначали:

$$\omega(\tau) = \omega_n + \Delta\omega_n \cdot q(\tau), \quad (5)$$

де $\omega_n, \Delta\omega_n$ – номінальне значення та діапазон відхилення кутової швидкості обертання;

$q(\tau)$ – випадковий процес флуктуації кутової швидкості.

Діапазон відхилення кутової швидкості визначали на основі апріорної інформації про статистичні характеристики випадкової зміни кутової швидкості шпинделя, отриманої за результатами серії додаткових експериментів.

Проекції відцентрової сили інерції, зумовленої статичною неврівноваженістю обертючих елементів шпиндельного вузла, з врахуванням коливання величини кутової швидкості визначали за залежностями:

$$F_{C_x}(\tau) = m\Delta(\omega_n + \Delta\omega_n \cdot q(\tau))^2 \cos(\omega_n \tau + \varepsilon), \quad (6)$$

$$F_{C_y}(\tau) = m\Delta(\omega_n + \Delta\omega_n \cdot q(\tau))^2 \sin(\omega_n \tau + \varepsilon), \quad (7)$$

де Δ – зміщення центра мас системи, обумовлене статичним дисбалансом;

ε – початкова фаза статичного дисбалансу.

За наявності статичної неврівноваженості обертючих елементів шпиндельного вузла абсолютне значення глибини різання в момент часу τ визначали:

$$t(\tau) = t_n + \Delta \cdot \cos(\omega_n \tau + \varepsilon) + \Delta t_n \cdot \zeta(\tau), \quad (8)$$

де t_n – номінальне значення глибини різання, мм;

Δt_n – величина коливання припуску, мм;

$\zeta(\tau)$ – випадковий процес коливання глибини різання.

Випадковий процес коливання глибини різання можна реалізувати у вигляді «білого шуму», аналогічно кутовій швидкості обертання шпинделя, або у вигляді гармонічної функції з випадковими амплітудою та початковою фазою [11]:

$$\zeta(\tau) = a(\tau) \cos(\omega_n \tau + \alpha_n), \quad (9)$$

де $a(\tau)$ – амплітудний коефіцієнт, що набуває випадкових значень з інтервалу $[-1; 1]$ з відповідним законом розподілу;

α_n – випадкова фаза гармонічної функції з рівномірним розподілом в інтервалі $[0; 2\pi]$.

Миттєві значення подачі на оберт $S_0(\tau)$ залежать від номінального значення S_0 , а також випадкової величини, що враховує нерівномірність переміщення супорта внаслідок кінематичних похибок привода ходового вала:

$$S_0(\tau) = S_0 + \Delta S_0 \cdot \eta(\tau), \quad (10)$$

де $S_0, \Delta S_0$ – номінальне значення та діапазон відхилення подачі на оберт, мм/об;

$\eta(\tau)$ – випадковий процес коливання величини подачі на оберт.

З урахуванням випадкових складових глибини різання, подачі, частоти обертання шпинделя, абсолютні значення проекцій P_x , P_y зусилля різання в певний момент часу τ визначали за залежностями:

$$P_x(\tau) = 10C_{Px}(t_n + \Delta \cdot \cos(\omega_n \tau + \varepsilon) + \Delta t_n \cdot \zeta(\tau))^x (S_0 + \Delta S_0 \cdot \eta(\tau))^y \times \left(\frac{3D \cdot (\omega_n + \Delta \omega_n q(\tau))}{100} \right)^n \cdot K_{Px}(\tau), \quad (11)$$

$$P_y(\tau) = 10C_{Py}(t_n + \Delta \cdot \sin(\omega_n \tau + \varepsilon) + \Delta t_n \cdot \zeta(\tau))^x (S_0 + \Delta S_0 \cdot \eta(\tau))^y \times \left(\frac{3D \cdot (\omega_n + \Delta \omega_n q(\tau))}{100} \right)^n \cdot K_{Py}(\tau), \quad (12)$$

де C_{Px} , C_{Py} , n , x , y – коефіцієнти та показники степені, що враховують вид обробки, фізико-механічні властивості матеріалу інструменту і заготовки;

D – діаметр оброблюваної поверхні, мм;

$K_{Px}(\tau)$, $K_{Py}(\tau)$ – поправочні коефіцієнти, що враховують фактичні умови обробки та визначаються як добуток миттєвих значень ряду коефіцієнтів, представлених у вигляді випадкових величин з відповідними діапазонами зміни та законами розподілу:

$$K_{Px}(\tau) = K_{mP}(\tau) \cdot K_{\varphi Px}(\tau) \cdot K_{\gamma Px}(\tau) \cdot K_{\lambda Px}(\tau) \cdot K_{rPx}(\tau),$$

$$K_{Py}(\tau) = K_{mP}(\tau) \cdot K_{\varphi Py}(\tau) \cdot K_{\gamma Py}(\tau) \cdot K_{\lambda Py}(\tau) \cdot K_{rPy}(\tau),$$

де $K_{mP}(\tau)$ – поправочний коефіцієнт, що враховує фізико-механічні властивості оброблюваного матеріалу;

$K_{\varphi Px}(\tau)$, $K_{\gamma Px}(\tau)$, $K_{\lambda Px}(\tau)$, $K_{rPx}(\tau)$, $K_{\varphi Py}(\tau)$, $K_{\gamma Py}(\tau)$, $K_{\lambda Py}(\tau)$, $K_{rPy}(\tau)$ – поправочні коефіцієнти, що враховують вплив геометричних параметрів різальної частини інструмента.

Для визначення інтервалу коливання коефіцієнта $K_{mP}(\tau)$ у першому наближенні можна використати інформацію про допустимі діапазони коливання фізико-механічних властивостей матеріалів, наведені у відповідних стандартах, що їх регламентують. Діапазони зміни та закони розподілу поправочних коефіцієнтів, що враховують геометричні параметри інструменту, визначаються на основі апріорної інформації про вплив геометричних параметрів різального інструменту на зусилля різання, яку можна отримати з науково-технічної літератури, де відображенні результати відповідних досліджень, наприклад [12–14].

Зусилля, що виникає внаслідок ударних навантажень у зубчастій передачі привода головного руху шпинделя, представлено у вигляді «білого шуму», модель якого сформована у вигляді випадкової послідовності дельта-імпульсів $\delta(\tau_i)$ з випадковими амплітудними значеннями $a(\tau)$:

$$F_{prx}^c(\tau) = a(\tau) \sin \alpha \cdot \delta(\tau - \tau_i), \quad F_{pry}^c(\tau) = a(\tau) \cos \alpha \cdot \delta(\tau - \tau_i), \quad (13)$$

де α – кут прикладання ударного імпульсу;

τ_i – випадковий момент часу виникнення збурення, с;

$$\delta(\tau - \tau_i) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } \tau = \tau_i \\ 0, & \text{якщо } \tau \neq \tau_i \end{cases}.$$

Нехтуючи внаслідок малості складовою реакцій, обумовленою силами тертя в мастильному шарі, проекції рівнодіючої реакції мастильного шару в передній ГСО шпинделя у функції полярного кута φ представлено складовою реакції, що обумовлена гідростатичним тиском мастила на опорну шийку шпинделя:

$$R_x = \frac{D_0}{2} \int_0^{2\pi} p(\varphi) \cos \varphi d\varphi, \quad R_y = \frac{D_0}{2} \int_0^{2\pi} p(\varphi) \sin \varphi d\varphi, \quad (14)$$

де D_0 – діаметр опорної частини ГСО, мм;

$p(\varphi)$ – функція розподілу тиску на опорній частині ГСО, МПа.

Функція розподілу тиску $p(\varphi)$ на опорній частині регульованої ГСО визначається подвійним інтегруванням рівняння Рейнольдса та безпосередньо залежить від радіального динамічного зазору $h(\varphi)$, який при одночасному врахуванні похибок форми та зміщень опорних поверхонь, зумовлених їх пружними та температурними деформаціями, описано залежністю:

$$h(\varphi) = \delta_0 - m(\Delta r_T^{em}) - m(\Delta r_T^{uu}) + \frac{T_{кр}^{em} + T_{кр}^{uu}}{2} + \sum_{k=1}^N A_k^{em} \sin(k\varphi + \psi_{0k}^{em}) - \sum_{k=1}^Q A_k^{uu} \sin(k\varphi + \chi_{0k}^{uu}), \quad (15)$$

де $m(\Delta r_T^{em})$, $m(\Delta r_T^{uu})$ – математичні сподівання величини зміщення радіальної координати профілю опорних поверхонь гідростатичної втулки та шпинделя відповідно, обумовлені температурними деформаціями при певній усталеній температурі, мкм;

δ_0 – радіальний статичний зазор в опорі, мкм;

$T_{кр}^{em}$, $T_{кр}^{uu}$ – допуски круглості опорних поверхонь підшипника, мкм;

A_k^{em} , ψ_{0k}^{em} , A_k^{uu} , χ_{0k}^{uu} – амплітуди та початкові фази гармонік рядів Фур'є, які описують відхилення опорних поверхонь гідростатичної втулки та шпинделя відповідно, мкм та ($^{\circ}$);

N та Q – кількість значимих гармонік профілю опорних поверхонь гідростатичної втулки і шпинделя при певній температурі.

Математичні сподівання величини зміщення радіальної координати $m(\Delta r_T^{em})$, $m(\Delta r_T^{uu})$ профілю опорних поверхонь визначали за результатами чисельного моделювання засобами САЕ-системи SolidWorks Simulation (рис. 3, а, в). Враховуючи випадковий характер теплових деформацій спряжених поверхонь ГСО, аналіз величини та діапазону відхилення температурних зміщень оцінювали за математичним сподіванням $m(\overline{\Delta r})$ та дисперсією $\sigma^2(\overline{\Delta r})$ питомої величини зміщення радіальної координати профілю опорних поверхонь підшипника (рис. 3, б, г), які є безрозмірними величинами, що характеризують частку температурних зміщень опорних поверхонь у величині радіального зазору ГСО:

$$m(\overline{\Delta r}) = \frac{m(\Delta r_T^{em}) + m(\Delta r_T^{uu})}{\delta_0}, \quad \sigma^2(\overline{\Delta r}) = \frac{\sigma^2(\Delta r_T^{em}) + \sigma^2(\Delta r_T^{uu}) + 2 \text{cov}(\Delta r_T^{em}, \Delta r_T^{uu})}{\delta_0^2}, \quad (16)$$

де $\sigma^2(\Delta r_T^{em})$, $\sigma^2(\Delta r_T^{uu})$ – дисперсії величини зміщення радіальної координати профілю опорних поверхонь гідростатичної втулки та шпинделя відповідно при певній усталеній температурі;

$\text{cov}(\Delta r_T^{em}, \Delta r_T^{uu})$ – коваріація величин зміщення радіальної координати профілю опорних поверхонь гідростатичної втулки та шпинделя при певній усталеній температурі.

Наведені на рис. 3 залежності показують, що з підвищенням температури величина зміщення опорних поверхонь ГСО, обумовлених температурними деформаціями, зростає. Зі зменшенням величини статичного радіального зазору вплив теплових деформацій при підвищенні температури проявляється значніше і при величині радіального зазору $\delta_0=10$ мкм питома частка зміщень, обумовлених температурними деформаціями, без урахування похибок форми опорних поверхонь становить більше 40 %. Це свідчить про необхідність врахування температурних зміщень опорних поверхонь ГСО при дослідженні впливу їх параметрів на точність ШВ.

Кількість N , Q та амплітуди A_k^{em} , A_k^{uu} гармонік профілю опорних поверхонь ГСО визначали, здійснивши спектральний аналіз їх контуру (рис. 4), побудованого за резуль-

татами чисельного моделювання зміщень радіальної координати профілю опорних поверхонь внаслідок дії температурних та пружних деформацій засобами САЕ-системи SolidWorks Simulation.

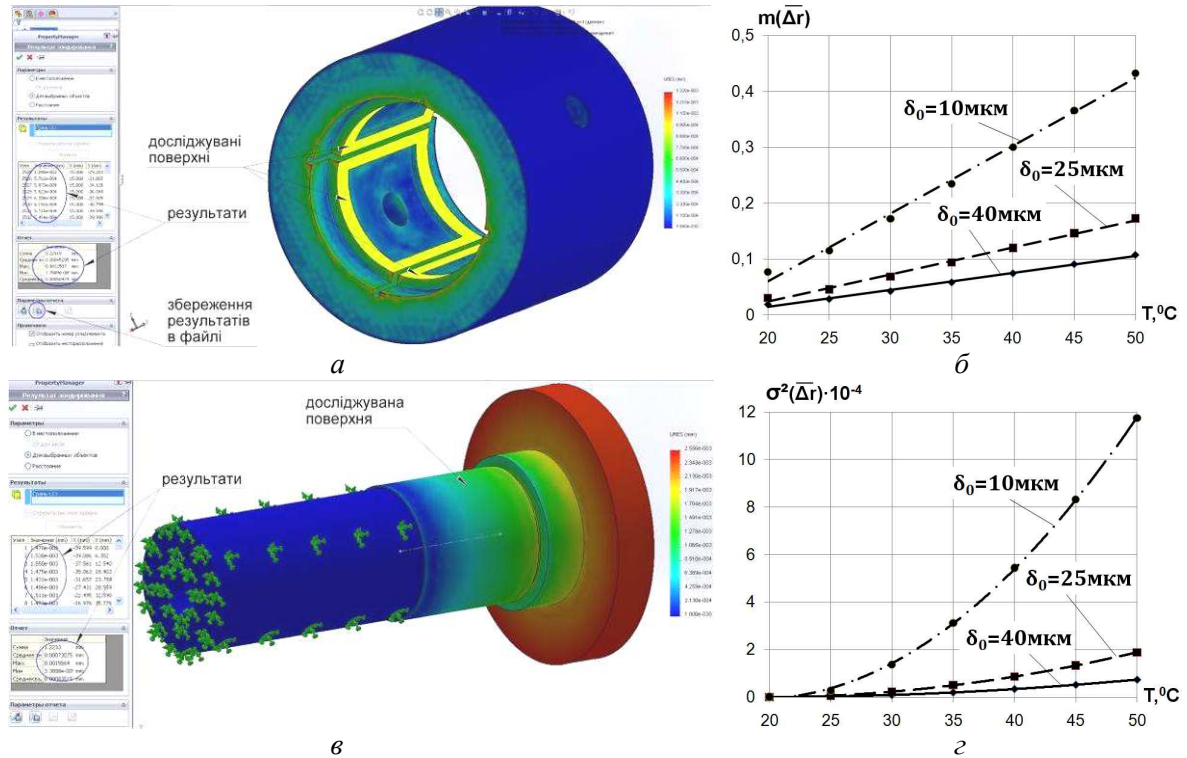


Рис. 3. Відображення результатів моделювання температурних зміщень гідростатичної втулки (а) і шпинделя (в) та залежності математичного сподівання (б) і дисперсії (г) питомої величини зміщення радіальної координати профілю опорних поверхонь ГСО від температури при різних величинах радіального статичного зазору δ_0

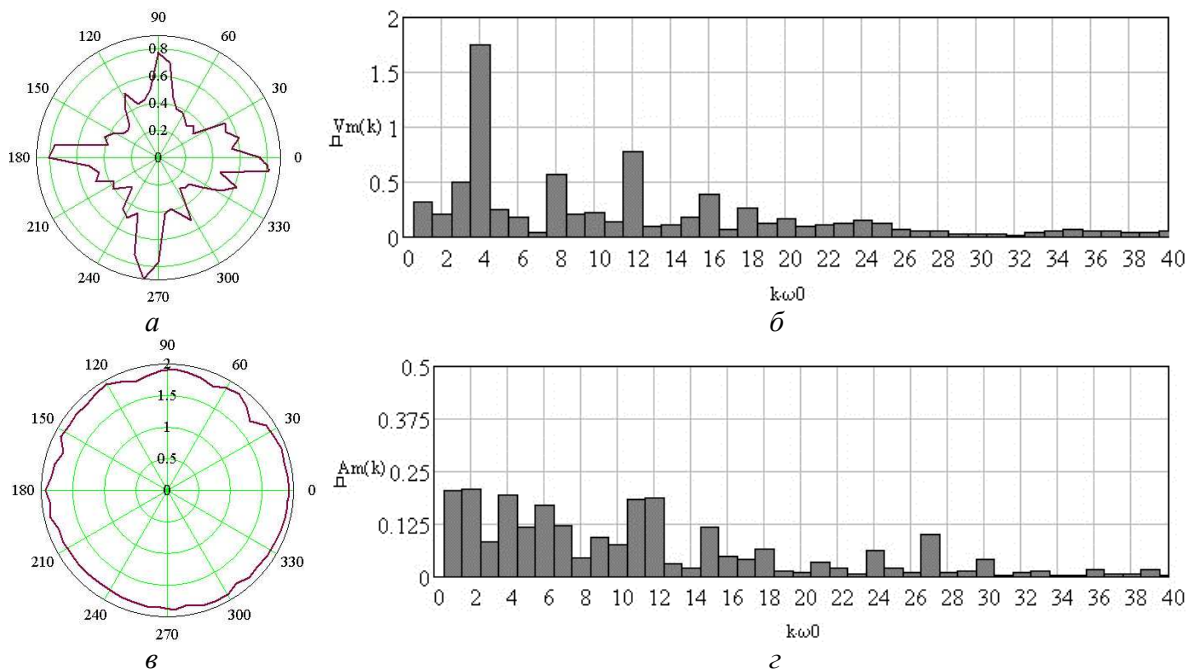


Рис. 4. Температурні зміщення профілю опорних поверхонь гідростатичної втулки (а) та опорної шийки шпинделя (в), апроксимовані в пакеті MathCAD кубічними сплайнами, та типові спектри (б), (г) амплітуд гармонік профілю при $T=35^\circ C$

Враховуючи всі попередньо здійснені припущення, спрощення та розрахунки, система диференціальних рівнянь, які описують зміщення шпинделя у площині, перпендикулярній його геометричній осі, матиме вигляд:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x}{d\tau^2} = \chi_c F_{Cx}(\tau) - \chi_F R_x + \chi_R F_{prx}(\tau) + \chi_P P_x(\tau), \\ m \frac{d^2 y}{d\tau^2} = \chi_c F_{Cy}(\tau) - \chi_F R_y + \chi_R F_{pry}(\tau) + \chi_P P_y(\tau) + \chi_G mg. \end{cases} \quad (17)$$

Складові, що входять до правої частини рівнянь системи (17), визначаються за залежностями (6), (7), (11)–(14).

У загальному випадку, враховуючи нелінійність та випадковий характер складових, що входять до правих частин рівнянь, система (17) не має аналітичного розв'язку. Це викликає необхідність застосування чисельного методу її розв'язання.

Для чисельного моделювання траєкторій руху шпинделя застосовано статистичне моделювання методом Монте-Карло [15]. Описання переміщень шпинделя здійснювали радіус-вектором у полярній системі координат:

$$R(\phi_j) = \sqrt{x^2(\tau_j) + y^2(\tau_j)}, \quad (18)$$

де $x(\tau_j)$, $y(\tau_j)$ – координати осі шпинделя в цей момент часу, мкм.

Встановлено, що робочий процес коливань шпинделя на ГСО є стаціонарним та ергодичним процесом, який має яскраво виражений стохастичний характер у всіх діапазонах варіювання експлуатаційних параметрів та технологічних навантажень. Причому закон розподілу випадкової величини коливань шпинделя наближений до нормального. Тому оцінювання параметрів траєкторій шпинделя здійснювали за статистичними характеристиками радіус-вектора: математичним сподіванням m_R та середньоквадратичним відхиленням (СКВ) σ_R , які визначають відповідно зміщення та розсіювання положень шпинделя і впливають на точність номінального розміру оброблюваної поверхні.

За результатами чисельного моделювання встановлено, що збільшення тиску в карманах ГСО з 1 МПа до 3 МПа сприяє підвищенню точності обробки, що проявлялося у зменшенні математичного сподівання m_R радіус-вектора траєкторій шпинделя з ідеалізованою формою опорних поверхонь на 30 %, з похибками форми опорних поверхонь – на 20 %. Математичне сподівання величини радіус-вектора траєкторій шпинделя з ідеальною формою опорних поверхонь у 1,2–1,4 рази менше порівняно зі шпинделем, ГСО якого мають геометричні відхилення опорних поверхонь (рис. 5, б). На СКВ радіус-вектора траєкторій відхилення форми опорних поверхонь шпиндельних ГСО практично не впливають (рис. 5, в).

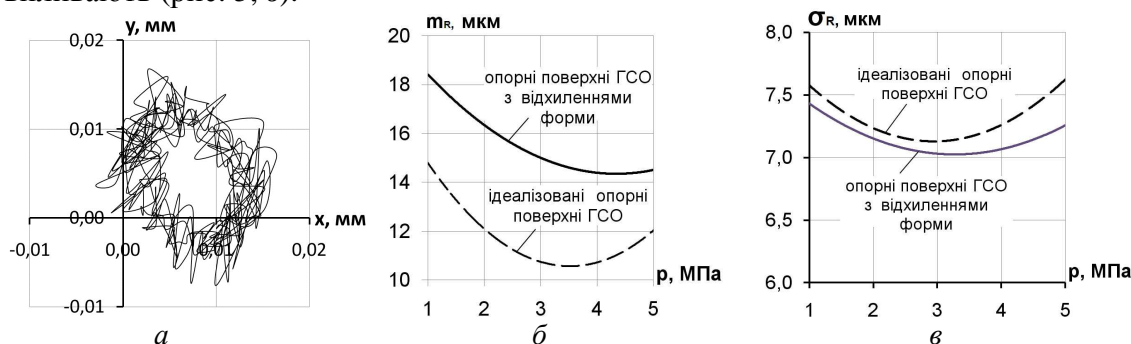


Рис. 5. Типові траєкторії 5 обертів шпинделя (а), математичне сподівання (б) та СКВ (в) величини радіус-вектора траєкторій при регулюванні тиску в карманах ГСО ($n=1500 \text{ хв}^{-1}$, $D_{ст}=4360 \cdot 10^{-6} \text{ кг}\cdot\text{м}$)

Типові траєкторії при варіюванні частотою обертання шпинделя при постійному тиску в ГСО $p=3 \text{ МПа}$ та статичному дисбалансі $D_{ст}=4360 \cdot 10^{-6} \text{ кг}\cdot\text{м}$ наведено на рис. 6.

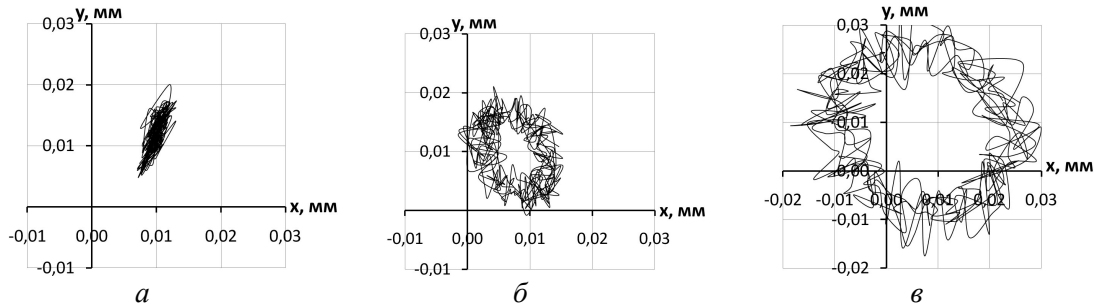


Рис. 6. Типові траєкторії 5 обертів шпинделя при варіюванні частотою обертання: а – $n=600 \text{ хв}^{-1}$; б – $n=1500 \text{ хв}^{-1}$; в – $n=2400 \text{ хв}^{-1}$

Встановлено, що для шпинделя на ГСО з ідеалізованою формою опорних поверхонь математичне сподівання радіус-вектора m_R у діапазоні $n=1500 - 2400 \text{ хв}^{-1}$ зростає в 1,85 раза, у той час як при врахуванні похибок форми опорних поверхонь ГСО m_R зростає в 1,4 раза (рис. 7, а). Зі збільшенням частоти обертання різниця значень математичного сподівання m_R радіус-вектора траєкторій шпинделя для ГСО з відхиленнями форми та ідеальною формою опорних поверхонь зменшується з 40 % при $n = 600 \text{ хв}^{-1}$ до 8 % при $n=2400 \text{ хв}^{-1}$. Відхилення форми опорних поверхонь ГСО на величину середньоквадратичного відхилення радіус-вектора σ_R впливають при частоті обертання понад 1500 хв^{-1} (рис. 7, б), при цьому зі зростанням частоти обертання вплив похибок форми опорних поверхонь на точність обертання шпинделя стає більш суттєвим.

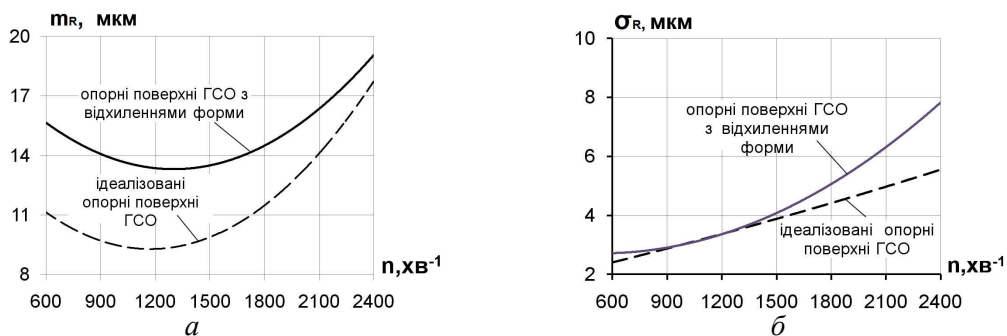


Рис. 7. Математичне сподівання (а) та СКВ (б) радіус-вектора траєкторій при варіюванні частотою обертання шпинделя

Тенденція до зростання статистичних характеристик точності обертання шпинделя при збільшенні частоти обертання обумовлена впливом відцентрової сили інерції, яка пропорційна квадрату кутової швидкості ω обертання шпинделя. Деяке зменшення величини m_R у діапазоні $n=600-1200 \text{ хв}^{-1}$ пояснюється зменшенням величини зусилля різання при зростанні швидкості різання та постійних величинах t_n та S_0 .

У результаті спектрального аналізу частотного складу траєкторій встановлено, що амплітуди гармонік спектрів траєкторій з відхиленням форми опорних поверхонь ГСО шпинделя на 15–60 % більші аналогічних гармонік траєкторій шпинделя з ідеалізованими опорними поверхнями ГСО, що підтверджує суттєвий вплив на точність формотворюючих рухів шпинделя точності його опорних поверхонь.

Висновки. Розроблено математичну модель траєкторій руху шпинделя на ГСО, в якій враховано одночасний вплив конструктивних параметрів, геометричних відхилень форми, температурних деформацій опорних поверхонь підшипника, випадкових і детермінованих експлуатаційних параметрів ГСО та технологічних навантажень, що дозволяє підвищити на 30–60 % точність визначення положення шпинделя.

Для аналітичного описання функції зазору $h(\varphi)$ у ГСО запропоновано залежність, в якій одночасно з похибками форми враховано зміщення опорних поверхонь гідростатичної втулки та шпинделя, зумовлені їх температурними деформаціями.

За результатами чисельного моделювання встановлено статистичні закономірності формування геометричної точності токарного верстата за показником точності траєкторій переміщення шпинделя на ГСО залежно від похибок форми опорних поверхонь, технологічних навантажень та експлуатаційних параметрів ГСО.

Встановлено, що врахування похибок форми в поперечному напрямку та температурних деформацій опорних поверхонь гідростатичного підшипника при моделюванні траєкторій руху шпинделя призводить до зростання статистичних характеристик радіус-вектора траєкторій: математичного сподівання – на 30 %, середньоквадратичного відхилення – на 12,5 % порівняно з ідеалізованими опорними поверхнями підшипника.

Перспективним напрямком подальших досліджень є перевірка адекватності встановлених закономірностей експериментальним шляхом.

Список використаних джерел

1. Струтинський В. Б. Статистична динаміка шпиндельних вузлів на гідростатичних опорах : монографія / В. Б. Струтинський, Д. Ю. Федориненко. – Ніжин : Аспект-Поліграф, 2011. – 464 с.
2. Проников А. С. Программный метод испытания металлорежущих станков / А. С. Проников. – М. : Машиностроение, 1985. – 288 с.
3. Пуш А. В. Шпиндельные узлы: качество и надежность / А. В. Пуш – М. : Машиностроение, 1992. – 286 с.
4. Бушуев В. В. Гидростатическая смазка в станках / В. В. Бушуев. – М. : Машиностроение, 1989. – 176 с.
5. Данчин И. А. Влияние отклонений формы опорных поверхностей гидростатодинамических подшипников на динамические характеристики роторных систем : дис. ... канд. техн. наук : спец. 01.02.06 / И. А. Данчин. – Орел, 2007. – 161 с.
6. Белоусов А. И. Влияние некоторых погрешностей форм вала и обоймы на характеристики гидростатического подшипника / А. И. Белоусов, Т. А. Хромова // Исследование гидростатических подшипников : сб. статей / под ред. Г. С. Скубачевского. – М. : Машиностроение, 1973. – С. 18–28.
7. Кащевский Л. Я. Влияние некруглости шпинделя и отверстия гидростатического подшипника на радиальное биение оси шпинделя / Л. Я. Кащевский // Станки и инструмент. – 1980. – № 12. – С. 27–28.
8. Сахно Є. Ю. Теорія проектування системи зрівноважування шпиндельних вузлів токарних верстатів : дис. ... д-ра техн. наук : спец. 05.03.01 / Євгеній Юрійович Сахно. – К. : НТУУ “КПІ”, 2007. – 356 с.
9. Ковальов В. Д. Основи теорії розрахунку та проектування гідравлічних опорних вузлів верстатного устаткування : дис. ... д-ра техн. наук : спец. 05.03.01 / Віктор Дмитрович Ковальов. – К. : НТУУ “КПІ”, 2001. – 424 с.
10. Савин Л. А. Моделирование роторных систем с подшипниками жидкостного трения / Л. А. Савин, О. В. Соломин. – М. : Машиностроение, 2006. – 444 с.
11. Струтинський В. Б. Математичне моделювання процесів та систем механіки / В. Б. Струтинський. – Житомир : ЖІТІ, 2001. – 612 с.
12. Жарков И. Г. Вибрации при обработке лезвийным инструментом / И. Г. Жарков. – Ленинград : Машиностроение, 1986. – 179 с.
13. Лазарев А. Г. Автоколебания при резании металлов / А. Г. Лазарев. – М. : Высшая школа, 1971. – 243 с.
14. Плотников А. Л. Обеспечение надежности определения режимов лезвийной обработки для автоматизированного станочного оборудования на основе оперативной информации о свойствах инструмента и детали : дис. ... д-ра техн. наук : спец. 05.03.01 / Александр Леонтьевич Плотников. – Саратов, 2001. – 314 с.
15. Robert, C. P. Monte Carlo Statistical Methods / C. P. Robert, G. Casella. – 2nd edition. – Springer, 2004. – 683 pp.
16. Rubinstein, R. Y. Simulation and the Monte Carlo Method / R. Y. Rubinstein, D. P. Kroese. – 2nd edition. – Wiley, 2007. – 345 p.